

일반화된 제한 최소자승법을 이용한 능동 소음제어에 관한 연구

° 나희승, 박영진

A Study on the Active Noise Control Using Generalized CLMS

° Hee-Seung Na and Youngjin Park
Center for Noise and Vibration Control(NOVIC)
Department of Mechanical Engineering, KAIST*

ABSTRACT

Conventional active control algorithm for duct system is developed without considering problems of constrained structure. Therefore it destroys the constrained structures of the weights or parameters. A new LMS algorithm, which does keep the constraints, is proposed for systems with known constrained structure. It is based on error-back propagation. The stability analysis and simulation example are also included.

1. 서론

능동소음제어 (Active Noise Control) 기법은 상호간섭의 원칙에 의해 원소음과 반대위상의 음파를 스피커로 발생시켜 소음저감을 피하는 방법이다⁽¹⁾. 그림 1은 능동소음제어기법의 기본 개념도이다. 여기서 관내의 소음전파특성은 주변환경에 따라 가변적이므로 이러한 변화에 시스템을 실시간으로 모델링하고 제어기를 적응화시키기 위해서는 능동적 알고리즘이 요구된다. 알고리즘에는 적응신호처리 (Adaptive Signal Processing)⁽²⁾ 기법인 LMS (Least Mean Square) 알고리즘이 있으며, 제어의 경우 filtered-x LMS 알고리즘이 널리 사용하고 있다. 이러한 적응신호처리 기법은 임의 시스템을 미지의 시스템 (Black Box System)으로 보고, 폐루프적응화 (Closed-Loop Adaptation)로 이 시스템을 모델링한다. 그러나 기존의 LMS 알고리즘은 적응화과정에서 임의 시스템이 갖는 기본적인 성질을 유지할 수 없다.

본 논문에서는 미지의 시스템이 갖고 있는 기본적인 성질을 유지시켜, 효과적이면서 신속하게 시스템을 모델링 할 수 있는 새로운 LMS 알고리즘을 제안하고, 이로부터 보다 효율적인 제어 알고리즘을 유도하고자 한다. 여기에서는 임의 시스템이 갖는 기본적인 성질을 하나의 제한조건 (constrained condition)으로 보았으며, 실제로 우리가 다루는 문제의 상당수는 이러한 제한조건을 갖고있다. 따라서 적응화과정에서도 제한조건을 유지할 수 있고, 보다 신속하면서도 안정성을 갖는 새로운 CLMS (Constrained Least Mean Square) 알고리즘을 다음장에서 유도하기로 하고, 제한한 CLMS 알고리즘의 간단한 응용 예제를 다루어 본다⁽³⁾. 또한 능동소음제어에 사용할 경우, CLMS 알고리즘으로부터 보다 효율적인 제한 filtered-x LMS 알고리즘을 유도하고, 그 효율성을 검증하기로 한다.

2. 본론

2.1 제한조건을 갖는 시스템에 적합한 CLMS (Constrained Least Mean Square) 알고리즘

그림 2는 폐루프 적응화 (Closed-Loop Adaptation)를 나타내는 블록선도이다. 이러한 방법은 예견기 (predictor), 잡음제거기 (noise canceling), 시스템규명 (system identification), 역모델링 (inverse modeling) 등의 많은분야에 적용되고 있다. 폐루프 적응화에는 대부분의 경우 LMS 알고리즘이 사용되고 있다. LMS 알고리즘은 적응화 과정에서 단지 순간자승오차 (Instantaneous Squared Error) 신호와 기준입력신호 만으로 시행되므로 비교적 간단하며, 처리시간을 줄일 수 있는 장점이 있다.

미지의 시스템을 모델링할때, 많은 경우 그 시스템이 갖는 기본적인 성질을 알 수 있다. 예를 들면 정적 (Static), 동적 (Dynamic), 대칭성 (Symmetric), 인과성 (Causality), 입력신호의 성질등 다양할것이다. 이러한 기본적인 성질들은 하나의 제한조건들로 볼 수 있으며, 이러한 제한조건을 적절히 사용하면 적응화를 효과적으로 수행할 수 있을 것이다. 따라서 이절에서는 미지의 시스템을 FIR 또는 IIR 필터 시스템으로 모델링할 경우, 필터의 가중치 (weight) 들 사이의 제한조건을 이용하여 이 시스템을 효과적으로 모델링하려는데 있다. 만약 가중치들 사이의 상호관계를 모델링하려는 미지의 시스템으로부터 구할수 있다면, 독립적인 가중치의 수를 그 상호관계의 수만큼 줄일 수 있다. 따라서 각 가중치를 최적화가 이루어지는 공간의 한차원으로 볼때, 독립적 가중치의 감소는 수렴곡면의 차원을 일부 줄임으로써 적응시간을 감소시킬 수 있으며 간단하게 시스템을 구현할 수 있을 것이다.

