

고유치분해가 필요없는 방위각 추정 알고리즘에서 센서신호의 선택기준

정대원, 박상배, 이균경
경북대학교 공과대학 전자공학과

A Criterion for Selecting Sensor Outputs in Bearing Estimation Algorithm without Eigendecomposition

Dae Won Chung, Sang Bae Park and Kyun Kyung Lee
Dept. of Electronics Eng. Kyungpook National University

ABSTRACT

The performance of the BEWE(Bearing Estimation Without Eigendecomposition) algorithm depends on the sensor outputs which are selected to construct the projection matrix. In this paper, we construct the covariance matrix of the bearing estimates for two targets and propose the criterion to select the sensor outputs which minimize the covariance matrix. The computer simulation conforms that the estimation error is smallest when the sensor outputs are selected based on the proposed criterion.

정한다. 이 알고리즘의 추정오차는 어느 센서 신호를 선택하느냐에 따라 달라진다. Stoica 등은 BEWE 알고리즘에서 표적이 하나인 경우 센서 신호의 선택기준을 제안하였다. 본 논문에서는 표적이 두개인 경우 BEWE 알고리즘의 추정오차에 대한 공분산 행렬식을 유도하고, 이를 분석하여 센서 신호의 선택기준을 제안하였다. 유도한 공분산행렬은 센서의 개수가 많고 SNR이 높을때 MUSIC 알고리즘의 공분산행렬에 접근함을 수식적으로 확인하였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 선택기준의 타당성을 확인하였다.

2. 고유치분해가 필요없는 방위각 추정 알고리즘

1. 서론

레이다, 소나, 원거리탐지, 수중 탐사, 통신 등 여러 분야에 서 센서 어레이로부터 측정된 신호를 이용한 방위각 추정문제는 매우 중요하다. 이러한 방위각 추정문제에서 MUSIC (Multiple Signal Classification) 알고리즘은 분해도가 좋기 때문에 널리 사용 되어진다[1, 2, 3]. 그러나 이 알고리즘에서는 센서출력의 공분산행렬에 대한 고유치분해(eigendecomposition)가 필요하고, 고유치분해 과정에 필요한 계산시간상의 부담으로 실시간 구현이 어렵다. 특히, 센서의 개수가 많을 때 MUSIC 알고리즘을 실시간 구현한다는 것은 불가능하다.

최근 고유치분해 과정이 필요없는 방위각 추정 알고리즘이 Yeh에 의해 발표되어 많은 관심을 받아오고 있다. 이 알고리즘은 N개의 센서 신호 중에서 표적의 개수 M개만큼의 센서 신호를 선택하여 표적의 방위각과 직교하는 직교투사기를 꾸민 후, 직교투사기와 직교하는 특성을 가지는 표적의 방위각을 추

M개의 표적에 의해 발생한 표적 신호 $x(t)$ 가 N개의 센서로 구성된 어레이에 의해 측정되어질 때, 센서출력 벡터 $y(t)$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y(t) = Ax(t) + e(t) \tag{1}$$

여기서 $e(t)$ 는 평균이 영이고 분산이 σ^2 인 센서잡음 벡터이며, 표적신호와 상관관계가 없다고 가정한다. 행렬 A는 방향행렬이며, 등간격 센서어레이의 경우 합대역신호모델을 사용하여 다음과 같이 Vandermonde 구조로 표현된다.

$$A = [a(\theta_1) \ a(\theta_2) \ \dots \ a(\theta_M)] \tag{2}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{i\omega_1} & e^{i\omega_2} & \dots & e^{i\omega_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{i(N-1)\omega_1} & e^{i(N-1)\omega_2} & \dots & e^{i(N-1)\omega_M} \end{bmatrix}$$

여기서 W_k 는 다음과 같다.

$$w_k = 2\pi d \sin(\theta_k) / \lambda, \quad k=1,2,\dots,M \quad (3)$$

d 는 센서간의 거리이고 θ_k 는 k 번째 표적의 방위각이고 λ 는 신호의 파장이다. 센서 출력의 공분산행렬 R 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} R &= E \{ y(t) y^*(t) \} \\ &= APA^* + \sigma^2 I \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $*$ 는 복소공액전치이며 $P = E \{ x(t) x^*(t) \}$ 는 표적 신호의 공분산행렬이며 비특이(nonsingular)행렬이다.

