

기둥 지지된 슬래브橋의 모멘트 簡略算定法에 관한 研究

Bending Moment Analysis simplified in Slab Bridges supported by Column Type Piers

이 채 규* 김 영 인** 김 우***
Lee, Chae-gyu Kim, Young-ihn Kim, Woo

ABSTRACT

It would be much effective that single column type pier is used in concrete slab bridges rather than gravity type pier is used. To determine the longitudinal bending moment in concrete slab bridges supported by single column type piers, the concept of effective width is applied. By elastic plate theory cooperated with finite element method, the distribution of the longitudinal moment of the slab supported by single column type piers is studied. The main variables are span, width, and thickness of the slab and column section size. Then the analytical results obtained are summarized and analysed to evaluate the maximum longitudinal negative moment by simple beam analysis.

1. 서론

鐵筋콘크리트橋梁중 간단한 上部構造를 가지고 있는 슬래브橋는 다른 形式의 교량에 비하여 構造적으로 덜 효과적이지만 施工의 簡便性 및 교량밀의 有效空間의 確保를 위하여 짧은 支間の 교량에서 많이 사용되고 있다. 그런데 슬래브교를 그림1.(a)와 같이 重力式(T) 또는 라아멘(//) 形式에 의해 支持되도록 설계하는 경우 橋脚頭部에 의한 교량 自體의 美觀 및 橋脚下部の 유효공간을 확보하는데 문제점이 되고 있다. 반면에 그림1(b)과 같이 기둥만으로 슬래브를 직접 支持하도록 設計한다면 橋脚밀의 유효공간 확보뿐만아니라 슬래브 자체의 橫方向 耐荷力을 이용함으로써 從來의 橋脚頭部(그림1.a)를 代替할 수 있어 구조적인 效率側面에서도 유리할 것이다. 그러나 위와 같은 장점이 있는 반면에 슬래브교를 기둥만으로 지지하면 上板슬래브설계할때 縱 및 橫方向 設計모멘트를 결정하는데 복잡하게 된다.

그림1.a와 같은 교각으로 지지된 連續橋를 설계할때 斷面力을 엄밀하게 해석하려면 계산이 복잡하기 때문에 우리나라의 道路橋示方書, 캐나다의 OHBDC 및 일본 등 여러나라의 시방서에서는 死荷重뒀모멘트가 0이 되는 2점간의 距離를 假像支間(Effective Span)으로한 單純보로 置換하여 보이론으로 斷面力을 계산하고 荷重橫分配係數를 곱하여 설계단면력을 算定하는 近似解法을 提示하고 있다. 그러나 기둥으로 지지된 슬래브교의 단면력계산시 正모멘트는 그림2와 같이 現行의 방법을 사용하여 계산하여도 충분히 信賴性있는 단면력을 계산할 수 있으나, 中間支持點에서는 平均값보다 큰 단면력이 발생함으로 現행의 방법을 사용하여 中間지지점의 단면력을 계산하면 實際의 應力狀態와 큰 차이가 있기 때문에 평판이론을 이용하여 해석하여야 한다. 그러나 평판이론으로 단면력을 계산한다는 것은 복잡하여 設計者의 입장에서는 容易한 방법이라고 할 수 없다.

*조선대학교 대학원 박사과정

**조선대학교 공과대학 토목공학과 부교수

***전남대학교 공과대학 토목공학과 조교수

기둥만으로 지지된교량은 1957년 독일에서 건설된 Unkelstein교를 최초로 日本등 여러나라에서 건설되고 있으나, 이에 대한 연구는 未盡하여 設計斷面力을 계산할 수 있는 방법이 현재까지 體系化되어 있지 않은 상태라고 할 수 있다. 따라서 본 연구는 死荷重 및 輪荷重이 作用할때 기둥으로 지지된 連續슬래브교의 중간지지점에서의 휨모멘트를 간단히 계산하기 위하여 연속슬래브를 어떤 一定幅(여기서는 有效幅으로 정의함)과, 假像支間을 갖는 단순보로 置換하는 방법을 提案하고, 이에 따른 가상지간과 유효폭을 계산하는 방법을 數式化하였다. 主要變數로는 支間(L), 橋幅(B), 슬래브 두께(T) 및 기둥幅(C)/橋幅(B)比를 취하였으며, 변수에 따른 상판슬래브의 모멘트 변화는 有限要素法을 이용하여 조사하였다.

