

單層래티스돔의 座屈特性에 關한 研究  
-라이즈비의 影響-  
Study on Buckling-Characteristics of Single-Layer Latticed Domes  
-Effect of rise ratio-

권영환\*      정환목\*\*      이승재\*\*\*  
Kwon, Young-Hwan      Jung, Hwan-Mok      Lee, Seung-Jae

ABSTRACT

The effect of 5 typical rise ratio( $h/a=2/9, 5/18, 1/3, 1/2, 2/3$ ) on the buckling characteristics of single-layer latticed domes with rectangular network under the external pressure are the theoretically studied on the basis of geometrically nonlinear FEM and shell analogy method. The loading conditions are 4 types, that is, 1) the uniform pressure loading 2) the uniform snow loading 3) the half - sided asymmetric pressure loading 4) the half - sided asymmetric snow loading.

1. 서론

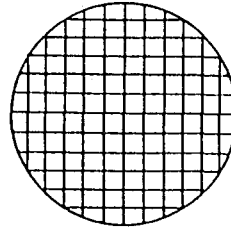
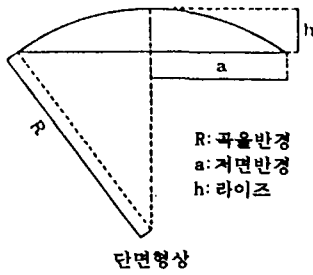
최근 대규모의 단층래티스돔이 세계의 도처에서 많은 연구자 및 설계자들에게 주목을 받고 있다.<sup>[1]</sup> 단층 래티스돔의 좌굴 해석법은 크게 3가지로 나눌 수 있으며, 계산기의 보급이 없었던 초창기의 연구는 連續體인 셸이론을 적용하여 해석하는 連續體置換法이 주류였으며 계산기의 발달과 함께 有限要素法에 의한 離散化手法이 병행하게 되었다. 또한 대규모 단층래티스돔의 실현에 앞서 축소실험에 의한 이론의 검증 및 확신도 필요하게 되었다.

본 연구는 3차원 공간으로 구성되는 돔의 경우 그리드가 간단하고, 접합부에 모이는 부재수가 적어서 가공 및 시공면에서 우수하다고 생각되어지는 4각형 네트워크를 그 대상으로 한다. 4각형 네트워크의 역학적 특성으로는 원주방향으로 강성의 주기성이 현저하며 특히 부재축 방향에서 강성을 평가할 경우 等價剪斷剛性이 等價伸張剛性에 비해 0.1-1.0% 정도로 적으며, 등가프와송비는 거의 0이다. 한편 부재축의 45° 방향에서는 面內等價剪斷剛性は 面內伸張剛性和 거의 일치하며, 면내등가프와송비는 거의 1에 가깝다. 기왕의 연구에 의하면 돔의 경우 전단강성이 좌굴내력에 미치는 영향은 매우 큰 것이 보고되어져 있다<sup>[2]</sup>. 이와같은 역학적 특성을 갖고 있는 4각형네트워크 단층래티스돔의 좌굴특성에 관한 라이즈비의 영향을 검토한 연구는 아직 없으며, 관련된 연구는 문헌<sup>[3-5]</sup>를 참조하기 바란다.

본 연구의 목적은 4각형네트워크 단층래티스돔의 좌굴내력, 변형특성, 좌굴모우드 및 부재응력에 관한 라이즈비의 영향을 검토하여, 최적의 돔형상을 위한 기초적 자료를 제공하는 것이다. 해석방법은 연속체치환법과 이산화수법에 의한다.

\* 정회원 경북대학교 부교수      \*\* 정회원 공학박사      \*\*\* 정회원 경북대학교 대학원

## 2. 해석모델



모델명	h/a
모델 1	2/9
모델 2	5/18
모델 3	1/3
모델 4	1/2
모델 5	2/3

<그림 1> 해석모델

<표1> 라이즈 비

그림 1은 해석모델의 一例를 나타낸다. 각 모델은 底面半徑 a를 45m로 고정하고 돔의 라이즈h를 변화시켜 돔의 曲率半徑 R을 산정한다. 네트워크는 가능한 한 부재길이가 일정하도록 분할하며, 頂点에서 境界까지의 球面을 6등분한다. 표1에 라이즈비에 의한 모델명과 그 비를 나타낸다. 각 모델 共히 부재는 강관을 사용하며 외경은 600mm, 두께는 9mm로 한다. 대표부재길이는 표2에 나타낸다. 境界는 고정으로 가정하며, 각 節點은 剛接으로 假定한다.

