

最小自乘法에 의한 入·反射波의 分離

朴佑善*, 吳榮敏*, 全仁植*, 徐慶德*, 李達秀*

1. 結論

入射波와 反射波의 分離는 水理模型實驗에 있어서 기본적인면서도 대단히 중요한 問題이다. 최근까지 개발된 分離技法으로는 Goda and Suzuki (1976)의 2점법과 Mansard and Funke (1980)의 3점법을 들 수 있다. 2점법은 두 지점에서의 波高를 관측하여 분리하는 技法으로 두 지점사이의 距離에 따라 해가 存在하지 않는 波浪條件이 存在하며 水槽에서 발생되는 橫波, 비선형 波浪相互干涉, signal noise, 測定誤差 등에 敏感한 단점이 있다. 이에 반해 3점법은 이러한 문제들을 어느 정도 完化시킬 수 있는 기법이다.

본 연구에서 개발한 技法은 각 波高計로 부터 계측된 자료에 포함된 에러의 供給의 합을 最小化하여 入射波와 反射波를 분리하는 方法으로 Mansard and Funke (1980)의 3점법과 에러를 最小화한다는 면에서는 同一하다. 본 方法의 妥當性 및 適用性을 파악하기 위하여 規則波 및 不規則波에 대한 실험을 數值的으로 수행하였다.

2. 入·反射波의 分離

波高가 a_1 이고 振動數가 ω 인 規則波가 構造物에 入射할 경우 構造物 전면에서의 파랑은 入射波와 反射波의 重疊으로 표시가 가능하다. 이때의 入사파와 反사파는 Fig. 1에 보인 바와 같이 構造物의 前方에 2개 이상의 波高計를 설치하여 計測함으로써 分離가 가능하다.

入사파(η_I)와 反사파(η_R)를 다음과 같이 調和函數로 나타냈을 때,

$$\eta_I(t) = a_I \cos(\kappa x - \omega t + \epsilon_I) \quad (1)$$

$$\eta_R(t) = a_R \cos(\kappa x + \omega t + \epsilon_R) \quad (2)$$

각 파고계로부터 계측된 파랑은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\eta_k(t) = a_I \cos(\kappa l_k - \omega t + \epsilon_I) + a_R \cos(\kappa l_k + \omega t + \epsilon_R) + e_k(t) \quad (3)$$

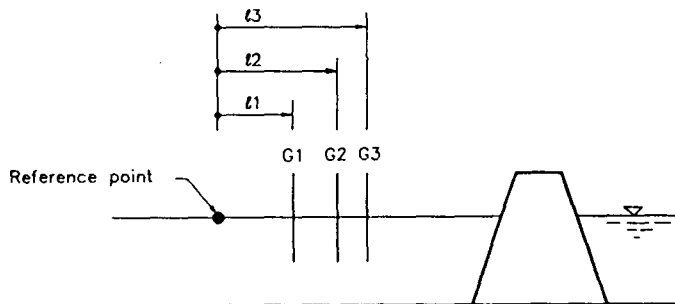


Fig. 1 Definition sketch.

* 韓國海洋研究所 海洋工學研究室

여기서, $e_k(t)$ 는 k-번째 波高計에 計測된 波浪의 비선형 相互干涉, signal noise 등에 起因한 계측에러를 나타내며, l_k 는 口の 基準點으로부터 k-번째 파고계의 位置를 나타낸다. 下添字 I 와 R은 각각 入射波와 反射波를 의미한다.

식 (3)은 다음과 같이 재정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \eta_k(t) = & X_1 (\cos \omega t \cos \kappa l_k + \sin \omega t \sin \kappa l_k) \\ & + X_2 (\cos \omega t \cos \kappa l_k - \sin \omega t \sin \kappa l_k) \\ & + X_3 (- \cos \omega t \sin \kappa l_k + \sin \omega t \cos \kappa l_k) \\ & + X_4 (- \cos \omega t \sin \kappa l_k - \sin \omega t \cos \kappa l_k) \\ & + e_k(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, X_j 는 입·반사파의 波高 및 位相에 관련된 未知의 계수로 다음과 같다.

$$X_1 = a_I \cos \epsilon_I \quad (5a)$$

$$X_2 = a_R \cos \epsilon_R \quad (5b)$$

$$X_3 = a_I \sin \epsilon_I \quad (5c)$$

$$X_4 = a_R \sin \epsilon_R \quad (5d)$$

入射波와 反射波를 分離하기 위한 計測시스템의 에러를 다음과 같이 $N (\geq 2)$ 개의 파고계로 부터 計測된 signal에 포함된 에러 계급의 總合으로 정의하였을 때,

$$E = \sum_{k=1}^N \int_0^{T_m} (e_k(t))^2 dt \quad (6)$$

입·반사파의 파고 및 위상은 이를 X_j 에 대해서 最小化함으로써 구할 수 있다.

$$\frac{\partial E}{\partial X_j} = 0 \quad (7)$$

즉, 이로부터 얻어지는 다음의 선형 대수방정식에서 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ & & c_{33} & c_{34} \\ \text{symm.} & & & c_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서, c_{ij} 는 식 (4) 우변의 X_j 에 곱해진 계수에 관련되며, F_j 는 이 계수와 각 파고계로 부터 計測된 signal에 관련된다.

