

고층 튜브 구조물의 효율적 해석 An Efficient Analysis of Framed-*T*-Tube Structures

이 동근*
Lee, Dong-Guen

김 남희**
Kim, Nam-Hee

ABSTRACT

The three dimensional analysis of Framed-*T*-Tube structures is neither easy nor efficient because of longer computational time, large memory requirement, tedious input preparation and bulky output. An efficient analysis model for framed-*t*-tube structure is proposed in this study. The proposed model can save the computational effort by using the assumption of the rigid floor diaphragm effect and matrix condensation technique. Moreover, it is developed by assembling two dimensional frames using the link degrees of freedom which are temporary used to satisfy the vertical displacement compatibility at the corners of a framed-*t*-tube. The accuracy and the efficiency of this analytical model is established by comparing with the results using the computer code SAPIV which is based on the three dimensional finite element model.

1. 서론

최근에 발전한 구조 설계의 개념으로 S.O.M 의 Dr. Fazlur Kahn⁽¹⁾ 에 의해 제안되어 고층의 건축 구조물에 적용되어 온 Frame-*T*-Tube 구조는 초 고층 건물의 경우에 횡하중에 효과적으로 저항하면서 경제성과 사용성 (serviceability) 을 확보할 수 있는 구조 시스템으로 인정되어 왔다. 이 시스템은 건물의 외곽에 기둥과 보를 촘촘히 설치함으로써 외곽부의 강성을 크게 한다. 이 외곽부는 지상으로 부터 솟은 속이 빈 상자형 캔틸레버처럼 거동하면서 대부분의 횡 하중에 저항하게 된다. 외곽을 형성하는 서로 수직으로 만나는 프레임 들은 모서리의 기둥들을 공유하고, 이들 기둥에서의 수직 방향 힘의 상호 교류로 횡력에 평행한 프레임과 함께 수직인 프레임도 횡력에 저항하게 된다.

튜브 구조물의 기둥의 축력은 스펀드럴 보의 유연성 (flexibility) 으로 인해 곡선의 분포를 하게 된다. 따라서 모서리의 기둥에 축력이 집중되고 프레임 중앙부의 기둥에서는 축력이 다소 약해지는 shear lag 현상을 보인다. 건물이 고층화됨에 따라 이 현상은 심해지고, 바닥을 변형을 생기게 한다. (Warping Effect) 튜브 구조물의 거동은 위의 Shear Lag 현상으로 인해 더욱 복잡한 양상을 띠게 되므로 거동을 정확하게 예측할 수 있는 해석 모델이 필요하게 된다. 본 연구의 목적은 튜브 구조 형식의 건축 구조물의 거동을 보다 정확히 예측할 수 있으면서 실제의 구조설계에 이용될 수 있는 해석 모델을 제안하는 것이다.

* 한국 과학 기술원 토목공학과 부교수

** 한국 과학 기술원 토목공학과 석사 과정

2. 해석 모델의 작성

고층 튜브 구조물의 3차원 유한 요소 해석은 거동을 정확하게 예측할 수 있는 장점이 있으나 해석 과정에서 많은 미지수를 포함하게 되어 해석에 상당한 시간과 노력이 소요된다. 그러므로 본 연구에서는 다음과 같은 가정을 통해 미지수를 줄이고 튜브 구조의 거동의 특성을 정확하게 알아낼 수 있는 해석 모델을 개발하였다.

- (1) 각 층 바닥 슬라브는 그들 자신의 평면 상에서 무한한 강성을 가진다.
- (2) 바닥의 면의 강성은 무시할 수 있을 만큼 작다.
- (3) 두개의 교차하는 프레임의 경우 공동 기둥선을 따라 수직력의 상호교류가 이루어진다.
- (4) 구조물을 형성하는 각각의 이차원 프레임은 바닥층에서 지면에 고정되어 있다.

2.1. 이차원 프레임의 층 강성 행렬 구성

튜브 구조물은 건물의 외곽을 형성하는 이차원 프레임들이 바닥 슬라브의 강막 효과 (Rigid Diaphragm) 와 직교하는 2차원 프레임들이 공유하는 기둥에서의 수직 변위 적합 (vertical displacement compatibility) 에 의해 묶여져 있다고 볼 수 있다. 각각의 2차원 프레임의 해석 모델은 그림.1 과 같다. 여기서 각 층의 수평 변위와 공유 기둥의 축 변형을 나타내는 자유도만을 남기고 나머지 자유도들은 소거할 필요가 있다.