기존의 LMS 알고리즘은 적응화 과정에서 시스템이 가지고 있는 제한 조건을 유지할 수 없으므로 이러한 제한조건을 유지할 수 있는 새로운 적응알고리즘을 유도하겠다.

어떤 시스템이 여러개의 선형시스템 (linear system)으로 구성되어 있고, 그중 일부는 알고 있으나 전체 시스템의 입력 (input) x와 출력 (output) T만을 측정할 수 있는 경우 이들의 폐루프 적응화 블록선도는 그림 3과 같이 일반적인 형태로 표현할 수 있다. 그림 3과 같은 선형시스템에 제한 조건이 존재할 경우 기존의 LMS 방법은 사용이 불가능하므로 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 현재 많은 분야에 응용되고 있는 신경회로망 (Neural Networks)의 개념을 이용하기로 한다. 그림 4는 신경회로망중 가장 널리 사용되고 있는 다층퍼셉트론 (Multi-layer

Perceptron) 모델이다⁽⁴⁾. 이 모델은 뉴런속의 비선형 함수 (nonlinear function; sigmoid function) 와 뉴런간의 가중치 (weight) 로 임의의 비선형 시스템을 모델링할 수 있다. 학습 방법으로는 오류 역전파 (Error - Backpropagation) 알고리즘이 있으며, 이 알고리즘의 특징은 오차를 역방향으로 전파할 수 있다는 것이다⁽⁶⁾. 이러한 오류 역전파 학습방법은 LMS 알고리즘과 상당히 유사성을 보이고 있다. 따라서 이 학습방법을 그림 3과 같은 선형시스템 모델링에 이용해 보자. 먼저 그림 4와 같은 다층 퍼셉트론을 선형화 시키기 위해 뉴런속의 비선형함수 (nonlinear function) 를 모두 선형 (linear function) 함수로 바꾸고, 출력층을 전체시스템 출력의 시계열 (time series) 로 지정하면 한층의 출력들이 서로 연결되어있는 그림 5와 같은 네트워크로 구성할 수 있다. 이경우 새로운 적응 알고리즘의 간단한 유도를 위하여, 출력값간의 인과관계 (causality) 로 인해서 출력들이 서로 완전연결 (fully connected) 되어 있지 않다고 가정한다. 이렇게 선형화된 네트워크의 한층 (one layer) 이 한개의 선형 시스템을 모델링 할 수 있다. 그러므로 임의 r개의 직렬연결된 선형시스템을 모델링하려면 r개의 층이 필요하다. 이와같이 그림 3의 한 시스템은 그림 5의 한층에 해당된다. 이 시스템의 장점은 r개의 시스템사이의 입출력을 알 수 없어도 두 x, y, T 신호만으로 오차를 역방향으로 전파할 수 있다는 것이다. 또한 미지의 시스템사이에 알고있는 시스템이 있을 경우, 알고있는 시스템의 역행렬을 구하지 않아도 페루프 적응화로 온라인 모델링이 가능하다. 다음은 r개의 선형시스템이 각각 주어진 제한조건을 갖는다고 가정해 보자. 이러한 경우 그림5의 네트워크는 각층마다 가중치들 사이에 제한조건을 갖는다고 볼 수 있으며, 한층의 모든 가중치는 몇개의 독립적인 가중치로 구성된 벡터 $\tilde{\omega}$ 로 나타낼 수 있다. 보다 일반적인 경우로, 제한조건들이 각층사이에 도 작용하는 경우의 CLMS (Constrained Least Mean Square) 알고리즘은 제한 신경회로망 (Constrained Neural Networks)의 학습알고리즘을 선형화하여 유도할 수 있다⁽⁵⁾. 각 층간의 가중치행렬 W의 요소 W_{pq} 가 m개의 독립적인 가중치로 구성된 벡터 $\tilde{\omega}$ 로 다음과 같이 정의된다고 하자.

$$\begin{aligned}
 W_{pq}^{JJ} &= W_{pq}^{JJ} (\omega_1^J, \omega_2^J, \omega_3^J, \dots, \omega_m^J) = W_{pq}^{JJ} (\tilde{\omega}^J) \\
 &\quad (p = 1, 2, \dots, n^J \quad q = 1, 2, \dots, n^J) \\
 W_{pq}^{KK} &= W_{pq}^{KK} (\omega_1^K, \omega_2^K, \omega_3^K, \dots, \omega_m^K) = W_{pq}^{KK} (\tilde{\omega}^{KK}) \\
 &\quad (p = 1, 2, \dots, n^K \quad q = 1, 2, \dots, n^K) \quad (1) \\
 W_{pq}^{LL} &= W_{pq}^{LL} (\omega_1^L, \omega_2^L, \omega_3^L, \dots, \omega_m^L) = W_{pq}^{LL} (\tilde{\omega}^{LL}) \\
 &\quad (p = 1, 2, \dots, n^L \quad q = 1, 2, \dots, n^L) \\
 W_{pq}^{JK} &= W_{pq}^{JK} (\omega_1^{JK}, \omega_2^{JK}, \omega_3^{JK}, \dots, \omega_m^{JK}) = W_{pq}^{JK} (\tilde{\omega}^{JK}) \\
 &\quad (p = 1, 2, \dots, n^J \quad q = 1, 2, \dots, n^K) \\
 W_{pq}^{KL} &= W_{pq}^{KL} (\omega_1^{KL}, \omega_2^{KL}, \omega_3^{KL}, \dots, \omega_m^{KL}) = W_{pq}^{KL} (\tilde{\omega}^{KL}) \\
 &\quad (p = 1, 2, \dots, n^K \quad q = 1, 2, \dots, n^L) \quad (2) \\
 W_{pq}^{LM} &= W_{pq}^{LM} (\omega_1^{LM}, \omega_2^{LM}, \omega_3^{LM}, \dots, \omega_m^{LM}) = W_{pq}^{LM} (\tilde{\omega}^{LM}) \\
 &\quad (p = 1, 2, \dots, n^L \quad q = 1, 2, \dots, n^M)
 \end{aligned}$$

