

경계요소법에 의한 기차진동전파 연구  
Study of the Propagation Problem of the Railway Vibration  
Using Boundary Element Method

허 영\*  
Huh, Young

ABSTRACT

The effects of railway vibration on nearby structures or equipment become severe with increasing the train speed and they may be also sufficiently intense to annoy the recipients. Often, the cost of the postcautionary measures may be more expensive than that of the precautionary ones to eliminate potential problems.

This paper presents the Boundary Element approach for the evaluation of the dynamic response (in the form of the compliance matrix) of sleeper which can be used to predict the change of the vibration level.

1. 서론

기차진동전파문제의 여러 계산방법중, 자갈층의 별도 고려없이 지반을 단순한 균질의 반무한영역(halfspace)으로 가정하는 해석적방법에 의해 취급한 논문[1]은 이미 여러 편이 발표되었다. 그러나 기차의 고속화로 인한 진동수 크기의 증가 및 이에 따른 주변영향지역의 확대는 해석적방법에서 전제로 하고 있는 여러 가정들의 적용을 어렵게 한다. 예를 들어 지반의 구성은 균질의 지반이 아니라 층진 지반, 즉 균일하지 않으며, 또한 단일침목이 아니므로 인근 침목 사이과의 상호작용의 영향 등은 단순한 가정에 의한 결과를 실제와 차이가 큰값으로 만든다.

본 논문에서는 지반모델을 층진 지반으로 이상화하여 하나의 침목에 대한 동적해석을 수행하였으나, 사용된 방법은 여러 개의 침목의 경우에도 쉽게 적용 가능하다.

1.1 적용 대상 수치해석 방법의 검토

진동전파문제의 전산해석을 위해 적용할 수 있는 대표적인 수치해석방법으로는 유한요소법과 경계요소법을 들 수 있다. 본 장에서는 두가지 계산방법의 기차진동전파문제에의 적용시 그 차이점에 대해 살펴본다.

기차진동전파문제에서의 유한요소법 적용을 위해 자갈층과 지반은 침목과 함께 예를 들어 <그림 1>에서와 같이 이상화된다. 유한요소법의 장점으로는 지반의 기하학적형태(예: 침목의 지반내 삽입 깊이) 및 위치에 따른 역학적 특성변화(예: 깊이에 따른 전단강도의 증가)의 고려가 쉬우며, 지반의 비선형적 특성 또한 유한요소법의 장점을 들어나게 하는 점이다.

그러나 순간동역학에서는 지반의 비선형성 고려는 덜 중요하다. 문제가 되는 점으로는 무한영역으로의 확대와 이에 따른 에너지의 기하학적 소산으로, 이의 해결을 위해 여러 특수 유한요소가 개발되어 사용된다. 그러나 이러한 특수유한요소로는 지표면상의 침목이나 지반구성형태의 고려가 어려워, 특히 진동수범위에서의 진동해석의 경우 요소의 크기가 가장 큰 진동수에 맞게 선택되던가 아니면 진동수의 크기에 따라 그때 그때 맞게 다시 요소분할이 이루어 져야한다. 또한 자갈층에서는 요소망을 아주 섬세하게 해야한다.

\* 수원대학교 토목공학과 조교수

이와 비교해 경계요소법의 경우, 에너지의 기하학적감쇠의 고려가 쉽고, 요소분할이 경계에서 만 이루어지므로 진동수의 크기에 따른 어려움이 비교적 적다. 본 논문에서는 경계요소법에 의한 이차원문제로서의 기차진동전파문제를 다룬다.

## 1.2 지반의 이상화

선로밀 자갈층을 고려할 때, 지반은 층진 지반문제로 이상화되며, 철도침목은 지반에 비해 무게가 작고 강성이 강하므로 무게를 무시한 강체로 가정한다. <그림 2>

## 2. 경계요소법에 의한 기초의 동적거동 해석

질량이 없는 강체로 가정한 철도 침목은 부분구조법(Substructure method)에 따라, 부분구조 사이의 경계로만 취급되며, 침목과 자갈층 사이의 경계에서는 변위  $u$ 가 제약을 받는다. 이 때 침목의 강성행렬  $K$ 는 이 변위를 자갈층을 포함한 지반의 응답  $P$ 와 연결시킨다.

$$K u = P \quad (1)$$

본 장에서는 참고문헌 [2]에 기술된 경계요소법에 의한 이 강성도행렬의 계산방법을 반무한영역위 한개의 층으로 구성된 층진 지반구조에 대해 간단하게 서술한다.