방위각 추정문제는 샘플링주기동안 배열센서의 출력인 T 개의 샘플 $\{y(1), \dots, y(T)\}$ 를 이용하여 표적의 방위각을 추정하는 것이다. 표적의 개수는 알고 있거나 [2, 3]에 의해 구할 수 있다.

현대역신호를 이용한 MUSIC 알고리즘의 방위각 추정문제는 잡음 신호 개수만큼의 고유벡터를 생성해야하므로 실시간구현에 문제점이 발생한다. Stoica 알고리즘을 이용한 현대역신호의 방위각 추정은 센서의 개수가 많고 표적의 개수가 적을 때 실시간구현에 유리한 잇점을 나타낸다.

$\hat{y}(t)$ 는 N 개의 센서 출력 $y(t)$ 에서 M 개의 행을 선택하여 구해진 벡터이고 $\bar{y}(t)$ 는 센서 출력 $y(t)$ 에서 $\hat{y}(t)$ 를 제외하고 남은 $N-M$ 벡터이다. \bar{A} 와 \hat{A} 는 각각 $\bar{y}(t)$ 와 $\hat{y}(t)$ 에 대응하는 행렬 A 의 행들로 구성되어지는 $(N-M) \times M$, $M \times M$ 행렬이다. $\bar{a}(\theta)$ 는 \bar{A} 의 열(column)을 나타낸다. Γ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\Gamma \triangleq E \bar{y}(t) \hat{y}^*(t) = \bar{A} P \hat{A}^* \quad (5)$$

행렬 P 와 \hat{A} 는 가정에 의해서 비특이행렬이므로 \bar{A} 의 랭크(rank)는 표적의 개수 M 과 같다. 따라서 \bar{A} 와 Γ 의 range space는 동일하다.

$$R(\Gamma) = R(\bar{A}) \quad (6)$$

위 식은 다음식과 같은 의미를 나타낸다.

$$\Pi_r \bar{a}(\theta) = 0, \quad \theta = \theta_k \quad (7)$$

여기서 k 는 1에서 M 까지의 표적 개수를 말하며 Π_r 는 Γ 를 Γ^* 의 영공간영역으로 옮겨주는 직교투사기를 의미하고 다음식

과 같다.

$$\Pi_r = I - \Gamma(\Gamma^* \Gamma)^{-1} \Gamma^* \quad (8)$$

Γ 를 직접 구할 수가 없기 때문에 다음 식과 같이 센서출력으로부터 추정된 표본추정값(sample estimate)인 $\hat{\Gamma}$ 를 사용한다.

$$\hat{\Gamma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \bar{y}(t) \hat{y}^*(t) \quad (9)$$

BEWE 알고리즘은 식 (7)의 직교특성을 이용하여 식 (10)의 가격함수(cost function)를 최소화하는 방위각 $\{\theta_k\}$ 를 추정한다.

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \|\Pi_r \bar{a}(\theta)\| \\ &= \bar{a}^*(\theta) \Pi_r^* \Pi_r \bar{a}(\theta) \\ &= \bar{a}^*(\theta) \Pi_r \bar{a}(\theta) \end{aligned} \quad (10)$$

이러한 BEWE 알고리즘의 추정 성능은 MUSIC 알고리즘보다 좋지 못하지만 고유치분해 과정이 필요없기 때문에 계산 시간상의 장점을 갖고 있다.