여기서, 상첨자 J, K, L, M은 각 층을 나타내는 첨자이며, 하첨자 p, q는 각 유니트를 나타내는 첨자이다. 앞첨자는 지정된 가중치를 가진 연결이 시작되는 점을 나타내며, 뒤첨자는 끝나는 점을 각각 나타낸다. 따라서, W_{pq}^{JJ} , W_{pq}^{KK} , W_{pq}^{LL} 은 서로 같은층에 있는 유니트들사이의 연결가중치이며, W_{pq}^{JK} , W_{pq}^{KL} , W_{pq}^{LM} 은 서로 다른 층에 있는 즉, J와 K, K와 L, L과 M사이의 유니트들사이의 연결가중치이다. ($\tilde{\omega}^J \in R^{m^J}$, $\tilde{\omega}^{KK} \in R^{m^{KK}}$, $\tilde{\omega}^{LL} \in R^{m^{LL}}$, $\tilde{\omega}^{JK} \in R^{m^{JK}}$

$\tilde{\omega}^{KL} \in R^{m^{KL}}$, $\tilde{\omega}^{LM} \in R^{m^{LM}}$, $W^{JJ} \in R^{n^J \times n^J}$, $W^{KK} \in R^{n^K \times n^K}$, $W^{LL} \in R^{n^L \times n^L}$, $W^{JK} \in R^{n^J \times n^K}$, $W^{KL} \in R^{n^K \times n^L}$, $W^{LM} \in R^{n^L \times n^M}$) 독립적인 가중치의 적응알고리즘만 유도할 수 있다면, 제한 조건에 의해 모든 가중치의 변화량을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$DW_{pq}^{JJ} = -\eta \sum_{i=1}^{m^J} \left(\frac{\partial W_{pq}^{JJ}}{\partial \omega_i^J} \right)^{-1} D\omega_i^J \quad (3)$$

(p = 1, 2, ..., n^J q = 1, 2, ..., n^J)

$$DW_{pq}^{JK} = -\eta \sum_{i=1}^{m^{JK}} \left(\frac{\partial W_{pq}^{JK}}{\partial \omega_i^{JK}} \right)^{-1} D\omega_i^{JK} \quad (4)$$

(p = 1, 2, ..., n^J q = 1, 2, ..., n^K)

여기서 η 은 수렴상수이다. DW_{pq}^{JJ} 는 J층의 p번째와 J층의 q번째 유니트사이의 가중치의 변화량이며, DW_{pq}^{JK} 는 J층의 p번째와 K층의 q번째 유니트사이의 가중치의 변화량이다.

다음에서는 가중치들사이의 제한조건을 갖는 일반화된 CLMS-알고리즘을 유도해 보기로 한다. 수식을 간단히 표현하기 위하여 알고리즘은 그림 5와같이 입력층을 제외하고 3개의 층이 있는 경우에 대하여 유도하기로 한다. 오차함수 또는 에너지 함수 E를 다음과 같이 정의한다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{n^J} [T_p - y_p^J]^2 = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{n^J} e_p^2 \quad (5)$$

여기서 y_p^J 는 마지막층 유니트에서의 출력을 나타낸다. 일반적으로 초기에 실제출력값 y_p^J 는 목표값 T_p 와 일치하지 않을것이다. J층 유니트에서의 출력값은 다음과 같다. (p = 1, 2, ..., n^J ; $W_{pq} = 0$)

$$y_p^J = \sum_{q=1}^{n^K} W_{pq}^{JK} y_q^K + \sum_{q=1}^{n^L} W_{pq}^{JJ} y_q^J$$