## 3. 해석수법

### 3-1 연속체 치환법

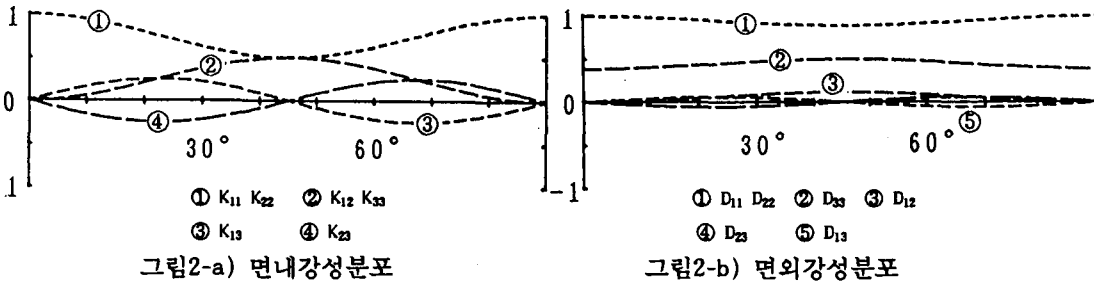


그림 2의 a,b는 4각형네트워크에 대한 원주방향의 면내 및 면외강성을 나타낸 것이다. 그림에서  $K_{11}, D_{11}$ 는 각각 4각형 네트워크가 가지는 면내응력도-변형도의 관계식(식1)과 면외응력도-곡률의 관계식(식2)에서  $K_{ij}, D_{ij}$ 로 표시되는 剛性要素를 나타낸다.

$$N_{ij} = K_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (i, j=1-3) \quad (1)$$

$$M_{ij} = D_{ij} \rho_{ij} \quad (i, j=1-3) \quad (2)$$

그림에서 보는바와 같이 4각형 네트워크는 원주방향으로 강성의 주기성이 현저하다. 연속체 치환식은 많은 사람들에 의해 제안되고 있으나 강성의 주기성을 고려한 연속체 치환식은 아직 없으므로, 본 연구에서는 YAMADA의 방법을 적용하며, 부재축방향에서의 강성을 적용하여 좌굴내력을 평가한다. 좌굴내력의 평가식( $q_{cr}$ )은 아래와 같다.

$$q_{cr} = 0.67 \Delta_2 q_0 \quad (3)$$

$$\Delta_2 = (2 / C_3)^{(0.15 \log c_3 - 0.05)}$$

$$C_3 = K / K_{r0}, \quad q_0 = \frac{4}{R^2} \sqrt{KD}$$

$$K = EA / L, \quad K_{r0} = 6EI / L^3, \quad D = EI / L, \quad D_{r0} = 0.47D$$

$$S = L / \sqrt{Ri} \quad (4)$$

여기에서  $\Delta_2$ 는  $C_3$ 에 대한 좌굴내력의 저하율,  $K, K_{r0}$ 는 신장 및 전단강성,  $D, D_{r0}$ 는 면외의 휨강성, 비틀림강성,  $R$ 은 곡률반경,  $A$ 는 부재의 단면적,  $I$ 는 단면2차모멘트,  $i$  단면2차반경,  $L$ 은 대표 부재길이,  $E$ 는 영계수이다.  $G$ 는 전단탄성계수,  $J$ 는 비틀림상수,  $S$ 는 등의 형상을 나타내는 파라메타이다.

### 3-2 이산화수법

등의 네트워크를 구성하는 프레임을 幾何學的非線形性을 고려하는 유한요소법에 의해 정식화한다. 본 논문에서는 문헌<sup>[6]</sup>에 근거하여 부재의 중간절점은 고려하지 않는다. 하중은 球心外壓과 積雪荷重을 대상으로 하며, 하중작용 영역은 全載荷영역과 半載荷영역을 대상으로 한다. 이때 구면에 등분포하는 하중은 각 부재의 절점하중으로 치환한다. 수치계산은 變位増分法을 적용하며 각 증분 스텝마다 강성행렬의 행렬식을 계산하여 분기점을 구하며, 이 분기점에서 固有値解析을 행하여 분기 좌굴모우드를 구한다. 해석의 영역은 대칭성을 고려하여 1/2 영역으로 한다.