식 (8)로부터 X_j 가 계산되면, 入射波 및 反射波의 位相은 다음의 식으로부터 구할 수 있으며,

$$\epsilon_1 = \tan^{-1} \frac{X_3}{X_1} \quad (9a)$$

$$\epsilon_R = \tan^{-1} \frac{X_4}{X_2} \quad (9b)$$

波高는 다음으로 부터 계산된다.

$$a_1 = \frac{X_1}{\cos \epsilon_1} \quad \text{or} \quad \frac{X_3}{\sin \epsilon_1} \quad (10a)$$

$$a_R = \frac{X_2}{\cos \epsilon_R} \quad \text{or} \quad \frac{X_4}{\sin \epsilon_R} \quad (10b)$$

入射波浪이 規則波가 아닌 不規則波인 경우에도 上記의 과정을 적용할 수 있다. 즉, 각 파고계로부터 計測된 signal을 Fourier 變換하여 각 波浪成分별로 적용하면 分離이 가능하다.

3. 例題解析

本 研究에서 開發한 方法의 妥當性 및 適用性을 把握하기 위하여 數值實驗을 수행하였다. Fig. 2에 보인 바와 같이 水深 50 cm에 3개의 파고계를 間격 50cm와 30cm로 設定하여 實驗하였다.

Fig. 3과 4에 보인 結果는 規則波에 대한 數值實驗결과로 2개의 지점으로 부터 計測된 자료를 사용한 경우(2 pts)와 3개를 사용한 경우(3 pts)에 대한 것이다. 實驗波浪은 入射波高 a_1 0.2 m, 反射波高 a_R 0.15 m이며 位相 ϵ_1 와 ϵ_R 은 각각 1.0, 2.0이다. Fig. 3은 計測資料에 noises가 없는 경우이며, Fig. 4는 入射波高의 10% 정도에 해당하는 wide banded noise가 있는 경우에 대한 것이다. 두 결과를 살펴보면, 2개의 파고계를 사용하는 경우는 入射波長(L)에 대한 두 파고계間의 間隔(l_0) 比가 0.5, 1.0 부근에서 잘 分離하지 못하지만, 3개의 파고계를 사용한 경우는 모든 實驗波浪條件에 대해서 좋은 결과를 보이고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5와 6은 不規則波 實驗에 대한 결과이다. 實驗波浪은 水深 50 cm에서 유의파고($H_{1/3}$)가 0.2 m이고, 유의주기($T_{1/3}$) 2.0 sec인 Bretschneider-Mitsuyasu 스펙트럼(舍田良實, 1987)으로 특징되는 파랑을 사용하였다. 반사파의 경우도 같은 스펙트럼을 사용하였으며(유의파고 0.15 m, 유의주기 2.0 sec), 計測 error는 入射 유의파고의 10% 정도에 해당하는 wide banded noise를 사용하였다. 파고계間의 間격은 규칙파실험의 경우와 같이 50 cm와 30 cm로 설정하였다. Fig. 5는 2點法과 3點法에 의해 分離된 入射波浪 스펙트럼을 서로 비교한 것으로 3點법은 비교한 모든 파

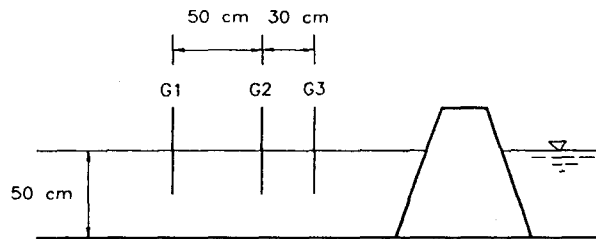


Fig. 2 Example analysis

랑조건에 대해서 입사파랑과 잘 일치함을 볼 수 있으나, 2점법의 경우는 1.2 - 1.4 Hz 부근에서 좋지 않은 결과를 보이고 있음을 알 수 있다. 이 주파수 부근은 入射波長(L)에 대한 파고계 간격(l_0)이 0.5부근으로 2점법으로는 해결할 수 없는 문제이다. Fig. 6은 入射波의 시계열과 3점법에 의해 분리된 입사파 시계열을 서로 비교하여 나타낸 것으로 상당히 잘 맞고 있음을 알 수 있다.