3. 공분산행렬의 분석과 센서 선택 기준

앞절에서 설명한 BEWE 알고리즘의 추정 성능은 어느 센서 신호를 선택하여 직교투사기를 구성하느냐에 따라 달라진다. Stoica 등은 단일 표적의 경우에 대한 공분산행렬을 분석하여 센서의 선택기준을 제시하였다. 단일 표적의 신호가 중간적 선행여러레이에 의해 측정될 때, Stoica 알고리즘의 공분산행렬 C_{Stoica} 와 MUSIC 알고리즘의 공분산행렬은 다음과 같다.

$$C_{Stoica} = \frac{6}{SNR} \frac{(1+1/SNR)}{[N(N-1)(N-2) + 12N(j-1)(N-j)/(N-1)]} \quad (11)$$

$$C_{MUSIC} = \frac{6}{SNR} \frac{(1+1/(N SNR))}{N(N-1)(N+1)}$$

여기서 $SNR(P/\sigma)$ 은 신호대 잡음비이며, j 는 선택된 센서 신

호의 번호를 나타낸다. 변수 j 에 대한 공분산은 센서 번호에 대해서 대칭적으로 나타난다. 공분산은 $j=(N+1)/2$ 에서 최소이고 $j=1$ 또는 N 에서 최대이다. 센서의 개수 N 이 클 때 식 (11)은 다음 식과 같이 근사화된다.

$$C_{\text{세인}} \approx \frac{6}{\text{SNR} N^3} (1+1/\text{SNR}) \quad (12)$$

$$C_{\text{MUSIC}} \approx \frac{6}{\text{SNR} N^3} (1+1/(N \text{SNR}))$$

식 (12)에서 센서 개수 N 과 SNR 이 크면 Stoica 알고리즘의 공분산과 MUSIC 알고리즘의 공분산의 크기는 비슷하다. Stoica 등은 단일표적에 대하여 센서 신호의 선택기준을 제안하였다. 그러나 다중표적 추적문제에서 일반적인 센서 신호의 선택기준이 필요하다.

본 논문에서는 표적이 두개인 경우 공분산행렬식을 유도하고 이를 분석하여 센서 신호의 선택기준을 제안한다. 식 (10)의 가격함수를 최소화하는 추정된 방위각 $\{\theta_k\}$ 는 asymptotically jointly Gaussian 분포를 가지고 다음의 공분산행렬을 가진다.

$$C_{\text{세인}} = \frac{\sigma}{2} (\bar{H} \circ I)^{-1} \text{re} \{ \bar{H} \circ \bar{w}^T \} (\bar{H} \circ I)^{-1} \quad (13)$$

여기서 $\bar{H} = \bar{D}^* \Pi_r \bar{D}$

$$\bar{D} = [\bar{\delta}_1, \dots, \bar{\delta}_N]$$

$$\bar{\delta}_k = \frac{\partial \bar{a}(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta = \theta_k} \quad (14)$$

$$\bar{W} = P^{-1} + \sigma P^{-1} (\bar{A}^* \bar{A})^{-1} P^{-1}$$

이다. 기호 \circ 는 Hadamard 곱 ($\{A \circ B\}_{jk} = A_{jk} B_{jk}$) 이고 $\text{re} \{ \cdot \}$ 는 $\{ \cdot \}$ 의 실수 부분을 의미한다.

$\bar{y}_{k,l}(t)$ 는 j_k 번째와 j_l 번째 센서를 선택했을때의 센서 출력 신호이다. 식 (8)을 식 (14)의 첫번째 식에 대입하여 전개하면 \bar{H} 는 다음과 같다.

$$\bar{H} = \bar{D}^* \Pi_r \bar{D}$$

$$= \bar{D}^* (I - \Gamma (\Gamma^* \Gamma)^{-1} \Gamma^*) \bar{D} \quad (15)$$

$$= \bar{D}^* \bar{D} - \bar{D}^* \Gamma (\Gamma^* \Gamma)^{-1} \Gamma^* \bar{D}$$

표적이 두개일 때 방향행렬 A 는

$$A = \begin{bmatrix} e^{i\omega_1} & e^{i\omega_2} \\ \vdots & \vdots \\ e^{i(N-1)\omega_1} & e^{i(N-1)\omega_2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