2. 縱方向 有效幅의 定義

集中荷重이 작용하고 있는 1방향 슬래브에서 유효폭 Be 는 다음과 같이 정의할 수 있다. (5)

$$Be = \frac{\int_{-B}^B M_x dy}{M_{x, \max}} \quad (1)$$

여기서, $M_{x, \max}$ 는 하중에 의한 슬래브에서의 중방향 최대휨모멘트이고,

$\int_{-B}^B M_x dy$ 는 최대모멘트가 발생하는 지점에서 橫斷面 휨모멘트 합이다.

1방향슬래브에서 橫斷面 휨모멘트 합은 單位幅을 가지고 있는 同一支間の 보에 同一크기의 荷重이 작용하였을때 該當點의 휨모멘트(M_{beam})와 같다. (5)

$$\int_{-B}^B M_x dy = M_{beam} \quad (2)$$

따라서 식(2)를 식(1)에 대입하여 유효폭은 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$Be = \frac{M_{beam}}{M_{x, \max}} \quad (3)$$

즉, 식(3)에서 보는 바와 같이 1방향 슬래브에 집중하중이 작용하고 있는 경우 슬래브의 유효폭 결정할 수 있다면 단순보해석으로도 슬래브의 최대휨모멘트를 간단히 구할 수 있게 된다.

위와 같은 有效幅의 概念을 이용하여 기둥으로 지지된 연속슬래브교의 중간지지점에서 휨모멘트가 0인 2점간의 거리를 가상지간으로한 1방향슬래브로 치환하고 支持點위치에서 기둥반력이 집중하중으로 작용한다고 간주하여 유효폭을 계산한다면, 단순보해석으로도 중간지지점의 휨모멘트를 계산할 수 있게 될 것이다. 이때 지간 L 은 純徑間을 이용하였다.

슬래브의 재원중에서 기둥폭이 지간과 어느 일정관계, 즉 $C = C_y L$ 이면, 식(3)에서 계산되는 유효폭은 다음과 같은 식으로 정의할 수 있다.

$$Be = C + (Ce - C_y) L \quad (4)$$

여기서 Ce 는 Be/L 의 비를 나타내며, 이를 유효폭계수로 정의한다. 식(4)에서 보는 바와 같이 유효폭은 유효폭계수를 결정하게 되면 유효폭은 간단히 계산할 수 있게 된다. 따라서 본 연구에서는 유효폭계수를 결정하는데 중점을 두기로 한다. 여기서 유효폭계수를 계산하기 위한 지간 L 은 純徑間을 이용하였다.

3. 解析 프로그램 및 모델링

본 연구에서 斷面力산정을 위하여 참고문헌4의 SHELPV의 평판요소를 이용하였다. SHELPV는 構造物의 形狀을 나타낼 수 있는 최소의 요소망을 이용하고 요소의 형상함수(Shape Function) 次數(P-Level)를 점차 증가시켜 收斂하는 技法을 사용한 P-version FEM program이고, Reissner-Mindlin's theory를 이용하였으므로 슬래브의 두께에 따른 단면력의 변화를 고려할 수 있었다⁴⁾.

단면력을 구하기 위한 要素網을 결정하기 위하여 등분포하중 및 중앙에 집중하중이 작용하고 있는 四邊固定된 평판에 대해, 1/4領域을 1 x 1 요소망으로 형상함수 次數를 증가하며 지지점에서의 휨모멘트를 검토하면, 표1과 같이 P-Level이 6이상에서 부터는 理論解와 비교하여 相對誤差가 3%이내의 값을 구할 수 있었다. 따라서 해석모델은 上板슬래브의 對稱性을 이용하여 그림3의 1/2부분을 3 x 3 요소망으로 구성하였고, 1개 요소가 47개의 절점을 갖는 P-Level이 8일때의 요소를 이용하였다. 기둥상부의 슬래브는 기둥과 一體로 구성되어 기둥과 함께 暴動하는 것으로 보고, 기둥의 실제 첫수와 동일한 斷面을 갖는 1개의 요소로 취하여 기둥단면의 변화를 고려 하였고, 기둥의 휨강성이 매우 크다고 가정하여 요소의 境界條件을 固定으로 하였다.