### 2.1 반무한영역위 침목의 강성도방정식

경계요소법에 의한 전체 경계에서의 변위  $u$ 와 표면력  $t$ 와의 관계는 각각의 영향계수 행렬  $T$ 와  $U$ 에 의해

$$T u = U t \quad (2)$$

로 표현된다.

여기에는 침목 바깥부분의 요소도 포함되며, 이 요소들은 침목을 나타내는 내부요소 (Inner element)와 구별해 외부요소(Outer element)로 부른다. 식 (1)은 내부요소와 (윗첨자  $i$ )와 외부요소 (윗첨자  $a$ )로 나뉘어진다:

$$\begin{bmatrix} T_{ii} & T_{ia} \\ T_{ai} & T_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{ii} & U_{ia} \\ U_{ai} & U_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_i \\ t_a \end{bmatrix} \quad (3)$$

침목외부의 표면력  $t_a = 0$ 의 경계조건과  $Q = U^{-1} T$ 에 의해 식(3)을 고친 후,  $u_a$ 를 소거하면  $u_i$ 와  $t_i$ 만의 식으로 변한다:

$$\hat{Q} u_i = t_i \quad (4)$$

기초에 작용하는 힘은 식(4)에 요소의 길이로 이루어진 대각행렬  $A$ 를 곱해

$$A \hat{Q} u_i = A t_i \quad (5)$$

가 된다.

강체기초의 경우  $u_i$ 는 강체기초의 각 요소의 변위벡터  $u_i$ 와 강체의 자유도  $u^0$ 사이의 관계를 나타내는 변환행렬  $a$ 에 의해 강체의 자유도 3개로 표시된다: <그림 3>

$$u_i = a u^0 \quad (6)$$

$$u^0 = \{u_1^0, u_3^0, \phi_2^0\},$$

$k$ 번째 요소의 변위와 강체의 자유도와의 관계는 다음과 같다: <그림 3>

$$u_1^k = u_1^0 + \phi_2^0 r_3^k,$$

(7)

$$u_3^k = u_3^o - \phi_2^o r_1^k.$$

응력의 경우 각 요소에서의 값은 강체기초의 반력  $P^o$ 와 다음의 관계를 갖는다.

$$P^o = a^T A t^i = \{K_1^o, K_3^o, M_2^o\}. \quad (8)$$

강체기초의 동적강성계수행렬  $K$ 는 식 (6)을 식(5)에 대입하고  $a^T$ 를 왼쪽에서 곱해 얻어진다:

$$K u^o = P^o, \quad (9)$$

$$K = a^T A \hat{Q} a.$$

## 2.2 반무한영역과 자갈층으로 이루어진 지반위 침목의 강성행렬

자갈층과 자갈층 밑 반무한영역의 전단계수  $G$ 와 밀도  $\rho$ 는 차이가 크므로, 이 두 물질특성이 침목의 강성도행렬에 미치는 영향을 알아 보기위해 층진 지반에서의 방법을 기술한다. 이 때 침목의 지반내 삽입 깊이는 무시하며, 자갈층을 균질의 층으로 가정하나, 본 논문에서의 방법으로 침목의 삽입깊이 및 균질의 여러 층으로 구성된 비균질 층으로의 고려도 가능하다.

경계요소로의 분할은 <그림 4>에서와 같이 자갈층표면( $\Gamma_a$ : 침목이외의 부분,  $\Gamma_b$ : 침목과 지반의 접촉면) 및 자갈층과 그 밑 지반사이의 경계부분( $\Gamma_s$ )에서 이루어지며, 이 경계면에서는 변위에 대한 적합조건과 힘에 대한 평형조건이 성립한다.

