

淺海波浪 變形豫測을 위한 拋物形 近似 모델

Parabolic Approximation Model for Wave Deformation Prediction in the Shallow Water

李 東 洙* 金 崇 慶*

1. 서론

파랑변형 예측모델로서는 橢圓形 편미분 방정식 형태인 완경사 방정식(Berkhoff, 1972)이 있으며 이는 파랑의 굴절, 회절, 반사등의 변형을 재현할 수 있으나 수치해석상 어려운점이 있으며 많은 기억용량과 계산시간이 소요되어 일반적이지 못한 단점이 있다. 또한 파랑의 제 변형 현상을 거의 모두 표현할 수 있는 雙曲形 방정식(伊藤, 谷本, 1972)은 해의 정확도는 상당히 우수한 장점이 있으나 막대한 계산시간과 기억용량이 소요되어 실제 적용상에 어려움이 많다. 따라서 이러한 단점을 보완하기 위하여 포물형 근사식이 Radder(1979)에 의하여 제시되었다. 이것은 수치해석이 간편하고 계산시간이 상당히 단축되는 장점은 있으나 좌표축과 파랑의 진행방향이 일치하지 않을 때 해의 정확도는 급속히 저하된다.

본 연구에서는 Kirby(1986)의 식으로부터 포물형 근사식을 유도하여 좌표축과 진행방향이 다소 차가 있어도 적용 가능하도록 하였으며 碎波減衰 및 底面摩擦에 의한 에너지 감쇠효과를 고려한 수치모델을 개발하여 伊藤, 谷本(1972)등의 圓形淺堆 실험결과와 수치계산결과를 비교하였다. 쇄파대 내에서 에너지 감쇠에 따른 파고변화를 波形傾斜별로 실험하여 Horikawa(1966)등의 실험결과와 비교 검토하였으며, Watanabe(1986)의 계산결과와도 비교하였다. 또한 비선형 효과를 고려한 橢圓形淺堆 주변에서의 수치계산 결과와 Berkhoff(1982)등의 실험결과와 비교하여 본 모델의 타당성을 확인하고자 하였다.

2. 포물형 근사식 및 에너지 감쇠항

천해파랑 변형에 대한 포물형 근사식의 유도는 비정상 상태의 완경사 방정식인 Kirby(1986)의 식을 이용하였다.

* (주)韓國海洋科學技術 (Korea Ocean Science and Engineering Corp., 175-9, Huam-Dong, Yongsan-Gu, Seoul 140-190, Korea)

$$\frac{D^2 \phi}{Dt^2} + (\nabla \cdot \vec{U}) \frac{D\phi}{Dt} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + (\sigma^2 - k^2 CC_g) \phi + (\sigma^2 - \omega^2) \phi = 0 \quad (1)$$

(1)식에서 정상상태를 가정하여 흐름을 무시하고 시간함수를 분리하면 Berkhoff(1972)의 환경사 방정식과 같은 다음식으로 된다.

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + \sigma^2 CC_g / C \cdot \phi = 0 \quad (2)$$

(2)식을 정리한후 $G = CC_g$ 라 두면 (3)식과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= -(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y}) \phi - \frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ &= -A \phi - B \frac{\partial \phi}{\partial x} \end{aligned} \quad (3)$$

윗식에서 ϕ 는 수면변동의 복소진폭으로써 이를 進行波 성분과 反射波 성분의 합으로 볼 수 있다. 즉 $\phi = \phi^+ + \phi^-$ 로 들 수 있다. 식(3)에서 회절항을 좀 더 엄밀히 해석하기

위하여 우변 제2 항 $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 도 함께 고려하면 식(4)와 같다.

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = -k_y^2 + (\frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2i k_y \frac{\partial}{\partial y} + i \frac{\partial^2 s}{\partial y^2}) \quad (4)$$

따라서 미분연산자 A는 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$A = k^2 - k_y^2 \quad (5)$$

식(5)를 이용하여 진행파 성분에 대하여 정리하면 (6)식과 같은 포물형 근사식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial \phi^+}{\partial x} = [i (k_x + \frac{k_y^2}{2k_x}) - \frac{1}{2k_x G} \frac{\partial}{\partial x} (k_x G) + \frac{i}{2k_x G} \frac{\partial}{\partial y} (G \frac{\partial}{\partial y})] \phi^+ \quad (6)$$