이고 \bar{D} 는 식 (14)에서 구한다. 식 (15)의 $\bar{D}^* \bar{D}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{D}^* \bar{D} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$a_{11} = \frac{N(N-1)(2N-1)}{6} - [(j_k-1)^2 + (j_l-1)^2]$$

$$a_{12} = \sum_{r=0}^{N-1} t^2 e^{-it(\omega_1-\omega_2)} - [(j_k-1)^2 e^{-i(j_k-1)(\omega_1-\omega_2)} + (j_l-1)^2 e^{-i(j_l-1)(\omega_1-\omega_2)}]$$

$$a_{21} = \sum_{r=0}^{N-1} t^2 e^{it(\omega_1-\omega_2)} - [(j_k-1)^2 e^{i(j_k-1)(\omega_1-\omega_2)} + (j_l-1)^2 e^{i(j_l-1)(\omega_1-\omega_2)}] \quad (18)$$

$$a_{22} = \frac{N(N-1)(2N-1)}{6} - [(j_k-1)^2 + (j_l-1)^2]$$

$\Gamma^* \Gamma$ 는 식 (5)를 사용하여 다음과 같이 전개된다.

$$\Gamma^* \Gamma = \bar{A} P^* \bar{A}^* \bar{A} P \bar{A}^* \quad (19)$$

여기서 $\bar{A}^* \bar{A}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{A}^* \bar{A} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$b_{11} = N-2$$

$$b_{12} = \sum_{r=0}^{N-1} e^{-it(\omega_1-\omega_2)} - [e^{-i(j_k-1)(\omega_1-\omega_2)} + e^{-i(j_l-1)(\omega_1-\omega_2)}]$$

$$b_{21} = \sum_{r=0}^{N-1} e^{it(\omega_1-\omega_2)} - [e^{i(j_k-1)(\omega_1-\omega_2)} + e^{i(j_l-1)(\omega_1-\omega_2)}] \quad (21)$$

$$b_{22} = N-2$$

$\bar{D}^* \Gamma$ 는 다음과 같이 전개된다.

$$\bar{D}^* \Gamma = \bar{D}^* \bar{A} P \bar{A}^* \quad (22)$$

$$= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} P \bar{A}^*$$

$$\begin{aligned}
c_{11} &= -i \left[\frac{N(N-1)}{2} - ((j_k-1) + (j_l-1)) \right] \\
c_{12} &= -i \left[\sum_{t=0}^{N-1} t e^{-i t(\omega_1 - \omega_2)} - ((j_k-1) e^{-i(j_k-1)(\omega_1 - \omega_2)} \right. \\
&\quad \left. + (j_l-1) e^{-i(j_l-1)(\omega_1 - \omega_2)}) \right] \\
c_{21} &= -i \left[\sum_{t=0}^{N-1} t e^{i t(\omega_1 - \omega_2)} - ((j_k-1) e^{i(j_k-1)(\omega_1 - \omega_2)} \right. \\
&\quad \left. + (j_l-1) e^{i(j_l-1)(\omega_1 - \omega_2)}) \right] \quad (23) \\
c_{22} &= -i \left[\frac{N(N-1)}{2} - ((j_k-1) + (j_l-1)) \right]
\end{aligned}$$

복잡한 행렬식을 간단하게 하기 위해서 센서 개수 N 이 무한대로 증가하는 경우를 생각한다. N 이 증가하는 경우의 수렴식은 다음과 같다[5].

$$\begin{aligned}
\frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} e^{i t(\omega_1 - \omega_2)} &\xrightarrow{N \rightarrow \infty} \begin{cases} 1, & \omega_1 = \omega_2 \\ 0, & \omega_1 \neq \omega_2 \end{cases} \\
\frac{1}{N^2} \sum_{t=0}^{N-1} t e^{i t(\omega_1 - \omega_2)} &\xrightarrow{N \rightarrow \infty} \begin{cases} \frac{1}{2}, & \omega_1 = \omega_2 \\ 0, & \omega_1 \neq \omega_2 \end{cases} \quad (24) \\
\frac{1}{N^3} \sum_{t=0}^{N-1} t^2 e^{i t(\omega_1 - \omega_2)} &\xrightarrow{N \rightarrow \infty} \begin{cases} \frac{1}{3}, & \omega_1 = \omega_2 \\ 0, & \omega_1 \neq \omega_2 \end{cases}
\end{aligned}$$