4. 有效幅 計算 結果 및 考察

본 연구에서는 슬래브교가 주로 이용되는 범위에서 2次線 橋梁를 대상으로 순경간(L)은 8 - 18m, 교폭(2B)은 6 - 9m, 기둥폭(C)/교폭(B)비는 0.1 - 0.2, 슬래브 두께(T)/순경간(L)비는 1/20 - 1/30의 범위에 대하여 유효폭을 계산하였다.⁽¹⁾

4.1 死荷重에 의한 有效幅

먼저 연속슬래브교를 단순보의 연속으로 치환하기 위하여 가상지간을 결정한다. 도로교시방서에서는 가상지간을 휨모멘트가 0인 두점간의 거리로 정의하고, 그 크기를 0.2(L1+L2)로 제시하고 있다. 본 연구에서는 그림4에서 보는바와 같이 연속보해석을 통하여 계산된 중간지점에서의 최대부모멘트와 중간지점의 반력이 집중하중으로 작용하고 있는 단순보에서 계산되는 최대휨모멘트가 동일할때의 지간을 가상지간으로 정의하고, 가상지간을 계산하여 보면, 시방서에서 제시하고 있는 가상지간과 동일한 0.4L이 계산되는 것을 알 수 있다. 따라서 사하중이 작용할때 부모멘트에 대한 가상지간은 그림4와 같이 0.4L로 결정하였다.

가상지간의 단순보에 중간지점의 반력 0.625W가 작용할때 하중점에서의 휨모멘트 0.0625WL를 식(3)의 M_{beam}에 대입하여 유효폭 B_e를 계산하고, 유효폭계수 C_e를 계산하였다. 여기에서 W는 2개 지간의 전체 사하중이다.

표2는 슬래브 두께가 변화할때 유효폭의 변화를 나타낸 것으로 두께의 변화에 따른 유효폭의 변화는 매우 적다는 것을 알 수 있다. 따라서 사하중이 작용할때 유효폭은 슬래브두께변화를 따로 고려하지 않고 평균한 값을 사용하여, 유효폭계수를 계산하였다. 유효폭계수 C_e와 B/L와의 관계는 그림5에서 보는 바와 같이 2차함수관계를 가지고 있고 C/B변화에 따라 변하는 것을 알 수 있다. 따라서 유효폭계수 C_e는 C/B비의 영향을 고려하여 2차회귀분석을 통해 다음과 같은 함수식을 구할 수 있었다.

$$C_e = \left[0.026 + 1.06 \left(\frac{B}{L} \right) - 0.74 \left(\frac{B}{L} \right)^2 \right] \left(\frac{C}{B} + 1 \right) \quad (5)$$

4.2 운하중에 의한 유효폭

운하중이 작용할때 중간지점에서 최대 단면력이 발생하는 위치를 조사하여보면 그림6과 같이 횡방향의 하중위치와 관계없이 기둥표면으로부터 0.4L떨어진 지점에 운하중이 위치할때 중간지점에

서 최대부모멘트가 발생하였다. 운하중이 작용할때의 가상지간은 사하중이 작용할때의 가상지간을 결정하는 방법과 동일한 방법을 이용하여, 그림7에서와 같이 최대부모멘트가 계산되는 위치인 0.4L에 운하중이 작용할때 0.5L로 결정하였다. (1)

운하중이 작용할 때 중간지지점부분을 그림7에서와 같이 0.5L을 가상지간으로 한 단순보로 치환한 후, 중간지지점의 반력 1.584P가 집중하중으로 작용할때의 최대휨모멘트 0.198PL를 식(3)의 M_{beam} 으로 하고, 유한요소해석을 이용하여 하중을 기둥표면으로부터 0.4L떨어진 지점에 위치할때 중간지지점의 기둥모서리에서 $M_{x,max}$ 를 구하여 식(3)을 이용하여 유효폭을 계산하고, 유효폭계수를 계산하였다.