## 4. 해석결과 및 고찰

### 4-1 좌굴내력의 평가

〈표2〉 형상치수와 좌굴내력

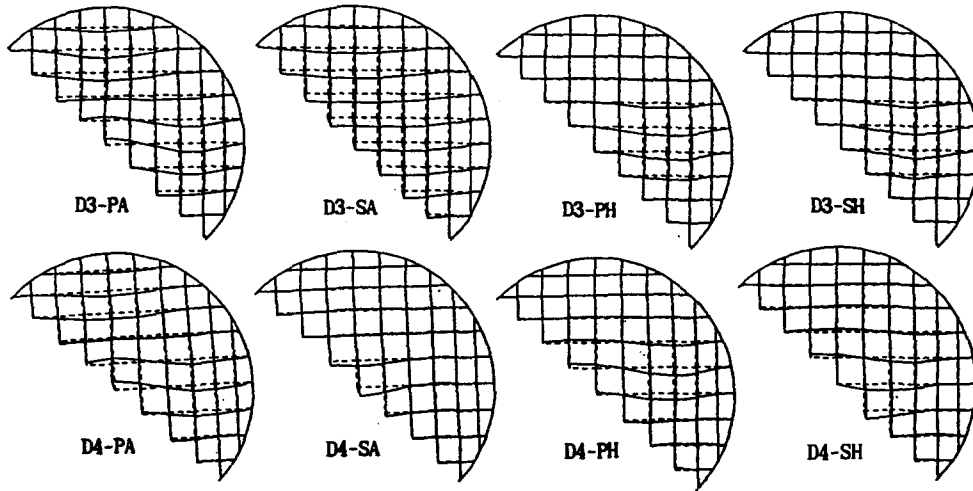
모델명	하중 조건	h/a	R (cm)	L (cm)	S	$q_{cf}$ (ton/m <sup>2</sup> )	$q_{cs}$ (ton/m <sup>2</sup> )	$\alpha$ $q_{cf}/q_{cs}$
D1-PA	구심-전재	2/9	10625	775	1.64	0.79	0.52	1.52
D1-SA	적설-전재	2/9	10625	775	1.64	0.84	0.52	1.62
D1-PH	구심-반재	2/9	10625	775	1.64	0.95	0.52	1.83
D1-SH	적설-반재	2/9	10625	775	1.64	0.94	0.52	1.81
D2-PA	구심-전재	5/18	8725	788	1.85	1.02	0.74	1.38
D2-SA	적설-전재	5/18	8725	788	1.85	1.14	0.74	1.54
D2-PH	구심-반재	5/18	8725	788	1.85	1.21	0.74	1.64
D2-SH	적설-반재	5/18	8725	788	1.85	1.25	0.74	1.69
D3-PA	구심-전재	1/3	7500	804	2.03	1.22	0.96	1.27
D3-SA	적설-전재	1/3	7500	804	2.03	1.35	0.96	1.41
D3-PH	구심-반재	1/3	7500	804	2.03	1.35	0.96	1.41
D3-SH	적설-반재	1/3	7500	804	2.03	1.48	0.96	1.54
D4-PA	구심-전재	1/2	5625	869	2.54	1.64	1.44	1.14
D4-SA	적설-전재	1/2	5625	869	2.54	1.96	1.44	1.36
D4-PH	구심-반재	1/2	5625	869	2.54	1.48	1.44	1.03
D4-SH	적설-반재	1/2	5625	869	2.54	1.81	1.44	1.26
D5-PA	구심-전재	2/3	4875	956	2.99	1.60	1.54	1.04
D5-SA	적설-전재	2/3	4875	956	2.69	1.96	1.54	1.27
D5-PH	구심-반재	2/3	4875	956	2.69	1.38	1.54	0.90
D5-SH	적설-반재	2/3	4875	956	2.69	1.79	1.54	1.16

표2는 각 모델에 대한 좌굴내력을 나타낸다. 표의 D1-PA 에서 D1은 모델1, P는구심외압, A는 전재하중, SH에서 S는적설하중, H는반재하중을 나타낸다. h/a는 라이즈비, R은 곡률반경, L은 대표 부재길이, S는 등의 형상을 나타내는 파라메타,  $q_{cf}, q_{cs}$ 는 각각 이산화해석, 연속체치환해석에 의한 좌굴내력값이다.  $\alpha$ 는  $q_{cf}$ 를  $q_{cs}$ 로 無次元化한 값이다.