영향계수행렬식 (2)는 자갈층(I)에 대해 다음과 같이 쓰여 진다:

$$[T^{(I)}] \{u^{(I)}\} = [U^{(I)}] \{P^{(I)}\} \quad (10)$$

영향계수행렬식 (10)은  $\Gamma_a$ 에서 표면력이 존재하지 않는다는 조건에 의해  $\Gamma_a$ 에서의 변위가 식 (10)으로부터 소거된 후  $\Gamma_b$ 와  $\Gamma_s$ 의 나뉘어 다음과 같아진다:

$$\begin{bmatrix} T_{ss}^{(I)} & T_{sb}^{(I)} \\ T_{bs}^{(I)} & T_{bb}^{(I)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s^{(I)} \\ u_b^{(I)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{ss}^{(I)} & U_{sb}^{(I)} \\ U_{bs}^{(I)} & U_{bb}^{(I)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_s^{(I)} \\ P_b^{(I)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

구역 (II)에서의 영향계수행렬식은

$$[T_{ss}^{(II)}] \{u_s^{(II)}\} = [U_{ss}^{(II)}] \{P_s^{(II)}\} \quad (12)$$

와 같고, 식 (11)과 (12)을 강성방정식의 형태로 만들어 얻어지는 강성행렬  $K^{(I)}$  과  $K^{(II)}$ 는 두 층사이의 연결조건인 적합조건과 평형조건에 따라 합성된다:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ P_b^{(I)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ss}^{(I)} + K^{(II)} & K_{sb}^{(I)} \\ K_{bs}^{(I)} & K_{bb}^{(I)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s \\ u_b^{(I)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

식 (13)으로부터  $u_s$ 를 소거한 후 절점에서의 힘과 변위의 관계는

$$Q u_b = P_b, \quad (14)$$

$$Q = K_{bb}^{(I)} - K_{bs}^{(I)} (K_{ss}^{(I)} + K^{(II)})^{-1} K_{sb}^{(I)}$$

로 표시된다.

## 3. 계산결과

### 3.1 서론

침목의 동적강성계수의 결정을 위한 수치해석에서, 자갈층과 그 밑 지반의 포아슨비의 값은 차이가 적으므로, 본 논문에서는 0.25로 가정하였다. 이 값은 실제 실험의 결

과로 얻어지는 값으로 대체 가능하다. 그러나 동적강성계수는 포아슨비의 변화에 덜 민감하다.

에너지감쇠의 경우, 재료감쇠는 기하학적 감쇠에 비해 의미가 적고 본 논문은 침묵에서의 극부적인 현상을 다루므로 무시하였다. 그러므로 지반의 재료특성은 전단계수  $G$ 와 질량  $\rho$ 으로만 표시된다. 본 논문에서는 <그림 4>의 계산모델에 대해, (표 1)의 경우들이 검토되었다.

### 3.2 균질의 지반

균질의 지반에서 무차원진동수  $\approx 0 < a_0 < 0.50$ 에 대해 경계요소법으로 구해진 침묵의 수직성분의 강성계수  $k_{zz}$ 는 해석적 방법의 결과<sup>[3]</sup>와 유사한 값을 나타내었다. <그림 5>

### 3.3 균질 지반 결과와 층진 지반 결과의 비교

균질의 반무한영역에서의 가장 큰 진동수가  $\max f = 130$  Hz일 때 이에 대한 무차원진동수  $\max a_0$ 는 지반조건 경우A에서

$$\max a_0 = \frac{2\pi f a}{c_s} = \frac{2\pi \cdot 130 \cdot 0.13}{242.5} = 0.44$$

임으로  $\approx 0 < a_0 < 0.44$ 에 대해 수치해석을 하여, <그림 6>에 경우A와 B의 비교가 표시되어 있고, <그림 7>에 경우 A와 C의 비교가 나타나 있다.