(6)식을 수면변위에 관한 식으로 고쳐쓰고 에너지 減衰項 f_d 를 추가하면 (7)식과 같다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = [i (k_x + \frac{k_y^2}{2k_x}) - \frac{1}{2k_x G} \frac{\partial}{\partial x} (k_x G)] \eta + \frac{i}{2k_x G} \frac{\partial}{\partial y} (G \frac{\partial \eta}{\partial y}) - f_d \eta \quad (7)$$

Izumiya(1984)등의 난류모델에 의한 에너지 보존식을 약간 수정하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (E C_g) = -\sqrt{2} C_f \frac{E^{3/2}}{\rho^{1/2} h^{3/2}} (\frac{2C_g}{C} - 1)^{3/2} - \gamma * \beta \frac{E^{3/2}}{\rho^{1/2} h^{3/2}} (\frac{2C_g}{C} - 1)^{1/2} \quad (8)$$

(7)식과 (8)식으로 부터 에너지 감쇠항 f_d 를 유도하면 다음과 같이 된다.

$$f_d = \frac{C_f}{C_g} \frac{E}{\rho g^{1/2} h^{3/2}} + \frac{1}{\sqrt{2} C_g} \beta_0 \left(\frac{E}{\rho g h^2} - M_{*s}^2 \right) \frac{E}{\rho g^{1/2} h^{3/2}} \quad (9)$$

기본 방정식(7)을 수치해석하기 위해 Crank-Nicolson 陰解法으로 차분화한 것이 (10)식이다.

$$a_1 \eta_{j+1}^i + b_1 \eta_j^i + c_1 \eta_{j-1}^i = a_2 \eta_{j+1}^{i-1} + b_2 \eta_j^{i-1} + c_2 \eta_{j-1}^{i-1} \quad (10)$$

3. 수치 해석

廣角의 입사각에 대한 실험을 伊藤 谷本(1972)의 수조실험과 유사하게 하여 계산한 결과를 Fig. 1에 도시하였다. 입사각이 크게 주어질 경우(30°, 45°)에도 상당히 근사한 결과를 보이고 있음을 알 수 있다. Fig. 2는 기본방정식에 부가한 에너지 감쇠항의 평가를 위해 波形傾斜(ka)를 0.1, 0.2, 0.4로 변화시켜 Hedges와 Dingemans의 비선형 분산관계식을 고려하여 계산한 결과이다. 두식에 의한 결과는 서로 유사하나 에너지 감쇠계수 f_d 에서 다소 차이가 보인다. 쇄파대 내에서의 에너지 감쇠효과에 따른 파고변화를 Horikawa(1966)등의 실험결과와 비교하였다. 실험에 사용된 입사파의 주기는 $T=1.56\text{sec}$ 로 일정하게 주었고 파고를 변화시켜 실험하였다. 저면경사는 1/65로 고정하였다. 실험에서 파형경사는 0.204, 0.167, 0.119, 0.079가 사용되었다. 실험결과는 Fig. 3에 도시되었으며 두 결과가 상당히 일치하는 것으로 나타났다. Fig. 4는 Watanabe(1986)의 계산결과와 본 모델의 계산결과를 비교한 것으로 底面摩擦에 의한 영향이 잘 나타나 있다. 파랑의 비선형성이 강하게 나타나는 타원형 천퇴주변에서의 파랑변형을 검토하기 위하여 Berkhoff(1982)가 사용한 실험제원을 그대로 이용하였으며, 선형 분산식 및 비선형 분산관계식에 따른 영향을 고려하여 실험을 수행하였다. 실험결과 비선형성이 강하게 나타나는 곳에서는 선형 분산관계식과 비선형 분산관계식에 의한 결과가 상당히 다른 양상을 보였으며 특히 에너지 감쇠효과를 동시에 고려할 경우 Dingemans의 비선형 분산관계식에 의한 결과가 Hedges의 비선형 분산관계식에 의한 결과보다 실험치에 더욱 근접함을 알 수 있었다. Fig. 5는 실험에 사용된 Berkhoff의 모형수조이며 Fig. 6은 각 단면별 계산치와 실험치의 비교로써 Dingemans의 비선형 효과와 에너지 감쇠효과를 함께 고려한 결과이다. Fig. 7은 비선형 효과 및 에너지 감쇠효과에 의한 타원형 천퇴주변의 파랑변형을 等值線과 波向圖로 나타낸 것으로 타당성 있는 결과라 생각된다.