위의 결과를 이용하면

$$\begin{aligned}
\frac{1}{N^3} \bar{H} &= \frac{1}{N^3} \bar{D}^* [I - \Gamma (\Gamma^* \Gamma)^{-1} \Gamma^*] \bar{D} \\
&= \frac{1}{N^3} \bar{D}^* \bar{D} - \left(\frac{1}{N^2} \bar{D}^* \bar{A} \right) \left(\frac{1}{N} \bar{A}^* \bar{A} \right)^{-1} \left(\frac{1}{N^2} \bar{A}^* \bar{D} \right) \\
&\xrightarrow{N \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \right) I \\
&= \frac{1}{12} I \quad (25)
\end{aligned}$$

이다. \bar{w}^T 는 식 (14)와 같고 $re \{ I \circ \bar{w}^T \}$ 는 다음과 같다.

$$re \{ I \circ \bar{w}^T \} = P^{-1} + \sigma P^{-1} \frac{1}{(1 - \cos \{ (\omega_1 - \omega_2)(j_k - j_l) \})} P^{-1} \quad (26)$$

최종적으로 구한 공분산행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
C_{proposed} &= \frac{\sigma}{2} (\bar{H} \circ I)^{-1} re \{ \bar{H} \circ \bar{w}^T \} (\bar{H} \circ I)^{-1} \\
&\approx \frac{\sigma}{2} \frac{1}{N^3} 12I re \left\{ \frac{N^3}{12} I \circ \bar{w}^T \right\} \frac{1}{N^3} 12I \\
&= \frac{\sigma}{N^3 SNR} \left[1 + \frac{1}{(1 - \cos \{ (\omega_1 - \omega_2)(j_k - j_l) \}) SNR} \right] I \quad (27)
\end{aligned}$$

센서 출력 $y(t)$ 에서 어느 센서 출력을 $\hat{y}(t)$ 로 선택하면 추정 성능이 좋아지냐는 식 (27)로부터 알 수 있다. 표적의 방위각, 센서간의 거리, 파장에 의존하는 ω_1 과 ω_2 의 차이에 따라 코사인 값이 -1이 되도록 센서를 선택하는 것이 좋은 성능을 나타낸다. 등간격 센서어레이에서 두 표적의 방위각이 가까와질수록 공분산행렬이 커지며, 센서의 개수가 많고 SNR이 높을수록 공분산행렬이 작아짐을 알 수 있다. 또한, 센서의 개수가 작고 SNR이 낮은 환경속에서 분산값은 코사인 항에 영향을 많이 받아 센서 출력 $y(t)$ 에서 어떤 신호를 $\hat{y}(t)$ 로 선택하느냐에 따라 시스템의 성능이 많은 영향을 받는다. 따라서 센서선택의 영향을 받지않는 안정된 시스템 성능을 가지기 위해서 제안한 알고리즘은 센서의 개수가 많고 SNR이 커야 한다.

제안한 알고리즘의 공분산행렬과 MUSIC 알고리즘의 공분산행렬을 비교하기 위하여 MUSIC 알고리즘의 공분산행렬식을 유도한다. MUSIC 알고리즘의 공분산행렬은 다음과 같다[6, 7].

$$C_{MUSIC} = \frac{\sigma}{2} (H \circ I)^{-1} re \{ H \circ W^T \} (H \circ I)^{-1} \quad (28)$$

여기서 $H = D^* \Pi_A D$

$$\Pi_A = I - A (A^* A)^{-1} A^*$$

$$D = [\delta_1, \dots, \delta_n]$$

$$\delta_k = \frac{\delta a(\theta)}{\delta \theta} \Big|_{\theta = \theta_k} \quad (29)$$

$$W = P^{-1} + \sigma P^{-1} (A^* A)^{-1} P^{-1}$$

이다. 식 (15)에서 (27)까지의 방법과 유사한 과정을 전개하여 표적이 두개인 경우 MUSIC 알고리즘의 공분산행렬을 구할 수 있다.