표2에서 나타나는 바와같이 라이즈비가 클수록 하중조건에 관계없이 좌굴내력은 증가하는 경향을 나타내고 있으나 모델5의 경우는 모델4보다 라이즈비가 클수록 적설-전재하중의 경우를 제외하고는 좌굴내력이 감소하고있다. 이 결과로부터 라이즈비가 2/3이상이면 最適部材密度 및 역학적인 관점에서 불리함을 나타내고 있다. 한편 라이즈비가 클 경우는 부재의 중간절점을 고려하여 부재좌굴의 발생여부를 검토할 필요가 있다.

이산화해석결과와 연속체해석결과와의 비  $\alpha$ 는 구심-전제하중의 경우만이 의의를 가지며 라이즈비가 클수록 1에 접근하고 있음을 볼수있다. 둘의 형상을 나타내는 파라메타 S는 라이즈비의 증가와 함께 증가하고 있으며, 이 S의 값은 전체좌굴발생영역과 부재좌굴발생영역의 평가기준으로도 사용된다.<sup>[6]</sup>

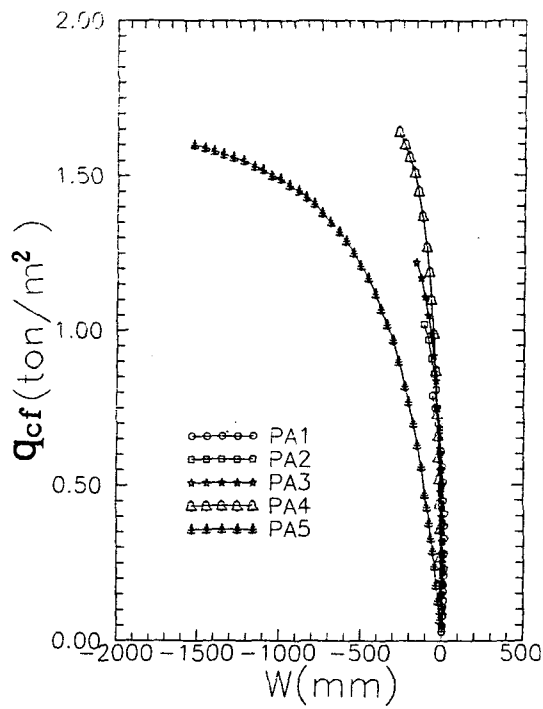
#### 4-2 좌굴전 변형특성의 평가



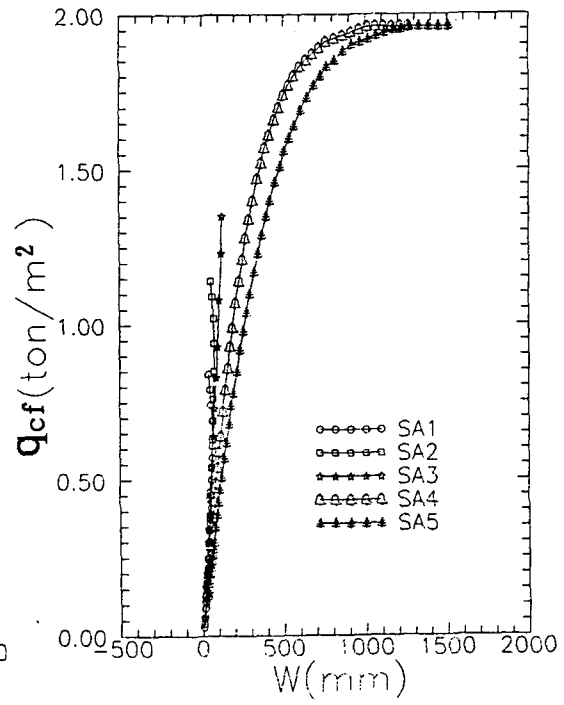
〈그림 3〉 좌굴직전 변형모우드

그림3은 모델3,4의 좌굴직전 변형모우드를 나타낸다. 그림에서 점선은 변형전의 형태를 나타내며 실선은 변형방향의 변형을 2차원으로 표시한 것이며, 점선의 상방향실선이 둘의 상방향변위를 나타낸다. 그림으로부터 알 수 있는 바와같이 전제하중의 경우, 변형은 원주방향으로 4파의 주기성을 가지고 있으며 이 변형모우드는 라이즈비의 영향을 받지 않는다. 그 이유는 4각형네트워크의 경우 라이즈비의 영향보다 강성의 주기성의 영향이 크므로 인하여 주기성의 영향이 변형특성에 그대로 영향을 미친 것으로 평가되어 진다. 구심외압-전제하중의 경우 하중의 증가와 더불어 둘의 중앙이 상향으로 변위하는 경향은 라이즈비가 클수록 현저하다. 이러한 현상은 3각형 네트워크 등에서는 볼 수 없는 현상이다. 적설-전제하중의 경우는 라이즈비가 적을수록 둘전체에 하향의 자연스런 변위가 생기며 라이즈비가 1/2이상이면 도움의 정점주위에서 하향의 대변형을 일으키며 좌굴에 이른다. 이때 변형모우드의 주기성은 점차 감소하고 있음을 알 수 있다. 반제하중의 경우는 재하부분의 절점등에서 좌굴직전 대변형을 일으키며 좌굴한다. 그 최대변위는 6000mm이상에 달한다.