그림.1 에서 구조물의 한 층은 A (윗 층) 에 속하는 보와 A 와 B (아래 층)를 연결하는 기둥들로 이루어져 있다. 또 해당 층에서 행렬의 응축 과정 (story-by-story matrix condensation) 을 통하여 소거하지 않을 하는 자유도를 F 라고 정의한다. 여기서 F 에 해당하는 자유도들은 층당 횡방향 변위와 프레임 양단에서의 수직 변위에 관한 자유도가 된다. 이 구조물의 정적 평형 방정식을 A, B 와 F 에 속하는 자유도로서 행렬의 응축 과정을 통하여 소거되어질 자유도를 각각 a, b 와 f 로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} & K_{af} \\ K_{ba} & K_{bb} & K_{bf} \\ K_{fa} & K_{fb} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_a \\ D_b \\ D_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a \\ A_b \\ A_f \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2. 층 강성 행렬의 정적 응축

정적 응축 (Story-by-Story Matrix Condensation) 기법을 이용하여 위의 식(1) 의 층강성 행렬에서 F 와 관련된 자유도를 남기고 A 에 해당하는 자유도를 소거한다. 어떤 임의의 층에서 B 로 나타내어진 변위는 그 다음 층의 층강성 행렬의 구성 단계에서 A 로 다시 정의되며 이러한 층 강성 행렬의 구성과 행렬의 정적 응축 과정을 제일 윗층에서 바닥층까지 반복한다. 이 과정을 통해 형성되는 n 층 이차원 프레임의 정적 평형 방정식과 강성 행렬의 구성은 다음과 같다.

$$K_{ff}^* D_f^* = A_f^* \quad (2)$$

$$K_{ff}^* = \begin{bmatrix} K^{11} & K^{12} & \dots & K^{1n} \\ K^{21} & K^{22} & \dots & K^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K^{n1} & K^{n2} & \dots & K^{nn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서

$$K^{ij} = \begin{bmatrix} K_{vv}^{ij} & K_{vh}^{ij} \\ K_{hv}^{ij} & K_{hh}^{ij} \end{bmatrix} \quad (4)$$

위의 식(4)의 v 와 h 는 F 와 관련된 자유도로서 각각 2차원 프레임 양단에서의 수직변위와 횡방향 변위에 관한 자유도를 나타낸다, 정적 응축을 끝낸 단계의 2차원 프레임의 해석 모델은 그림.2 와 같이 v 와 h 에 관한 자유도 만을 포함하게 된다. 프레임 양단의 수직 자유도를 바탕으로 그림.2 와 같은 2차원 모델을 조합하여 구성한 삼차원 외곽 튜브의 해석 모델은 그림.3 와 같다.

2.3. 바닥의 성질을 이용한 행렬의 변환

건축 구조물의 횡력에 대한 해석에 쓰이는 바닥의 강막 (Rigid Diaphragm) 가정을 통해 바닥과 각 2차원 프레임이 만나는 절점에서의 횡방향 변위는 바닥의 기준점 (질량 중심점) 에서의 면내 변위의 향으로 나타내어질 수 있다.

구조물의 X축과 평행한 프레임의 경우에 식(3)의 강성 행렬 K_{ff}^* 를 바닥의 기준점에 관한 변환에 용이하게 다음의 식(5)와 같이 다시 구성할 수 있다.

$$K_{vh}^* = \begin{bmatrix} K_{vv} & K_{vh} \\ K_{hv} & K_{hh} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$K_{vv} = \begin{bmatrix} K_{vv}^{11} & K_{vv}^{12} & \dots & K_{vv}^{1n} \\ & K_{vv}^{22} & \dots & K_{vv}^{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & K_{vv}^{nn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$K_{vh} = \begin{bmatrix} K_{vh}^{11} & K_{vh}^{12} & \dots & K_{vh}^{1n} \\ K_{vh}^{21} & K_{vh}^{22} & \dots & K_{vh}^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{vh}^{n1} & K_{vh}^{n2} & \dots & K_{vh}^{nn} \end{bmatrix} = K_{hv}^T \quad (7)$$

$$K_{hh} = \begin{bmatrix} K_{hh}^{11} & K_{hh}^{12} & \dots & K_{hh}^{1n} \\ & K_{hh}^{22} & \dots & K_{hh}^{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & K_{hh}^{nn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

식(5)의 행렬 K_{vh}^* 의 부행렬(submatrix) K_{vv}, K_{hh}, K_{vh} 는 각각 행렬 K_{ff}^* 의 수직성분, 수평성분, 수직과 수평 성분이 서로 연관(coupling)된 항들을 전 층에 대하여 조합한 것이고 그 구성은 식(6),(7) 그리고 (8)과 같다. 행렬 K_{vh}^* 의 바닥 기준점에서의 변환은 행렬의 수평 방향 성분에 한하여 이루어지므로 이에 대한 변환 행렬은 아래와 같다.