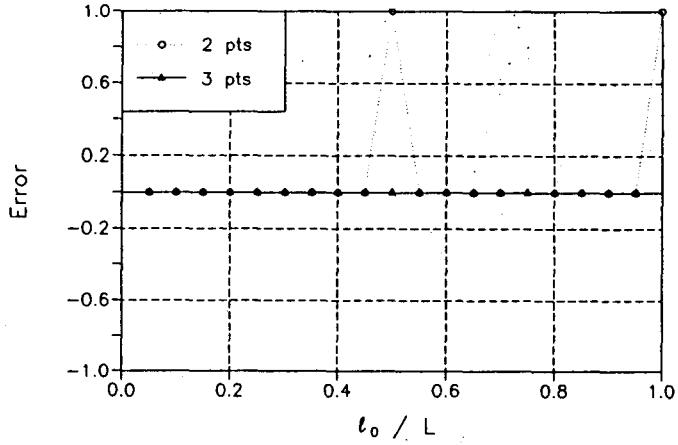


Fig. 3 Relative error between target and estimated incident waves w/o noises.

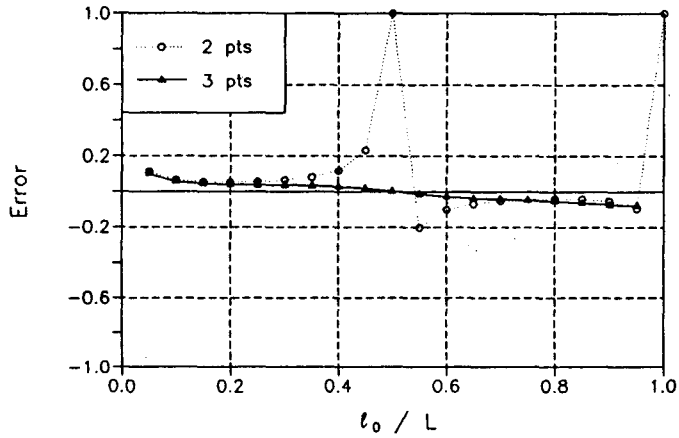


Fig. 4 Relative error between target and estimated incident waves w/ noises.

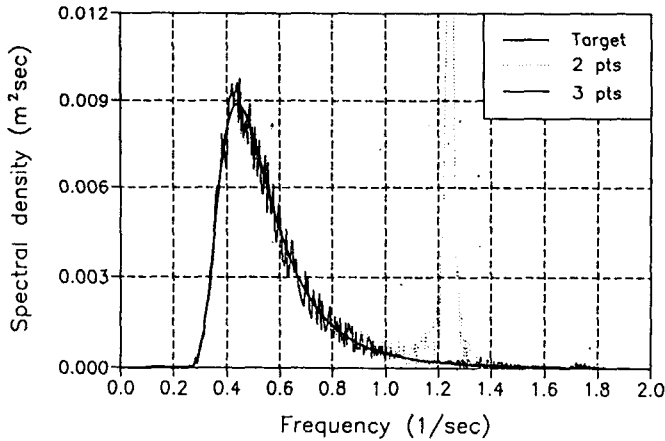


Fig. 5 Comparison of estimated incident wave spectra.

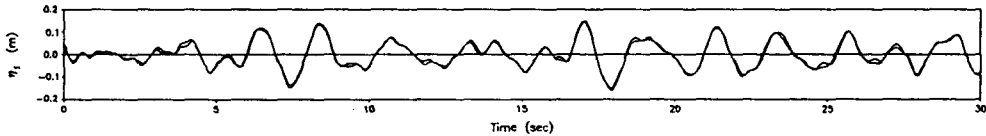


Fig. 6 Time series of target and estimated incident waves.

4. 結論

本論文에서는 水理模型實驗의 基本的 先決要件인 入射波의 결정을 위해 필요한 入·反射波의 分離方法에 대해서 研究하였다. 본 연구에서는 開發한 方法은 각 파고계로부터 計測된 資料에 포함된 에러의 供給의 합을 最小化하여 入射波와 反射波를 分離하는 技法이다.

본 方法의 妥當性 및 適用性을 把握하기 위한 規則 및 不規則波에 대한 數值실험결과, 계속에러가 없는 경우는 거의 완벽하게 分離가 가능하며, 계속에러의 정도가 入射波高의 10%정도일 경우에도 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 알고리즘상 2개이상의 파고계를 사용하면 分離가 가능하나 2개를 사용할 경우 해가 존재하지 않는 特定 波浪條件이 존재하므로 3개 이상의 파고계사용이 권장된다.

參考文獻

- Goda, Y. and Suzuki, Y. 1976. Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments, Proc. 15th Coastal Engineering Conference, pp. 828-845.
- Mansard, E.P.D. and Funke, E.R. 1980. The measurement of incident and reflected spectra using a least square method, Proc. 17th Coastal Engineering Conference, pp. 191-206.
- 合田良實. 1987. 數值シミュレーションによる波浪のスペクトルと統計的性質. 第34回海岸工學講演會論文集, pp. 131-135.