4. 결 론

Kirby(1986)의 緩傾斜 方程式으로부터 淺海 파랑변형 계산을 위한 포물형 근사식을 유도하여 제시하였으며 넓은 범위의 入射角에도 적용 가능함을 보였다. 또한 쇄파대 부근에서의 에너지 감쇠항을 정량적으로 평가할 수 있도록 Izumiya(1984)등의 에너지 방정식을 정식화한 후 기본 근사식에 부가하여, 非線形 分散關係式에 따른 에너지 감쇠항을 평가하였으며, 쇄파대 내에서의 파고변화를 波形傾斜별로 실험하여 Horikawa(1966)등의 수리실험 결과와 비교, 검증하였다. 또한 1/50의 경사면상을 입사각 28.3°로 진행하는 파랑에 대한 본 모델의 계산결과를 Watanabe(1986)등의 계산결과와도 비교 검증하여 에너지 감쇠항의 타당성을 확인할 수 있었다.

비선형 효과와 에너지 감쇠항을 고려하여 橢圓形 淺堆 주위의 파랑변형을 계산하여 Berkhoff(1982)등의 실험결과와 비교한 결과 비선형 효과가 탁월한 해역에서는 Dingemans의 비선형 분산관계식이 유용함을 알 수 있었다.

참고문헌

- Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Coastal Eng. Conf. : 471-490.
- Horikawa, K. and C.T.Kuo, 1966. A study on wave transformation inside surf zone, Coastal Eng. in Japan, Vol. 9 : 71-81.
- Kirby, J.T., 1988. Parabolic wave computations in nonorthogonal coordinate systems, Vol. 6 : 673-685.
- Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., 1986. An approximate model for nonlinear dispersion in monochromatic wave propagation models, Coastal Eng., 9 : 545 - 561.
- Radder, A.C., 1979. On the parabolic equation method for water-wave propagation, J. Fluid Mech., Vol. 95 : 159-176.
- Takashi Izumiya and Kiyoshi Horikawa, 1984. Wave energy equation applicable in and outside the surf zone, Coastal Eng. in Japan, Vol. 27 : 119-137
- 伊藤喜行, 谷本勝利, 1972. 波向線交叉領域ての波の屈折 數値波動解析法の應用(2)-, 第 19回 海講論文集, 325-329.
- 土屋義人, 山下降南, 山元淳史, 1987. 放物型 屈折. 回折方程式の數値計算法と現地海岸への適用, 第 34回 海講論文集, 96-100.

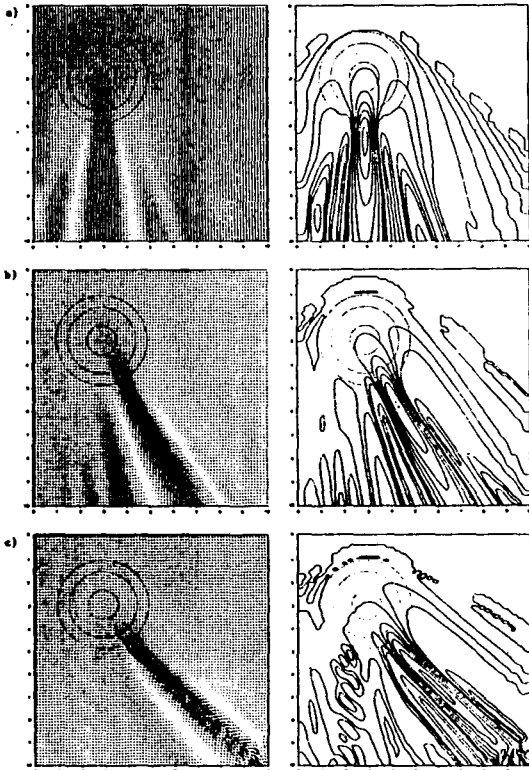


Fig. 1. Distributions of height and direction for obliquely incident waves (a: $\theta = 0^\circ$, b: $\theta = 30^\circ$, c: $\theta = 45^\circ$).