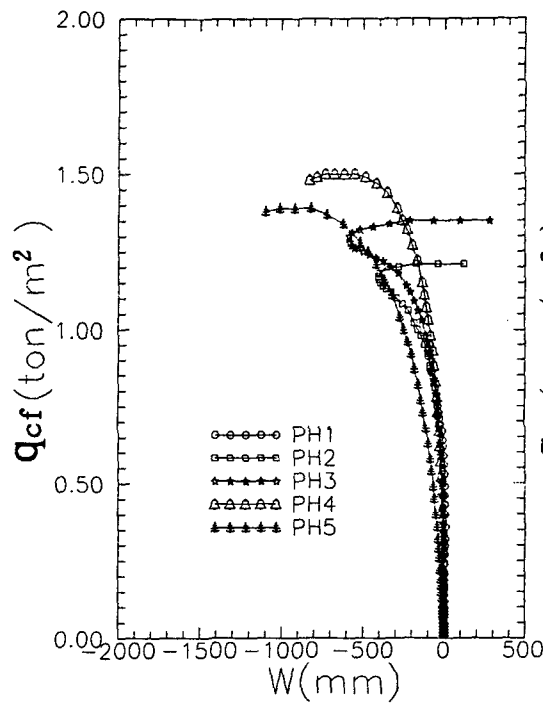
그림4는 각 모델에 대한 둘頂点의 하중-변위관계식을 나타낸다. 구심외압-전제하중의 경우 각 모델은 둘의 중앙이 上方向으로 변위하며 적설-반제하중의 경우는 정반대의 下方向변위가 생긴다. 라이즈 비가 클 경우는 정점을 포함한 특정절점에 좌굴전 대변형이 생긴다. 반제하중의 경우는 정점 이외의 절점에서 좌굴전 대변형이 생기므로 구조설계시는 變形制限에 의한 좌굴하중의 산정이 요망되며 이 값들은 전제하중의 좌굴하중값보다 불리할 것이다. 좌굴내력 및 변형의 관점으로부터 라이즈비가 2/9이하와 2/3이상이면 불합리한 둘의 형상임을 알 수 있다.



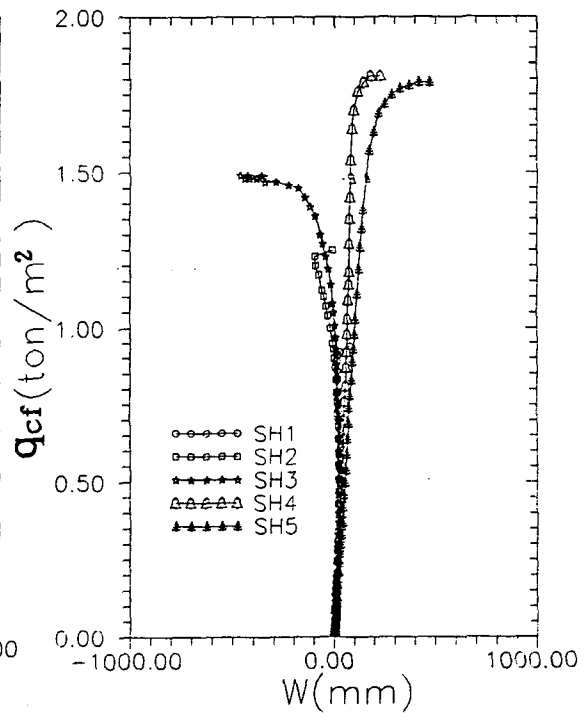
球心外壓(全載)



積雪荷重(全載)



球心外壓(半載)