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 I 는 단위 행렬이며 B 는 다음과 같이 구성된다.

$$B = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & \dots & 0 \\ & Q_2 & \dots & 0 \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & Q_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

이 때 B 행렬을 구성하는 각각의 Q 는 각 층에 대한 변환을 나타내며 다음과 같다.

$$Q_i = [1 \ 0 \ -Y_i] \quad (11)$$

여기서 Y_i 는 임의의 층 (i)에서 기준점과 X방향 2차원 프레임의 Y 방향 거리이다. 위의 식(5)에 나타난 K_{vh}^* 는 다음과 같이 변환되고 변환된 행렬을 K_x^* 라고 한다.

$$\begin{aligned} K_x^* &= T^T K_{vh}^* T \\ &= \begin{bmatrix} K_{vv} & K_{vh}B \\ B^T K_{hv} & B^T K_{hh}B \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

Y 축과 평행한 프레임의 경우에도 단위 행렬 K_{yy}^* 를 수직 성분과 수평성분에 관한 항으로 구성하고 위와 같은 과정을 반복한다. 변환 행렬 T 를 구성하는 단계에서 행렬 Q 는 식(13)과 같고, 변환을 통해 형성된 새로운 행렬을 $K_{y'}^*$ 라고 한다.

$$Q_i = [1 \ X_i \ 0] \quad (13)$$

여기서 X_i 는 임의의 층(i)에서 기준점과 Y방향 2차원 프레임의 X 방향 거리이다.

2.4. 전체 강성 행렬의 유도

바닥의 성질을 이용하여 기준점으로 변환시킨 강성 행렬 K_x^* 와 K_y^* 를 X,Y 축에 평행한 각각의 프레임에 대해 다음과 같이 조합하여 구조물의 전체 강성 행렬 K_S^* 를 얻는다.

$$K_S^* = \sum K_x^* + \sum K_y^* \quad (14)$$

이 단계에서 튜브 구조물의 해석 모델은 그림.4와 같이 바닥의 기준점(질량 중심점)에서의 3개의 자유도(즉 두개의 서로 수직하는 수평 변위에 관한 자유도와 연직 방향에 대한 회전 변위와 관련된 자유도)와 서로 직교하는 2차원 프레임 간의 공유하는 절점에서의 수직 변위에 관한 자유도를 가진다. 행렬 응축 기법(matrix condensation)을 이용하여 연직 변위에 관한 자유도를 소거함으로써 그림.5에서 보는 바와 같이 기준점에서의 3개의 자유도만을 가지는 해석 모델을 얻을 수 있다.

3. 예제 해석

본 연구에서 제안한 해석 모델의 효율성과 정확성을 검증하기 위하여, 제안된 해석 모델을 토대로 개발한 프로그램(3DVC)을 이용한 예제 해석 결과와 3차원 유한요소 모델을 이용한 SAPIV의 해석 결과를 비교, 분석한다. 예제 해석을 위한 구조물로서 그림.6과 같은 17층의 튜브 구조물을 택하였다. 이 구조물은 모든 층에 걸쳐 2 m 간격의 경간(bay) 6 개를 가지는 2차원 프레임들로 이루어져 있다. 각 층의 층고는 1층의 경우에는 5.5 m 이고 2~17 층의 경우에는 3.5 m 이다. 재료 특성은 탄성 계수 2100 kN/cm², 포와송 비는 0.167 이다. 기둥과 스펀드럴 보의 단면 치수와 각 층에 가해진 횡력은 표.1과 같다.

