

## 하중 계수에 기초한 최적신뢰성해석 모델 개발 [Development of Load Factors Based on Optimum Reliability Analysis Model]

이 증 빈 \*  
Lee Cheung - Bin  
신 형 우 \*\*  
Shin Hyung - Woo

### ABSTRACT

This study introduces simple derivation of optimum load factors based on both cornell's MFOSM (Mean First Order 2nd Moment) methods and Lind - Hasofer's AFOSM (Advanced First Order 2nd Moment) methods and demonstrates the relationship between the optimum reliability, the load factors, the probability distributions selected to model the load, and a measure of relative failure cost.

Although some of the cost parameters cannot be evaluated accurately and the upper tail characteristics of the distributions of the random loads remain uncertainty, this optimum reliability formulation provides insight on which parameters are most significant in selecting appropriate load criteria for structure design.

#### 1. 서 론

토목 구조물의 안전성에 영향을 미치는 요인은 사용 구조 재료의 통계적 변동 및 품질관리, 시공상의 불량에 따른 구조 설계강도의 인위적 오차, 설계하중의 통계적 변동과 시대 변화에 따른 변동 오차, 그리고 설계하중의 이상화와 단순화에 대한 오차 또는 설계작업중에 생기는 인위적 오차등 많은 불확실성을 갖게 된다.

이러한 불확실 요인때문에 오랜 경험과 기술자의 직감 능력으로 결정되는 확정적인 허용응력 설계법은 안전성 조사에 있어서 일관성 있는 안전 수준을 유지하기가 어렵다. 또한 현행 토목구조물 시방서에서 규정하고 있는 하중 계수도 구조물에 작용하는 하중 분포 모형, 하중 분배 등 구조물의 통계적 특징치를 충분히 고려하지 않고 있어 확률론적인 신뢰성 이론에 의한 안전 수준 및 하중 계수의 개선이 시급히 이루어져야 한다.

이와 같은 관점에서 지금까지 구조물의 신뢰성 해석 및 설계규준은 경제성을 무시하고 구조물의 역학적 안전성만을 고려하여 산정된 것이다. 이 신뢰성 이론은 MFOSM법과 AFOSM법인 2차모멘트법으로 실용적이며 현대적인 방법으로 발전되었다. 즉 MFOSM법인 Cornell의 정규변형 모델 및 Rosenbruth-Esteva의 대수정규변형 모델과 AFOSM법인 Lind-Hasofer의 최소거리법, Ellingwood의 부분대수변형 모델 및 Rackwitz - Fiessler의 근

사확률분포 모델등 다양한 기법이 있다.<sup>1)</sup>

이러한 신뢰성 해석 모델을 이용한 구조설계시방서의 설계규준의 개발에 적용하는 연구가 활발히 진행되어 왔는데 선진국에서는 신뢰성 해석 모델을 이용한 LSD, LRFD규준을 도입하였고, 각종 시공 재료에 대하여 공통 통합규준으로서의 PBLSD규준등 도입하기위한 검토가 진행중에 있다.<sup>2),3)</sup>

본 연구에서는 실용적인 구조 신뢰성 이론으로 발전되어 각종 구조 설계시방서의 설계규준의 개발에 적용한 2차 모멘트법을 이용하여 하중계수의 대소에 대응하는 구조물의 역학적 안전성과 사회적, 경제적 (Socio-economic) 을 동시에 고려한 최적 신뢰성 해석 및 설계규준을 통계적 의사결정이론 (Probability-based decision model) 에 의해 효율적인 알고리즘을 개발하였고<sup>4),5)</sup> 이 하중계수에 기초한 최적 신뢰성 해석 (LFBOR : Load Factors Based on Optimum Reliability) 을 정규, 대수 정규 및 부분대수정규표준화변형 모델로 간소화시키고 기존의 복잡한 반복 시행법을 해석적으로 간단하고도 비교적 정확하게 최적 신뢰성 지수를 구할수 있는 근사식을 도입하였다. 또한 부분대수변형 모델로부터 하중 - 저항계수 및 중앙안전율등을 반복시행에 의하여 산정하던 기존의 방법으로부터 중앙안전율과 저항계수에 무관하게 하중계수만을 반복시행함으로써 하중계수 및 저항계수등을 산정하고 있음을 보이고 근사식을 도입하였다.