독립적인 가중치벡터중 (i) 번째항인 $\omega^{(i)}$ 와 $\omega^{(K)}$ 에 대해 에너지 함수 E를 미분 하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{(i)}^{JJ}} = -\sum_{p=1}^{n^J} e_p \frac{\partial y_p^J}{\partial \omega_{(i)}^{JJ}} \quad (i = 1, 2, \dots, m^{JJ}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{(i)}^{JK}} = -\sum_{p=1}^{n^J} e_p \frac{\partial y_p^J}{\partial \omega_{(i)}^{JK}} \quad (i = 1, 2, \dots, m^{JK}) \quad (7)$$

먼저 (6) 식으로부터 다음을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{(i)}^{JJ}} = \sum_{p=2}^{n^J} \Delta_p^J \sum_{q=1}^{p-1} \frac{\partial W_{pq}^{JJ}}{\partial \omega_{(i)}^{JJ}} y_q^J \quad (8)$$

여기서, $\Delta_p^J = -\sum_{i=p}^{n^J} e_i^J R_{ip}^{JJ}$ (임의 p 유니트에 대해)

R_{pq}^{JJ} : J 층의 임의 유니트 p와 q에서 가능한 모든 경로 가중치곱의 합

I_{pq}^{JJ} : J 층의 임의 유니트 p와 q에서 가능한 경로 가중치곱

$$\begin{aligned}
 R_{pq}^{JJ} &= 1 & , p=q \\
 R_{pq}^{JJ} &= \sum I_{pq}^{JJ} & , p \neq q
 \end{aligned}$$

예를 들면 p와 q사이의 임의의 한 유니트를 지나는 가능한 경로 가중치곱 W_{pq}^J 은 다음과 같이 정의한다.

$$W_{pq}^J = \sum_{i=q-1}^p W_{pi}^J W_{ij}^J \quad (p < i < q)$$

임의의 두 유니트를 지나는 경우,

$$W_{pq}^J = \sum_{i,j=q-1}^p W_{pi}^J W_{ij}^J W_{jq}^J \quad (p < i, j < q)$$

가능한 모든 유니트를 지나는 경우,

$$W_{pq}^J = \sum_{i,j,k,\dots,q-1} W_{pi}^J W_{ij}^J \dots W_{kq}^J \quad (p < i, j, \dots, k < q)$$

으로 정의한다.

만약 $p = n^1, q = p - 3$ 이면

$$R_{pq}^J = \sum_{i=p-1}^{p-1} C_i^J = W_{pq}^J + W_{p,p-1}^J W_{p-1,q}^J + W_{p,p-2}^J W_{p-2,q}^J + W_{p,p-1}^J W_{p-1,p-2}^J W_{p-2,q}^J$$

다시 (7) 식으로부터 다음을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{(i)}^{JK}} = \sum_{p=1}^J \Delta_p^J \sum_{q=n^k}^1 \frac{\partial W_{pq}^{JK}}{\partial \omega_{(i)}^{JK}} y_q^K \quad (9)$$

여기서,

$$\Delta_p^J = - \sum_{i=p}^J c_i^J R_{ip}^J$$

이다. (임의 p 유니트에 대해)

마찬가지로, K층 유니트에서는 위와 동일한 방법으로 다음과 같이 순차적 (recursively) 으로 유도된다.

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{(i)}^{KK}} = \sum_{p=2}^K \Delta_p^K \sum_{q=1}^{p-1} \frac{\partial W_{pq}^{KK}}{\partial \omega_{(i)}^{KK}} y_q^K \quad (10)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{(i)}^{KL}} = \sum_{p=1}^K \Delta_p^K \sum_{q=1}^{n^L} \frac{\partial W_{pq}^{KL}}{\partial \omega_{(i)}^{KL}} y_q^L \quad (11)$$

여기서, K층의 임의 p유니트에서 정의되는 오류 역전 (Error Back) 은

$$-e_p^K = \sum_{q=1}^{n^L} \Delta_q^J W_{qp}^{JK} \quad (12)$$

이다.

적용화 과정이란 수학적으로 총 에너지 함수가 0이 되는 가중치를 구하는 것이다. 수렴곡면이 전체적으로 오목 (globally concave)하다면 최급하강법 (steepest descent)을 사용하여 가중치를 변화시켜 최소점으로 찾아갈 것이다. 따라서 독립적인 가중치의 변화량은 다음과 같다.

$$D\omega_{(i)}^J = \frac{\partial E}{\partial \omega_{(i)}^J} \quad (13)$$

$$D\omega_{(i)}^K = \frac{\partial E}{\partial \omega_{(i)}^K} \quad (14)$$

이와 같이 독립적인 가중치의 변화량을 구하면, 제한 조건에 의해 모든 가중치의 변화량은 식(3)과 식(4)에서 구할 수 있다.