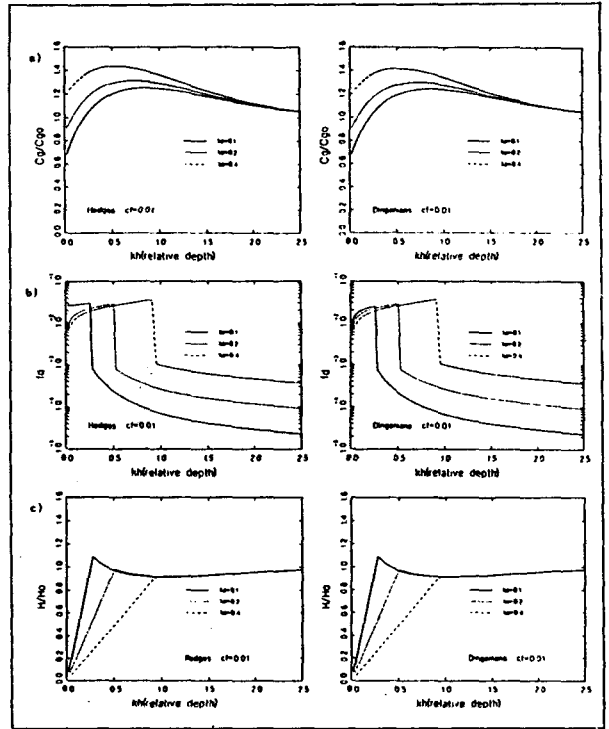


Fig. 2. Effects of energy dissipation by Hedges' and Dingemans' non linear dispersion relation. a) Group velocity ratio, b) coefficient of energy dissipation, c) wave height ratio due to wave shoaling.

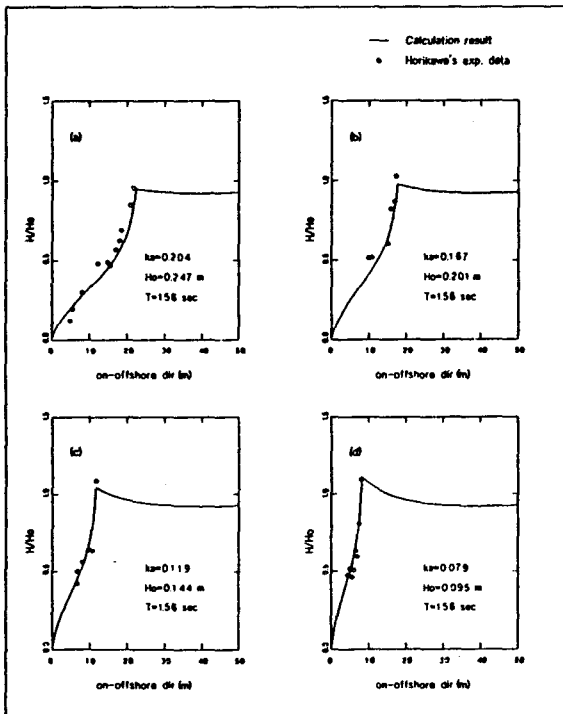


Fig. 3. Calculation results of wave height inside surf zone. \circ : Horikawa et al. (1986), —: calculation result.

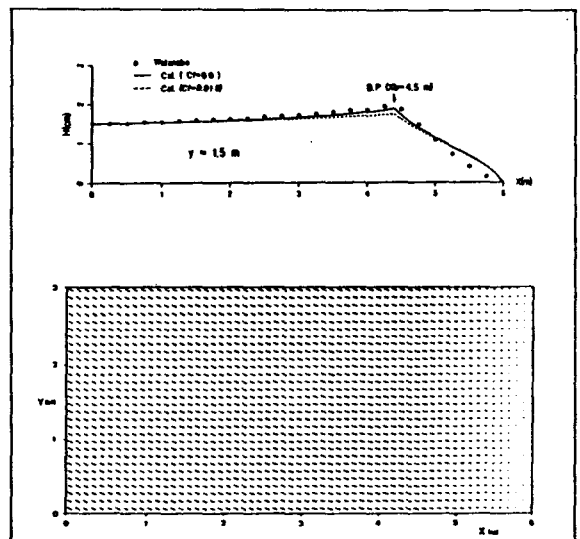


Fig. 4. Distributions of cross-shore wave height and direction. \circ : Watanabe's result (1986), —: calculation result.