## 4. 결론

지반모델 B의 경우 진동수가 대략 70 Hz( $a_0 = 0.24$ )일 때 부터 층진지반의 영향이 나타나고, C의 경우는 이보다 더 낮은 60 Hz( $a_0 = 0.20$ )에서 부터 균질 지반의 값과 차이가 커졌다. 이것은 지반층의 비균질성이 더 심해지면 그 차이가 더 커질 것이므로 지반모델의 결정시 이의 고려가 중요하다. 특히 지반내에 암반층이 지나가는 경우는 지반 자체의 고유진동수의 영향을 더 크게 받아 더 낮은 진동수에서 부터 영향을 받을 것이므로 특히 층진 지반으로의 해석이 중요하다.

## 5. 참고문헌

- [1] Rücker, W.: "Dynamic Behaviour of Rigid Foundations of Arbitrary Shape on a Halfspace", Earthquake and Structural Dynamics, Vol.10, 1982.
- [2] Huh, Y. / Schmid, G. "Application of Boundary Elements to Soil-Structure Interaction Problems", Engineering Analysis, Vol. 1, No. 3, 1984.
- [3] Triantafyllidis, Th.: "Ein analytisches Verfahren zur Berechnung der Untergrundkopplung von mehreren, starren, auf der Halbraumoberfläche liegenden Streifenfundamenten bei harmonischer Erregung", Ing. Archiv, Vol.52, 1982.