이상에서 유도한 적응 알고리즘은 일반화된 CLMS 알고리즘으로 적용하고자하는 문제에 따라 간략화 할 수 있다. 일례로 현재의 출력이 과거의 출력에 영향을 받지않는다면 다음과 같은 제한 조건과 식(9), 식(11)로 CLMS알고리즘을 간략화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} R_{pq}^J &= 1 & , p &= q \\ R_{pq}^J &= 0 & , p &\neq q \end{aligned} \quad (15)$$

만약 네트워크의 가중치가 모두 독립적인 변수일경우, 이러한 제한조건에 의한 특정 (p)유니트와 (q)유니트사이의 가중치의 변화량은 다음과 같다.

$$\frac{\partial E}{\partial W_{(p)(q)}^J} = \Delta_{(p)}^J y_{(q)}^J \quad (16)$$

$$\frac{\partial E}{\partial W_{(p)(q)}^{JK}} = \Delta_{(p)}^J y_{(q)}^{JK} \quad (17)$$

$$\frac{\partial E}{\partial W_{(p)(q)}^{KK}} = \Delta_{(p)}^K y_{(q)}^{KK} \quad (18)$$

$$\frac{\partial E}{\partial W_{(p)(q)}^{KL}} = \Delta_{(p)}^K y_{(q)}^{KL} \quad (19)$$

LMS알고리즘이 FIR 필터 (Finite Impulse Response Filter)를 사용하는 LMS (Least Mean Square) 알고리즘과 IIR 필터 (Infinite Impulse Response Filter)를 사용하는 RLMS (Recursive LMS) 알고리즘으로 나누어지듯이, 식 (9), (11), (15)는 CLMS (Constrained Least Mean Square) 알고리즘으로 식 (8), (9), (10), (11)은 CRLMS (Constrained Recursive LMS) 알고리즘으로 각각 정의 할 수 있다.

이 절에서 제안한 적응 알고리즘의 특징은 독립적인 가중치에 대한 시스템의 오차를 역방향으로 추정할 수 있고, 가중치의 제한조건을 유지하면서 페루프 적응화를 수행할 수 있다는 것이다.

2.2 제안한 CLMS (Constrained Least Mean Square) 알고리즘의 간단한 응용예제

다음은 그림 6처럼 적응기 앞에 이미 알고있는 플랜트 (known plant)가 있을 경우, 페루프 적응화에 대한 CLMS알고리즘의 응용에 대해 살펴 보겠다. 이처럼 적응기앞에 플랜트가 있는 경우는 어떤 시스템을 구현하는데 있어서 흔히 볼 수 있는 상황이다. 이러한 경우 적응화과정에서는 플랜트의 역모델을 구하여 오차를 온라인 (on-line)으로 추정 (estimation) 해야하는 문제점이 있다. 그러나 앞에서 제안한 CLMS 알고리즘은 플랜트의 역모델이 없어도 식 (12)에 의해 오차를 역방향으로 추정할 수 있는 장점이 있다. 만약 적응기가 동적인 인과 (causal) 시스템이라면 이는 하나의 제한조건으로 놓을 수 있다. 이러한 제한조건에 따라 $p < q$ 인 가중치는 모두 0이므로 그림 7와 같은 네트워크로 재구성할 수 있으며, 각 가중치는 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} W_{n^L}^{KL} &= W_0(m), W_{n^L-1}^{KL} = W_0(m-1), W_{n^L-2}^{KL} = W_0(m-2) \\ W_{n^L}^{KL} &= W_1(m), W_{n^L-1}^{KL} = W_1(m-1), W_{n^L-2}^{KL} = W_1(m-2) \\ W_{n^L}^{KL} &= W_2(m), W_{n^L-1}^{KL} = W_2(m-1), W_{n^L-2}^{KL} = W_2(m-2) \end{aligned} \quad (20)$$

그림 7처럼 플랜트는 알고있다고 가정하였으므로 가중치를 $W_{ij}^K = h_k$ 로고정시킬 수있다. 이 네트워크는 출력이 입력에 의해서만 결정되므로 각 층은 모두 FIR필터 이다. 따라서 적응 알고리즘은 앞에서 제안한 CLMS알고리즘중 (9), (11), (15)식에 해당된다고 볼 수있다. 따라서 제한조건을 $W_i(m-k) = W_i(m)$ 로 보았을때 그림 8과 같은 간단한 경우에 대해 페루프 적응화를 수행해 보자 ($i = 0, 1, 2, \dots, k = 0, 1, 2, \dots$). 여기서 전달함수 H_1 (FIR)과 H_2 (FIR)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H1(Z) &= 1 + 1.8Z^{-1} + 0.9Z^{-2} \\ H2(Z) &= 2 - 3.6Z^{-1} + 2.6Z^{-2} \end{aligned}$$

$$H_2 = \hat{H}_2$$

인과 (causal) 시스템이라는 제한조건을 유지할 수 있는 CLMS-알고리즘이 때루프 적응화가 가능한지를 살펴보고 그 효율성을 검증하기로 한다. 이상의 제한조건에 따라 모의 실험을 한 결과는 그림 9과 같다. 빠른 수렴속도를 보였으며, H_1 의 변수는 다음과 같이 잘 규명되었음을 알수있다.