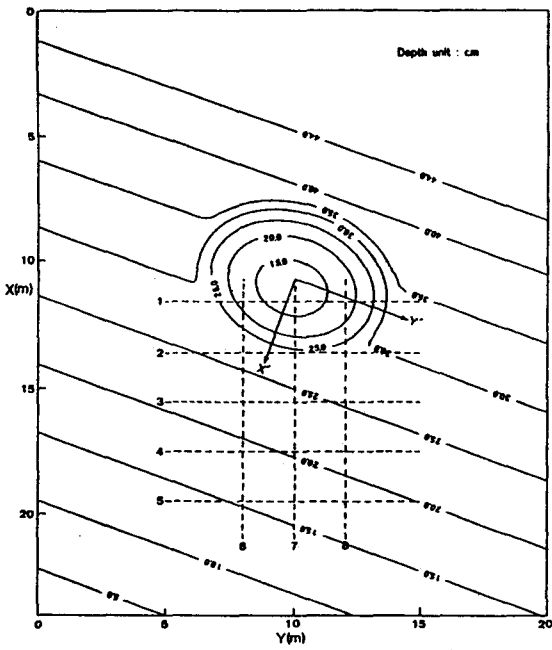


Fig. 5. Topography and computational domain for experiment of Berkhoff et al. (1982).

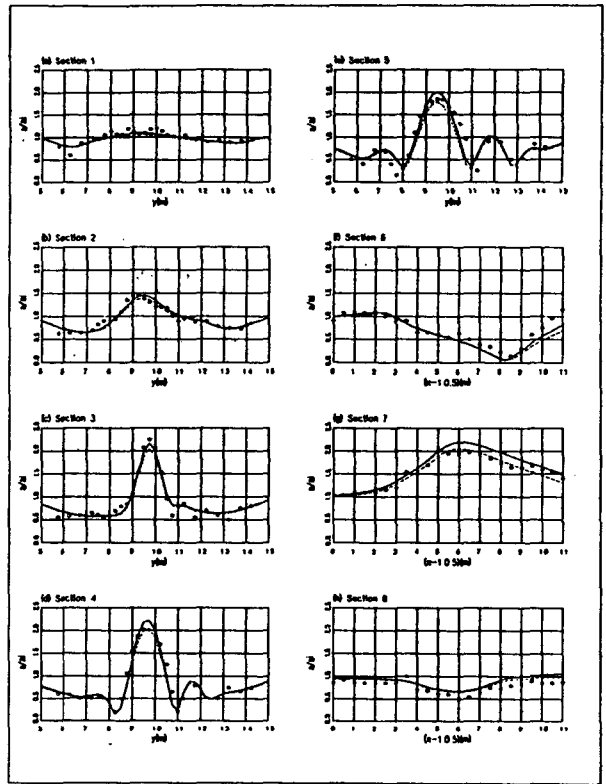


Fig. 6. Comparison of model using the Dingemans' dispersion relation to the laboratory data. • : Laboratory data, — : cal (without energy dissipation), - - - : cal (with energy dissipation).

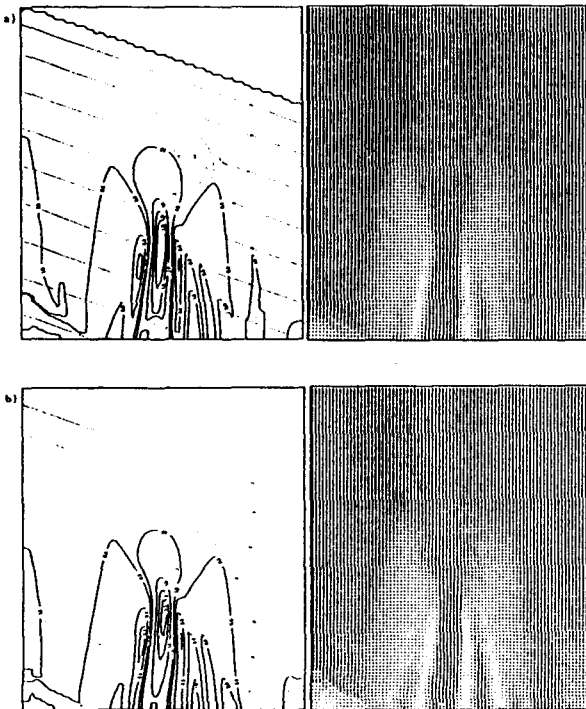


Fig. 7. Calculation results near the elliptical shoal. a) Using the Hedges' dispersion relation (without energy dissipation), b) using the Dingemans' dispersion relation (with energy dissipation).