예제 구조물의 해석 결과를 그림.7, 8, 9에 나타내었다. 그림.7은 그림.6의 기둥선 A에서의 수직 변위에 대한 비교를 보여 주고 있다. 튜브 구조물과 같이 수직 변위가 구조물의 거동에 많은 영향을 주는 구조물의 경우, 직교하는 프레임 간의 수직 변위에 관한 적합성(vertical displacement compatibility)이 만족됨에 따라 횡 방향 변위도 SAPIV의 결과와 거의 일치하게 됨을 그림.8에서 알 수 있다. 또한 그림에서 보듯이 튜브 구조물의 횡력에 대한 거동이 일반적인 강성 골조 시스템과 달리 캔틸레버 거동이 주가 됨을 알 수 있다. 구조물의 1층에서의 축력의 분포를 나타낸 그림.8은 튜브 구조물의 거동 특성 중의 하나인 shear lag 현상을 보여주고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 튜브 형식 구조물의 거동을 효율적으로 정확히 예측할 수 있는 해석 모델을 개발하였다. 예제 구조물의 해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 제안된 해석 모델은 바닥 슬라브의 강막 가정과 행렬 응축 기법을 사용하여 해석 모델의 자유도 수를 줄임으로써 계산 시간과 컴퓨터 용량의 측면에서 효율적이다.
- (2) 기존의 여러 해석 모델에서 해결하지 못했던 직교하는 프레임간의 수직 변위 적합성을 고려함으로써 튜브 형식 구조물의 거동을 정확히 예측할 수 있었다.

튜브 구조물이 고층화되고 형상이 복잡해질수록 본 연구에서 제안한 해석 모델의 효율성이 드러날 것으로 예상된다.

5. 참고 문헌

1. Bungle S. Taranath, Structural Analysis and Design of Tall Buildings, Mcgraw-Hill, 1988.
2. Weaver & Johnston, Structural Dynamics by Funitite Elements, Prentice-Hall, 1987.
3. W.K.Tso and V.M.T. and Cheung, "Decoupling of equations of equilibrium in lateral load analysis of Multistory Buildings", Computers & Structures Vol. 23, No. 5, pp.679-684, 1986.
4. Alexander Coull and Bidhwanath Bose., "Simplified Analysis of Frame-Tube Structures", Journal of the structural division, ASCE, 11, 1975.
5. Coull and Subedi, "Framed-Tube Structures for High-Rise Buildings", Journal of the structural division, ASCE, pp.2097-2105, 1971.
6. Peter C. Chang and D. A. Foutch, "Static and Dynamic Modeling and Analysis of Tube Frames", Journal of structural engineering, ASCE, Vol. 110, No. 12, 1984.
7. Peter C. Chang, "Analytical Modeling of Tube-in-Tube Structures", Journal of Structural engineering, ASCE, Vol. 111, No. 6, 1985.
8. J.J. Connor and C.C. Pouangare, Simple Model for Design of Frame-Tube Structures, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 12, 12, 1991.
9. Bassam A. Halabieh and Wai K. Tso, Simplified Procedure for Lateral Load inelastic Analysis of Framed-Tube Structures, Computers & Structures, 1989.

표.1. 각 층의 부재 단면과 횡력

층	기둥	보	횡력 (kN)
17	30 x 30	30 x 40	96.4
16	32 x 32	30 x 42	85.7
15	34 x 34	32 x 42	75.7
14	36 x 36	32 x 44	66.3
13	38 x 38	34 x 44	57.5
12	40 x 40	34 x 46	49.3
11	42 x 42	36 x 46	41.8
10	44 x 44	36 x 48	34.9
9	46 x 46	38 x 48	28.6
8	48 x 48	38 x 50	22.9
7	50 x 50	40 x 50	17.9
6	52 x 52	40 x 52	13.5
5	54 x 54	42 x 52	9.7
4	56 x 56	42 x 54	6.5
3	58 x 58	44 x 54	4.0
2	60 x 60	44 x 56	2.1
1	62 x 62	46 x 56	0.8