	H_1	\hat{H}_1
1	1	1.000077978
2	1.8	1.79997925
3	0.9	0.899940280

이 네트워크는 때루프 적응화 과정에서 제한조건에 의해 현재 뿐만 아니라 과거의 출력신호도 함께 사용한다. 따라서 적응화과정에서 계산량은 늘지만, 수렴속도가 빠르고 안정성이 향상됨을 알수있다.

2.3 CLMS (Constrained Least Mean Square) 알고리즘을 이용한 능동 소음제어 (Active Noise Control)

본절에서는 능동소음제어에 널리 이용되고 있는 filtered-x LMS-알고리즘을 간단히 살펴보고 이알고리즘의 문제점을 파악하여 CLMS 알고리즘으로부터 보다 효율적인 제한 filtered-x LMS 알고리즘을 유도해보고, 두 알고리즘사이의 관계를 살펴보기로 한다⁽⁶⁾.

filtered-x LMS 알고리즘은 그림7과 같이 오차계로 정의되는 전달함수가 p 차수의 FIR 필터 $H = [h_0, h_1, \dots, h_p]^T$ 로 평가오차 없이 오프라인 (off-line) 모델링되었다고 가정하고, 적응제어기를 q 차수의 FIR 필터 $W = [w_0(m), w_1(m), \dots, w_q(m)]^T$ 로 적응화하는 알고리즘이다. 이경우 음향학적 궤환 (acoustic feedback)은 오프라인 모델링에 의해 보상되었다고 가정한다.

오차마이크로폰에서 측정된 잔류소음 $e(m)$ 는 원소음 $T(m)$ 과 제어음 스피커에 의하여 발생된 2차소음의 음향학적 간섭의 결과로 다음과 같다.

$$e(m) = T(m) - \sum_{k=0}^q h_k w_i(m-k) \hat{x}(m-k-i) \quad (21)$$

이러한 순간적 잔류소음의 자승치를 최소화하기 위하여 최급하강법 (steepest descent)에 의해 제어기의 필터계수를 매생플마다 피귀적으로 적응 시키면, 필터계수는 최종적으로 최적필터인 Wiener 필터 W^* ⁽⁶⁾에 수렴하게 될 것이다. 적응 알고리즘은 다음과 같다. ($i=0,1,\dots,q$)

$$w_i(m+1) = w_i(m) - \eta \frac{\partial e(m)^2}{\partial w_i(m)} = w_i(m) - 2\eta e(m) \frac{\partial e(m)}{\partial w_i(m)} \quad (22)$$

여기서 η 는 수렴상수이다.

만약 제어기 $W(m)$ 가 시불변 (time invariant)이라고 가정하면 다음의 식이 성립된다. ($i=0,\dots,q; k=0,\dots,p$)

$$w_i(m-k) = w_i(m) \quad (23)$$

따라서 이 가정에 의해 적응 알고리즘을 요약하면 다음과 같다. ($i=0,1,\dots,q$)

$$w_i(m+1) = w_i(m) + 2\eta e(m) \sum_{k=0}^p h_k \hat{x}(m-k-i) \quad (24)$$

식(24)는 능동소음제어에 널리 이용되고 있는 filtered-x LMS 알고리즘이다.

그러나 filtered-x LMS 알고리즘은 다음과 같은 두가지 문제점이 있다. 첫째, 식(24)는 제어기가 수렴과정하의 변이상태에 있을 경우에는 성립될 수 없는 가정이다. 둘째, H 가 일반적인 충격응답함수의 특성을 갖는 경우에는 filtered-x LMS 알고리즘의 수렴특성을 정량적으로 정확히 파악하는 것이 현실적으로 가능하지 않다. Snyder⁽⁷⁾, Morgan⁽⁸⁾ 등은 자연 최소자승오차법에서와 같이 H 가 순수한 시간지연의 특성을 갖는 경우에 한하여 다음과 같은 수렴상수 η 의 수렴범위를 규명하였다.

$$0 < \eta < \frac{1}{(q+1) h_0^2 \sigma_x^2} \sin^2\{\pi/(4n+2)\} \quad (25)$$

여기서, σ_x^2 는 제어기 입력신호의 분산이다.

식(25)에서 알 수 있는 바와 같이 지연 최소자승오차법의 수렴계수의 수렴범위는 H 의 시간지연 샘플수 n 이 커지게 됨에 따라 수렴계수의 범위가 매우 작게 되어 제어기의 적응속도는 낮아진다.