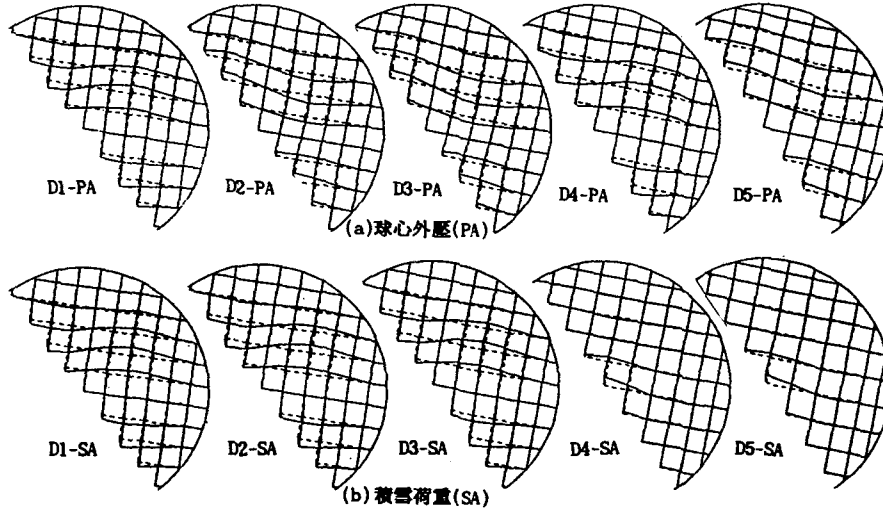


積雪荷重(半載)

<그림 4> 荷重-變位曲線

#### 4-3 좌굴모우드 및 부재축응력의 평가

그림5는 각 모델의 전재하중에 대한 좌굴모우드를 나타내고 있다. 전재하중에 대한 모델의 경우 분기점에서 좌굴하중이 구해졌으며, 이 경우의 좌굴모우드는 원주방향으로 2파의 주기를 갖는다. 이것은 좌굴직전 변형모우드가 4파인것에 주목하면 좌굴전 변형형태가 좌굴모우드에 직접 영향하지 않음을 알 수 있다. 또한 좌굴모우드가 라이즈비에 크게 영향을 받지 않는 것은 강성의 주기성이 좌굴모우드에 큰 영향을 미치지 않기 때문이다. 반재하중의 경우는 극대점에서 좌굴하중이 구해졌다. 한편 전재하중의 경우 각모델 공히 부재의 축응력은 등전체에 균등하게 분포하고 있음이 확인되었다. 반재하중의 경우는 재하부분에서 응력집중현상 및 대변형 현상이 일어났다.



<그림 5> 座屈모우드

#### 5. 결론

4각형 네트워크의 경우 원주방향으로 강성의 주기성이 현저함으로 인하여 라이즈비에 따른 좌굴특성 및 변형특성은 그 주기성 및 작용하중형태의 영향을 크게 받는다. 라이즈비가 클수록 좌굴내력은 증가하는 경향을 나타내고 있지만 라이즈비가 어느 정도 이상이면 오히려 좌굴내력이 감소하는 경향을 나타내고 있다. 이 경우는 부재좌굴에 대한 평가도 함께 검토되어야 할 것이다. 4각형 네트워크 등의 합리적인 구조설계를 위해서는 部材密度比 등에 따른 좌굴내력의 검토도 아울러 연구되어야 할 것이다.

#### 참고 문헌

1. Architectural Institute of Japan, STABILITY ANALYSIS of SINGLE-LAYER LATTICED DOMES, STATE of THE ART, edited by Heki, August, 1989.
2. Yamada M., An Approximation on the Buckling Analysis of Orthogonally Stiffened and Framed Spherical Shell, Shell and Spatial Structure Engineering, IASS Symposium, Rio de Janeiro, Pentech Press, pp177-193, 1988.
3. Hangai Y., 單層ラチスト-ムの座屈荷重評價, 單層ラチスト-ムの安定解析-その現象と問題点-, 日本建築學會シェル空間構造運営委員會, スペースフレ小委員會, 1989, 8 pp. 25-70
4. Kato S., ピン接合單層ラチスト-ムの座屈解析, 單層ラチスト-ムの安定解析-その現象と問題点-, 日本建築學會シェル空間構造運営委員會, スペースフレ小委員會, 1989, 8 pp. 71-190
5. Buckling of Single-Layer Latticed Domes with Triangular Network, Proceedings of the Third Summer Colloquium on Shell and Spatial Structures, Taegu, Korea, August, 1990
6. Yamada M. 外 3人, 雪荷重を受ける單層剛接合ラチスト-ムの座屈特性(その2ネットワークパターンの影響), 第5回 雪工學シンポジウム論文集, pp123 -126, 1989.