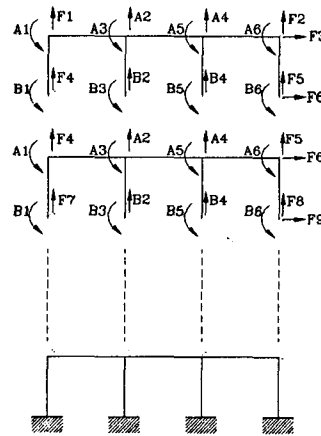


그림.1. 2차원 프레임의 해석 모델

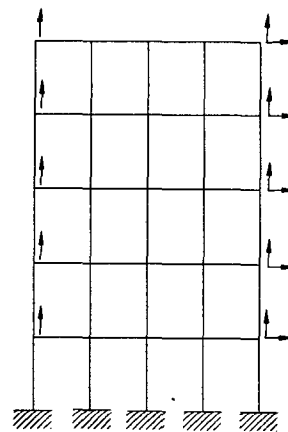


그림.2. 응축된 2차원 프레임의 해석 모델

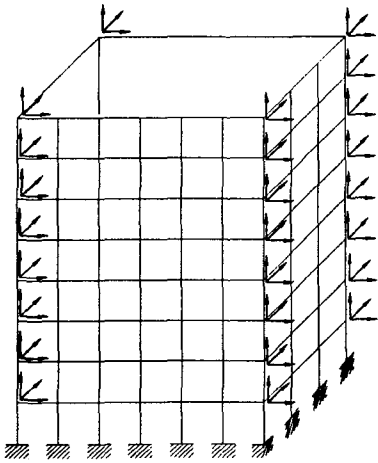


그림.3. 3차원 외각의 해석 모델

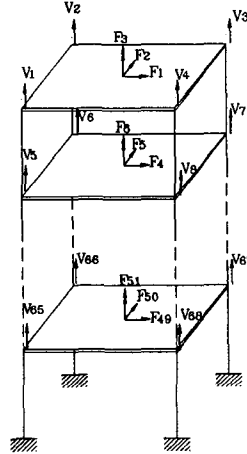


그림.4. 변환된 3차원 해석 모델

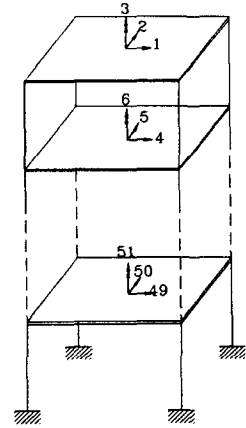


그림.5. 응축된 3차원 해석 모델

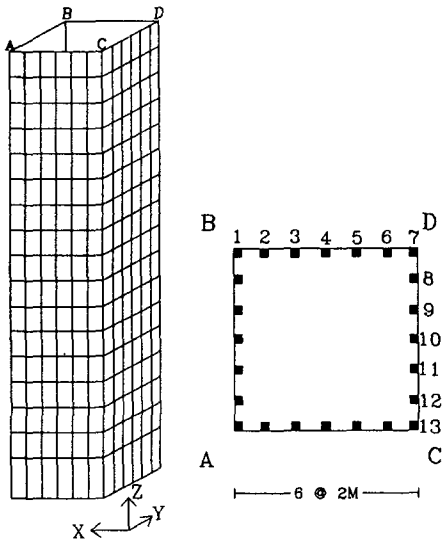


그림.6. 예제 Framed-tube 구조물

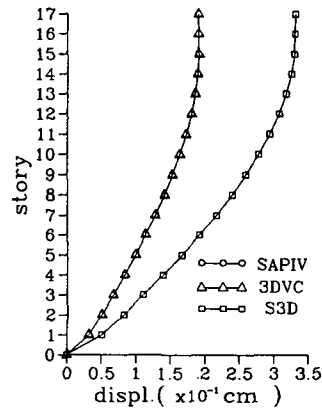


그림.7. 기둥선 A 의 수직 변위

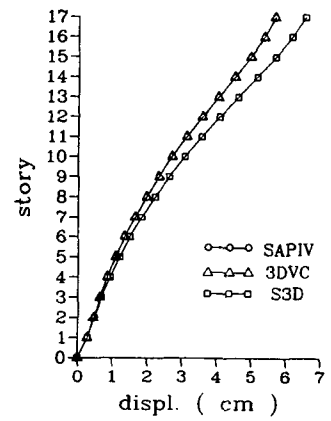


그림.8. 수평 변위

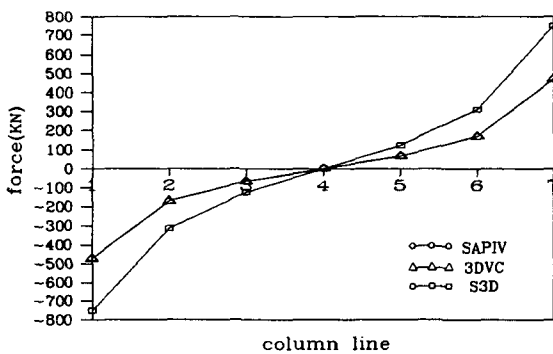


그림.9. 1 층 기둥의 축력