이러한 문제점들을 해결하기위하여 제한 filtered-x LMS 알고리즘을 유도하기로 한다. CLMS 알고리즘으로부터 제한 filtered-x LMS 알고리즘을 유도하기 위해서는 식(23)을 하나의 제한조건 (constraint)으로 보고 변이 과정에서도 만족하는 새로운 오차신호 $\epsilon(m)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\epsilon(m) = d(m) - \sum_{k=0}^q h_k w_i(m) \hat{x}(m-k-i) \quad (26)$$

여기서, 오차신호 $\epsilon(m)$ 는 오차마이크로폰에서 측정된 잔류소음신호 $e(m)$ 로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\epsilon(m) = e(m) - \sum_{k=0}^p \sum_{i=0}^q h_k w_i(m) \hat{x}(m-k-i) + \sum_{k=0}^p \sum_{i=0}^q h_k w_i(m-k) \hat{x}(m-k-i) \quad (27)$$

$$= e(m) - \sum_{k=1}^p \sum_{i=0}^q h_k w_i(m) \hat{x}(m-k-i) + \sum_{k=1}^p h_k y(m-k) \quad (28)$$

여기서 $y(m-k) = \sum_{i=0}^q w_i(m-k) \hat{x}(m-k-i)$, ($k=1,\dots,p$) 이다.

동일한 방법으로 적응알고리즘을 다음과 같이 구할 수 있다. ($i=0,1,\dots,q$)

$$w_i(m+1) = w_i(m) - \eta \frac{\partial \epsilon(m)^2}{\partial w_i(m)} = w_i(m) + 2\eta e(m) \sum_{k=0}^p h_k \hat{x}(m-k-i) \quad (29)$$

식 (29)에서 알 수 있듯이 제한 filtered-x LMS 알고리즘은 $f(m-i) = \sum_{k=0}^p h_k \hat{x}(m-k-i)$ 를 입력신호로 하는 LMS 알고리즘이다. 따라서, 제한 filtered-x LMS 알고리즘은 LMS 알고리즘과 동일한 방법으로 일반적인 충격응답함수 H 에 대해 수렴계수 허용범위 η 를 다음과 같이 구할 수 있다⁽²⁾.

$$0 < \eta < \frac{1}{(q+1) \sigma_f^2} \quad (30)$$

여기서, σ_f^2 는 $f(m-i)$ 신호의 분산이다. 따라서 수렴계수의 범위는 H 의 시간지연 샘플수 n 에 관계없으므로 filtered-x LMS 알고리즘보다 수렴속도가 빠르고 안정함을 알 수 있다.

이밖에도 음향학적 귀환계를 온라인 (on-line)으로 보상하는 filtered-u LMS 알고리즘의 경우에도 제한 filtered-x LMS 알고리즘과 동일한 방법으로 제한 filtered-u LMS 알고리즘을 유도할 수 있다.⁽⁶⁾

3. 결론

본 논문에서는 제한조건을 갖는 미지의 시스템을 온라인으로 모델링하기 위하여 CLMS와 CRLMS 알고리즘을 제안하였고, 이를 이용하여 능동소음제어 알고리즘인 제한 filtered-x LMS 알고리즘을 유도하였다. 이 알고리즘은 가중치의 제한조건을 유지하면서 페루프 적응화를 수행하는 새로운 적응제어 알고리즘이다. 이 알고리즘의 특징은 오차를 역방향으로 전달함으로써 시스템을 효율적으로 모델링할 수 있고, 새로 정의된 오차신호는 보다 안정되고 빠른 수렴속도를 보장한다. 앞으로 보다 다양한 시스템에 응용되리라 기대된다.

4. 참고문헌

- (1) A.Roure, " Self Adaptive Broadband Active Sound Control System , " J. Sound and Vibration, Vol. 101(3), pp.429-441, 1985
- (2) B. Widrow and S. D. Stearns, 1985, "Adaptive Signal Processing," Prentice Hall.
- (3) 나 피 승, 박 영 진 " 제한 최소 자승오차법에 관한 연구," 대한 기계 학회 (submitted)
- (4) Rumelhart, D.E. and Mc. Clelland, J.L., 1986, "Parallel Distributed Processing," MIT Press.
- (5) 나 피 승, 1992, "제한 신경회로망에 관한 연구," 한국과학기술원 석사학위논문.
- (6) In Soo Kim, Hee Seung Na, Kwang Joon Kim, Young Jin Park, " Constrained LMS Algorithm for the Active Control of Noise in Ducts , " J. Acoust. Soc. Am. (submitted)
- (7) S.D.Snyder, C.H.Hansen, " The Influence of Transducer Transfer Functions and Acoustic Time Delays on the Implementation of the LMS Algorithm in Active Noise Control Systems, " J. Sound and Vibration, Vol.141(3), pp.409-424, 1986
- (8) A.Femer, E.Weindein, " Convergence Analysis of LMS Filter with Uncorrelated Gaussian Data, " IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-33, No.1, pp.222-229, 1985
- (9) D.R.Morgan, " An Analysis of Multiple Correlation Cancellation Loops with a Filter in the Auxiliary Path, " IEEE Trans. ASSP, ASSP-28, pp. 454-467, 1980