운하중이 작용할때 유효폭에 영향을 주는 변수로서 교폭, 지간, 슬래브두께 및 C/B의 변화에 따른 유효폭의 변화는 그림8과 같다. 유효폭에 가장 큰 영향을 주는 변수는 교폭과 지간이고, T가 L/20인 경우에는 C/B의 비에 상관없이 거의 동일한 유효폭이 계산되지만, T가 얇아질수록 C/B의 변화에 따라 유효폭이 달리 계산됨을 알 수 있다.

유효폭계수 C_e 와 B/L비의 관계를 그림9에서 고찰하여 보면, C_e 는 B/L비와 2차함수관계가 있으며, 슬래브의 두께에 따라 변하는 것을 알 수 있다. 따라서 유효폭계수 C_e 는 C/B비와 상관없이 동일한 유효폭이 계산되는 $T = L/20$ 인 경우를 기준으로 수식화하였고, 슬래브두께 및 C/B비의 변화에 따른 유효폭의 변화를 고려하기 위하여 影響係數 C_f 를 따로 정하였다.

$$C_e = \left[0.104 + 0.435 \left(\frac{B}{L} \right) - 0.355 \left(\frac{B}{L} \right)^2 \right] C_f \quad (6)$$

그림9에서 슬래브두께 $T = L/20$ 인 경우를 기준으로 각각의 두께에 대한 C_e 의 變化率을 계산하여 보면 B/L의 全範圍에서 거의 일정하다는 것을 알 수 있다. 슬래브두께 T가 L/20일때의 C_e 를 1로 보고 슬래브 두께 및 C/B의 변화에 따른 C_e 의 변화율과 슬래브두께의 변화율(T_0/T [$T_0 = L/20$])의 관계를 고찰하여 보면, 그림10에서 보는 바와 같이 거의 線形으로 변화하고 있음을 알 수 있다. 따라서 슬래브두께의 변화에 따른 C_e 의 평균변화율을 영향계수 C_f 로 정하고 이를 回歸分析하여 아래와 같은 식을 구하였다.

$$C_f = 1 - \left[0.24 \left\{ \frac{C}{B} \right\} - 0.136 \right] \left\{ \frac{T_0}{T} - 1 \right\} \quad (7)$$

4. 結論

本 研究에서는 有限要素法을 이용하여 기둥으로 지지된 連續슬래브橋의 中間支持點에서의 縱方向 최대휨모멘트를 간단히 구할 수 있는 近似解法을 연구하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 중간지지점의 휨모멘트를 계산하기 위하여 死荷重이 작용할때 0.2L, 輪荷重이 작용할때 0.25L를 假像支間으로 한 단순보로 置換할 수 있다.

(2) 사하중 및 운하중에 의한 중간지지점의 縱方向 최대휨모멘트를 간략하게 계산할 수 있는 유효폭계수를 수식화 하였다.

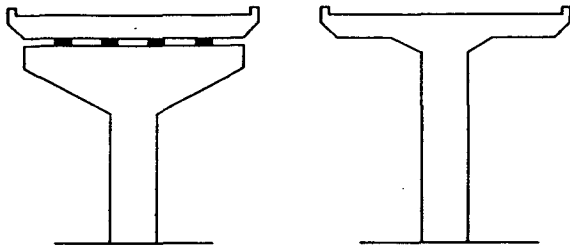
本 연구는 기둥으로 지지된 슬래브교에 있어서 2경간 연속교에 한하여 사하중 및 운하중에 의한 종방향 휨모멘트에 대하여 실시하였지만 슬래브교를 기둥으로 지지하는 경우 운하중에 의한 횡방향 휨모멘트, 비틀림 거동 및 계산된 유효폭에 대한 철근배근방법등에 대해 더 많은 연구가 과제 로 남아 있다고 할 수 있다.

감사의 글

본 연구를 위해 도움을 주신 전남대학교 우광성교수님께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Bakht, B. and Jaeger, L.G., "Bridge Analysis Simplified", McGraw-Hill, 1987.
2. 西山啓伸, "新體系土木工學43 橋梁上部構造(Ⅲ)", 技報堂, 1980, pp. 131-148.
3. "道路橋標準示方書", 建設部, 1985.
4. Woo, Kwang-sung, "High Precision Analysis of Plates and Cylindrical Shells in The Presence of Singularities by The P-version of The Finite Element Method", Vanderbilt University, 1988.
5. Szilard, R., "Theory and Analysis of Plates", Prentice Hall, 1974.