$$C_{MUSIC} \approx \frac{6}{N^3 SNR} \left[1 + \frac{2}{SNR (N^2 + N)} \right] I \quad (30)$$

식 (27)과 식 (30)을 비교하여 보면 표적이 두개인 경우 센서의 개수가 많고 SNR이 크면 제안한 알고리즘의 공분산행렬과 MUSIC 알고리즘의 공분산행렬과의 차이가 줄어든다. 그러므로 센서의 개수가 많고 SNR이 큰 경우 제안한 알고리즘은 계산시간상의 장점 뿐만아니라 MUSIC 알고리즘과 유사한 성능을 나타낸다.

4. 시뮬레이션 및 결과

센서 신호의 선택기준의 타당성을 확인하기 위하여 제안한 기준으로 센서 신호를 선택하였을 때의 방위각 추정결과와 임의로 선택하였을 때의 추정결과를 비교하였다. 두 표적이 각각 10° , 25° 방향에 있고 300개의 샘플로부터 센서 신호의 표본추정값 \hat{r} 을 구하고 이를 이용하여 표적의 방위각 $\{\theta_1, \theta_2\}$ 를 추정하였다. 표 1은 센서의 개수가 5개일 때 50번의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하여 구한 방위각 추정치의 표준편차이다. SNR이 작을수록 표준편차가 커지며, 제안한 선택기준에 근거하여 추정한 방위각의 표준편차가 임의로 선택하여 추정한 방위각의 표준편차보다 훨씬 작음을 알 수 있다. 센서의 개수가 각각 10개, 15개일 때 표 1에서와 동일한 시뮬레이션을 수행하여 그 결과를 표 2와 표 3에 나타내었다. 제안한 선택기준에 근거하였을 때의 표준편차가 가장 작음을 알 수 있다. 또한 센서의 개수가 많을수록 표준편차가 작아진다는 사실을 알 수 있다.

제안한 센서 신호의 선택기준을 다중표적의 방위각 추적문제에 적용하여 그 성능을 알아보았다. 추적 문제에서 식 (27)의 θ 에 대한 참값을 모르기 때문에 예측한 방위각 $\hat{\theta}_p$ 를 이용하였다. 추정한 방위각들을 각 궤적에 연관(association)시키기 위하여 JPDA(Joint Probabilistic Data Association)필터를 사용하였다.

그림 1은 SNR이 1이고 센서의 개수가 5개일 때 두 표적의 방위각 추적결과이다. 실선은 참 방위각 궤적이며 \times 와 \circ 는 추정한 방위각 궤적이다. 그림 2는 SNR이 1이고 센서의 개수가 15개일 때 대표적인 추적결과이다. 센서의 개수가 많고 SNR이 높을 때 추적 성능은 매우 우수하였으며 SNR이 1이고 센서의 개수가 5개일 때에도 만족할 만한 성능을 보인다.

표 1. 표준편차 ($N=5$)

센서 SNR	표적	제안된 선택	임의의 선택1 (1번, 2번 센서)	임의의 선택2 (3번, 5번 센서)
10^{-1}	표적1	17	25	54
	표적2	11	19.7	11
10^0	표적1	1.2	4.8	3.5
	표적2	2.1	3.7	2.8
10^1	표적1	0.26	1.65	0.65
	표적2	0.47	1.12	1.12

표 2. 표준편차 ($N=10$)

센서 SNR	표적	제안된 선택	임의의 선택1 (2번, 4번 센서)	임의의 선택2 (5번, 7번 센서)
10^{-1}	표적1	0.64	4.98	1.12
	표적2	0.81	7.28	1.04
10^0	표적1	0.12	4.73	0.16
	표적2	0.14	3.02	0.14
10^1	표적1	0.10	0.69	0.11
	표적2	0.01	0.66	0.02