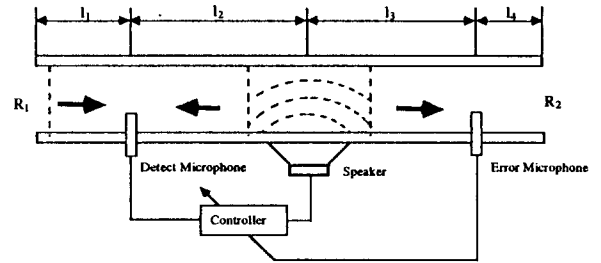


Fig. 1 Schematic diagram of active noise control system

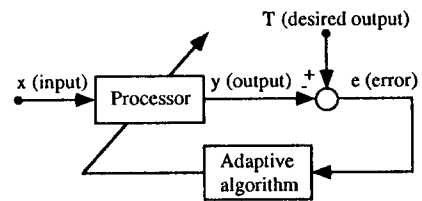


Fig. 2 Closed-Loop Adaptation

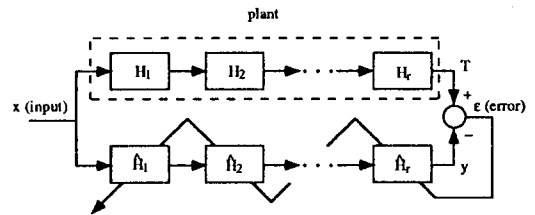


Fig. 3 Block diagram of multi-system modeling

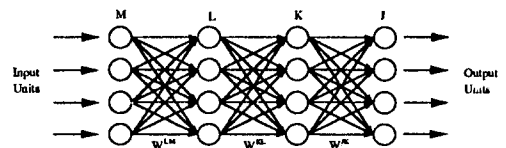


Fig. 4 Multi-layer Perceptron

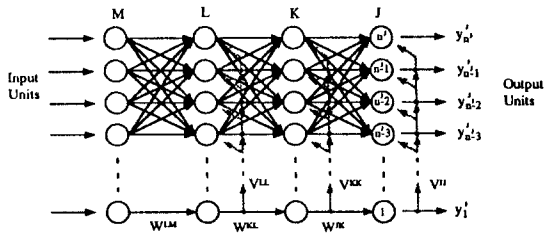


Fig. 5 Constrained LMS network structure

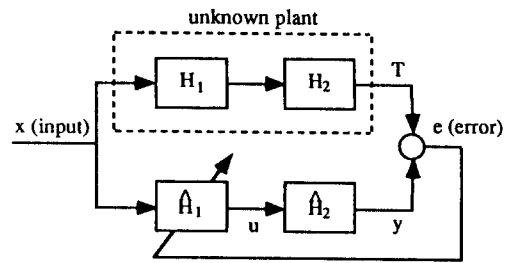


Fig. 8 Configuration for system identification

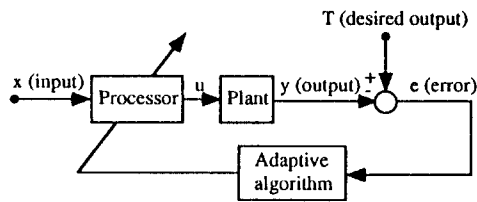


Fig. 6 Closed-Loop Adaptation placed forward of plant

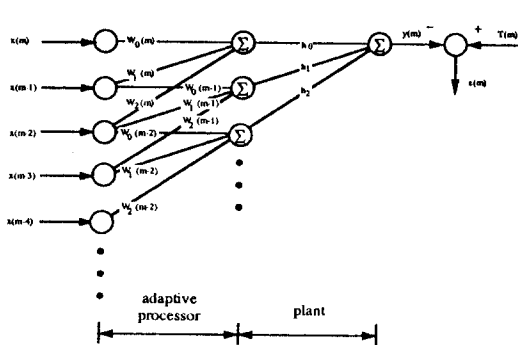
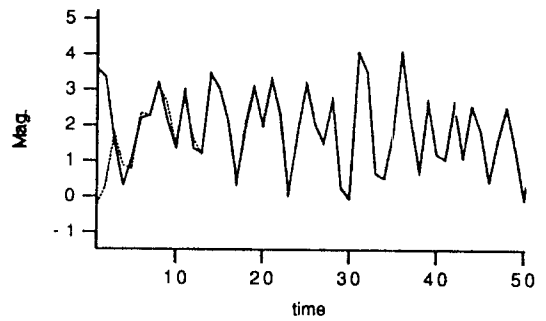


Fig. 7 Network structure for constrained condition

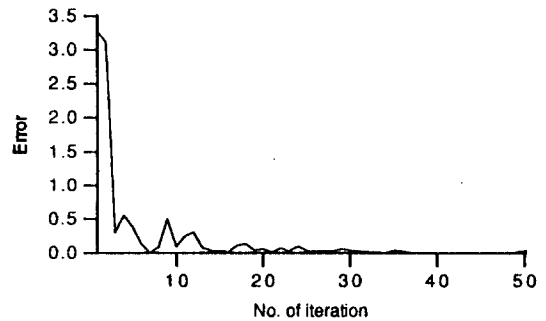


Fig. 9 Response of constrained network structure