(a) T형교각지지 슬래브교 (b)기둥지지 슬래브교

그림 1. 슬래브교의 중간지지점의 형태

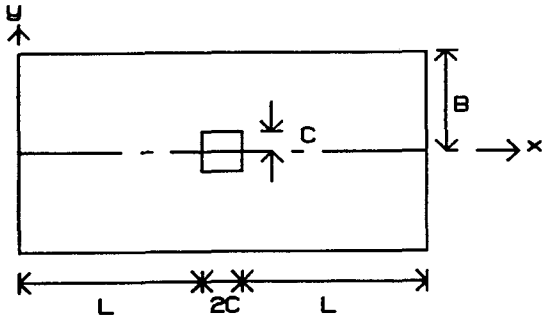


그림 3. 상판바닥슬래브의 제원

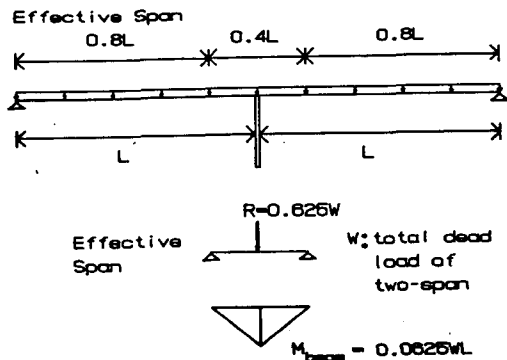


그림 4. 등분포하중을 받는 중간지지점의 가상지간

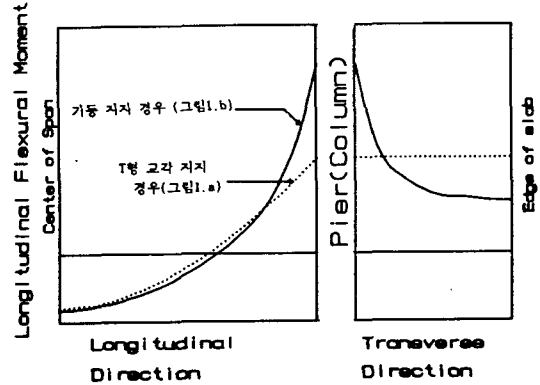


그림 2. 연속슬래브교의 종방향모멘트의 종·횡 방향분포 비교

표1. P-Level에 따른 SHELPMV의 평판요소의 수렴성 조사

P-Level	등분포하중		집중하중	
	SHELPMV	상대오차	SHELPMV	상대오차
6	4.94	0.037	0.1220	0.0029
7	5.29	-0.031	0.1259	-0.0015
8	5.18	-0.009	0.1256	0.0007
Timoshenko	5.13(kg·cm)		0.1257 (kg·cm)	

NOTE: 해석대상 = 四邊固定된 장방형 평판 ;
 가로 = 세로 = 10 cm 두께(t) = 0.01 cm
 영계수(E)=10E+06kg/cm² 포아슨비(ν) = 0.3
 작용하중: 등분포하중=1kg/cm² 집중하중 = 1 kg

표 2. 사하중이 작용할 때 슬래브 두께에 따른 유효폭의 변화(B=3, C/B=0.1)

L	T/L	1/20 (ton.m)	1/25 (ton.m)	1/30 (ton.m)
8 m		2.673	2.664	2.659
10 m		2.910	2.905	2.905
12 m		3.100	3.259	3.251
16 m		3.398	3.386	3.384
18 m		3.519	3.519	3.499