표 3. 표준편차 ($N=15$)

센서 SNR	표적	제안된 선택	임의의 선택1 (1번, 7번 센서)	임의의 선택2 (3번, 9번 센서)
10^{-1}	표적1	0.41	0.64	0.54
	표적2	0.49	0.64	0.56
10^0	표적1	0.12	0.11	0.12
	표적2	0.08	0.11	0.09
10^1	표적1	0.09	0.25	0.10
	표적2	0.01	0.27	0.01

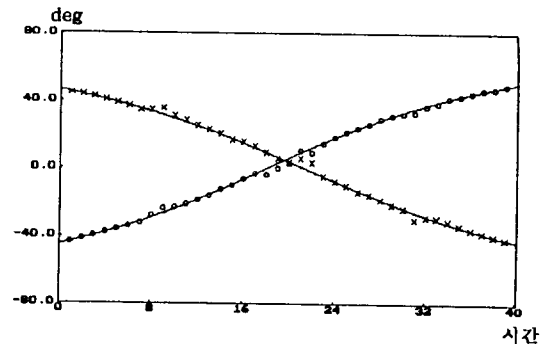


그림 1. 두 표적의 방위각 추적 결과 ($N = 5$, $SNR = 1$)
Fig. 1. Bearing tracking of two targets.

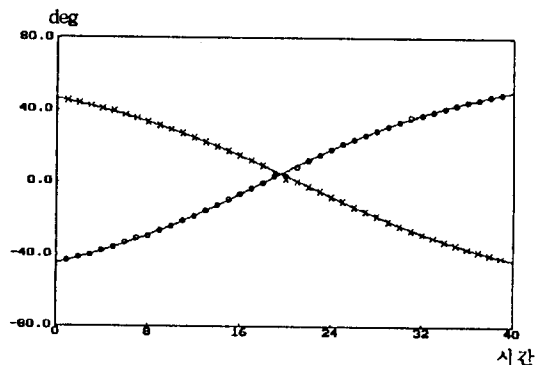


그림 2. 두 표적의 방위각 추적 결과 ($N = 15$, $SNR = 1$)
Fig. 2. Bearing tracking of two targets.

5. 결론

BEWE 추정문제에서 방위각 추정치의 공분산행렬식을 분석하여 센서 신호의 선택기준을 제안하였다. 제안한 선택기준에 근거하여 방위각을 추정하였을 때 추정오차가 가장 작음을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. 또한 제안한 선택기준을 다중 표적의 방위각 추적 문제에 적용한 결과 만족할 만한 추적 성능을 보였다. 따라서 제안한 센서 신호의 선택기준을 갖는 BEWE알고리즘은 우수한 추정성능과 계산시간상의 장점 때문에 다중표적의 방위각 추적 문제에 쉽게 적용될 것이다.

참고 문헌

- [1] D. H. Johnson, "The application of spectral estimation methods to bearing estimation problems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 9, pp. 1018-1028, Sep. 1982.
- [2] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-34, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [3] A. Paulraj and T. Kailath, "Eigenstructure methods for direction of arrival estimation in the presence of unknown noise fields," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 34, no. 1, pp. 13-20, Feb. 1986.
- [4] C. C. Yeh, "Simple computation of projection matrix for bearing estimations," *IEE Proceedings F*, vol. 134, pp. 146-150, 1986.
- [5] P. Stoica, R. Moses, B. Friedlander, and T. Söderström, "Maximum likelihood estimation of the parameters of multiple sinusoids from noisy measurements," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-37, pp. 378-392, Mar. 1989.
- [6] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-37, pp. 720-741, May 1989.
- [7] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound : further results and comparisons," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. ASSP-38, pp. 2140-2150, Dec. 1990.
- [8] P. Stoica and T. Söderström, "Statistical analysis of a subspace method for bearing estimation without eigende composition," *IEE Proceedings F*, vol. 139, no. 4, pp. 301-305 Aug. 1992.