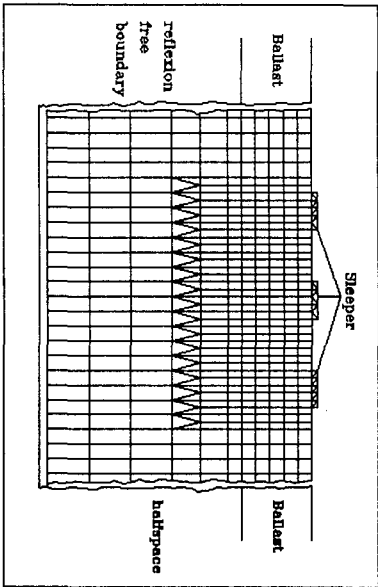


그림 1: 유한요소 모델

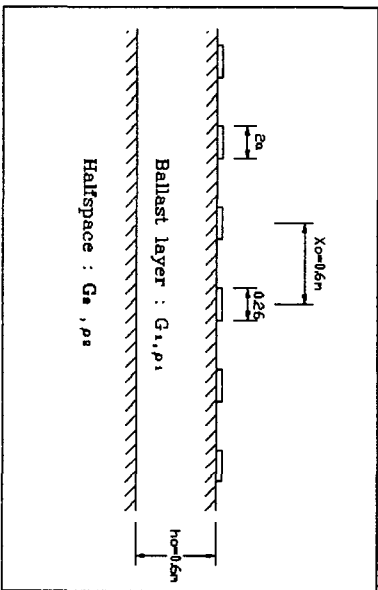


그림 2: 반무한영역위 자갈층위에 놓인 철도침목

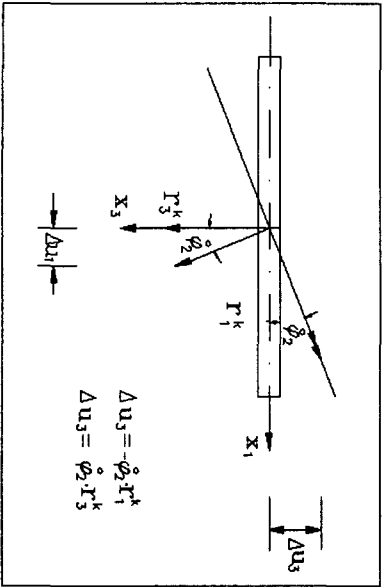


그림 3: 강체 기초의 회전 항에 의한 요소 K의 변위

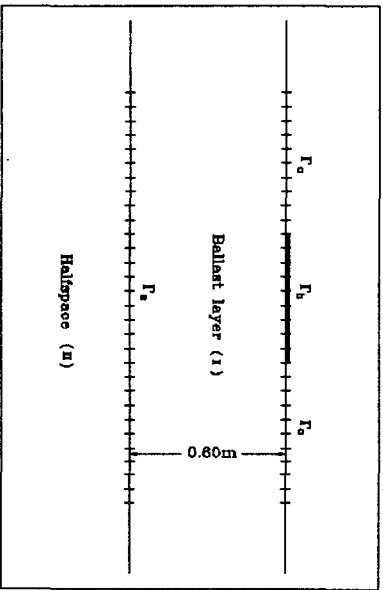


그림 4: 경계 요소에 의한 요소분할

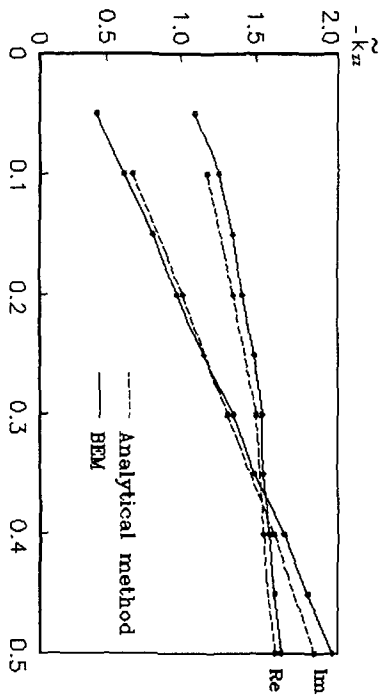


그림 5: 반무한영역에서의 수치감쇠모드의 비교

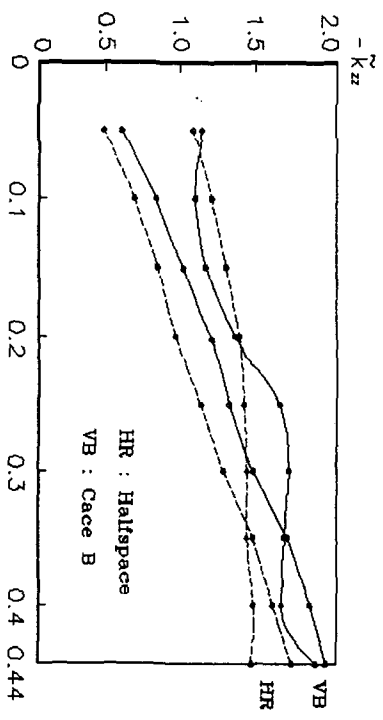


그림 6: 경우 A와 B의 비교

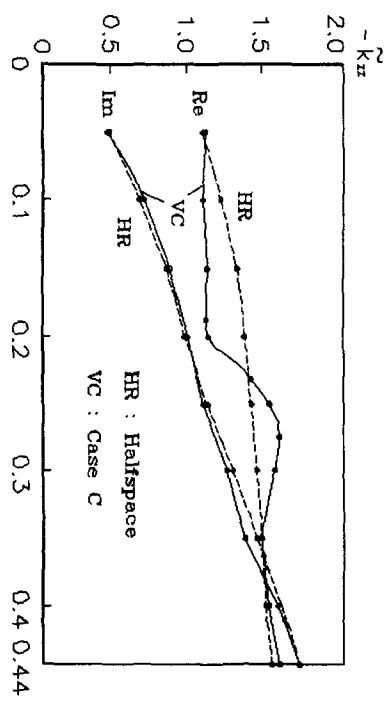


그림 7: 경우 A와 C의 비교

	경우 A	경우 B	경우 C
$G(I)$ [MN/m <sup>2</sup> ]	100	130	100
$G(II)$ [MN/m <sup>2</sup> ]	100	61	140
$\rho(I)$ [t/m <sup>3</sup> ]	1.70	1.64	1.54
$\rho(II)$ [t/m <sup>3</sup> ]	1.70	1.45	1.90

경우 A: 자갈층과 지반을 균질로 봄  
 경우 B: 잘 다져진 자갈층과 비교적 연약한 지반  
 경우 C: 불량하게 다져진 자갈층과 비교적 잘 다  
 져진 지반

표 1: 지반의 재료 특성