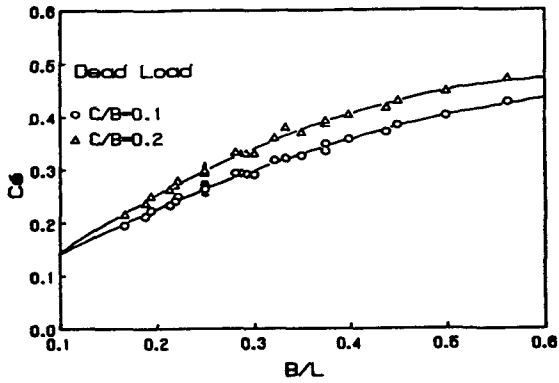


그림 5. 사하중이 작용할때 C/B의 변화에 의한 유효폭 계수의 변화

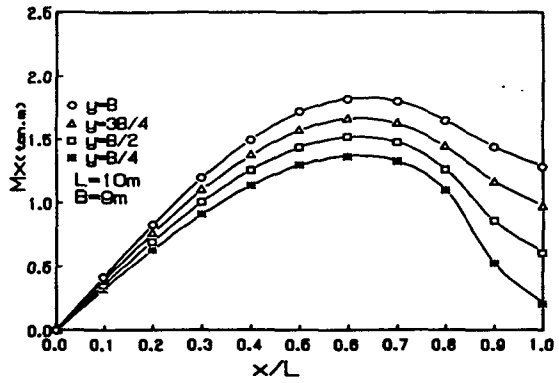


그림 6. 운하중의 위치에 따른 중간지지점의 M_x 의 변화

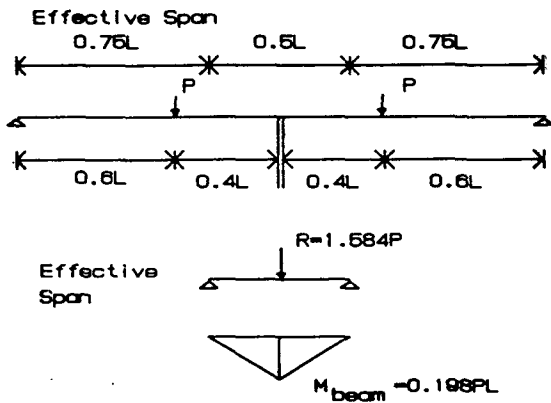


그림 7. 집중하중을 받는 연속형교의 가상지간

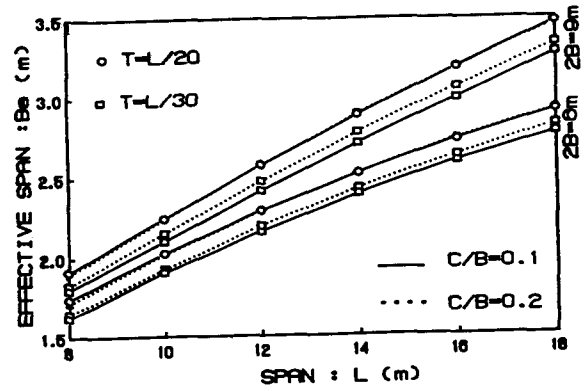


그림 8. 운하중이 작용할때 교폭 및 슬래브두께의 변화에 따른 유효폭의 변화

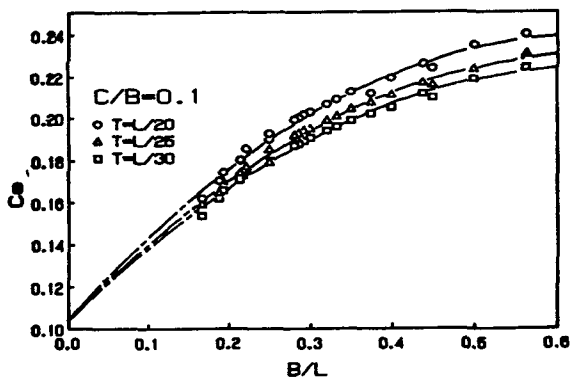


그림 9. 운하중이 작용할때 슬래브두께에

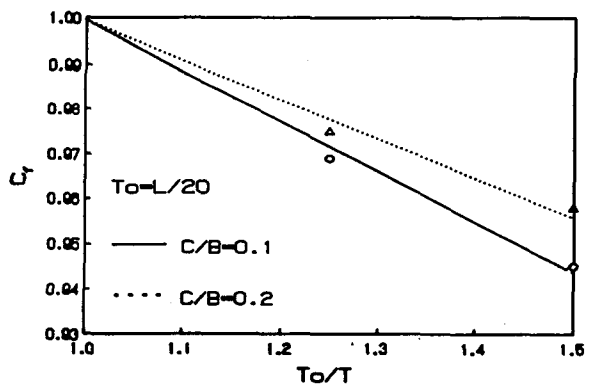


그림 10. 슬래브두께의 변화에 따른 영향계수(C_f)