\* 정희원, 순천공업전문대학 토목과, 공학박사

\*\* 정희원, 순천공업전문대학 토목과, 전임강사

2. 최적 신뢰성 이론 및 해석

2.1 신뢰성 최적화 이론

불확실량을 확률 및 통계적으로 취급하는 신뢰성설계법 중에서 총비용 최소화 원칙을 이용한 최적신뢰성 설계방법은 대상 구조물의 안전성과 경제성을 고려한 것이다. 이 방법은 통계적의사결정 이론에 기초한 방법으로서 가장 간단한 신뢰성 최적화 이론은 다음과 같이 된다. (1,9)

$$C_T = C_1 + P_f C_2 \quad (1)$$

여기서,  $C_T$  = 구조물의 건설 비용  
 $C_1$  = 구조물의 초기 건설 비용  
 $C_2$  = 구조물 파괴시의 손실 비용  
 $P_f$  = 구조물의 파괴 확률

식(1)은 표준 공간내에서  $R^* = S^*$ 일때의 초기 건설비용  $C_0$ , 공칭 건설비용비  $k$ , 공칭 파괴건설 비용  $g$ 의 함수로 정리하면 다음과 같이 된다.

$$C_T = C_0 [1 + k(R^*/S^* - 1)] + C_0 P_f g$$

$$= C_0 [1 + k(R^*/S^* - 1)] + P_f G \quad (2a)$$

$$P_f = \Phi(-\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\beta}^{\infty} e^{-u^2/2} du \quad (2b)$$

여기서,  $R^*$  = 공칭 또는 설계 저항  
 $S^*$  = 공칭 또는 설계 하중 효과

식(2)의  $C_T$ 는 설계하중 효과의 함수로서 일반적으로 공칭 하중 효과  $S^*$ 가 커질에 따라 초기 건설 비용  $C_1$ 가 증가 하게 된다. 따라서 실제 구조물 설계에 있어서 저항과 하중 효과의 확률변수는 서로 독립적이므로 이에 대한 불확실량을 정확하게 파악하기 위해서는 저항  $R$ 과 하중 효과  $S$ 는 별도로 취급하는 편이 바람직하다.

2.2 최적 신뢰성 해석

2.2.1 MFOSM의 근사적 해석

1) 정규 표준화 변환

저항  $R$  및 하중효과  $S$ 에 대해 파괴점  $r^* = s^*$ ,  $R^* = S^*$ 로 놓고 정규표준화 변환 시키면 공칭(설계)저항  $R^*$  및 공칭(설계)하중효과  $S^*$ 는 다음과 같다. (8,9)

$$R^* = \bar{R} - \alpha_R \sigma_R \beta = \bar{R} (1 - \alpha_R \beta \Omega_R) \quad (3a)$$

$$S^* = \bar{S} + \alpha_S \sigma_S \beta = \bar{S} (1 + \alpha_S \beta \Omega_S) \quad (3b)$$

여기서  $\bar{R}$  = 평균저항  
 $\bar{S}$  = 평균 하중효과

식(3)에서  $\alpha_R, \alpha_S$ 는 각종 저항 및 하중효과에 대한 선형화 계수라고 하면 다음과 같다.

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4a)$$

$$\alpha_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4b)$$

그러므로 식(3)에서 공칭 저항  $R^*$  및 공칭 하중효과  $S^*$ 을  $r_d$ 로 하여  $R^* = S^*$ 로 놓으면 최적 신뢰성 지수 ( $\beta_{opt}$ )를 구할 수 있다. 즉, 식(2a)에 식(3b), 식(2b)를 대입하여  $\partial C_T / \partial r_d = 0$ 으로 식(2a)를 편미분하면 최적공칭 하중효과 ( $r_{opt}$ )는 다음과 같이 된다.

$$r_{opt} = S (1 + \alpha_S \sqrt{2 \ln \frac{g}{\sqrt{2\pi} \kappa \alpha_S \Omega_S}}) \Omega_S \quad (5)$$

따라서 식(5)와 식(3b)를 비교해 보면 최적신뢰성 지수 ( $\beta_{opt}$ : Optimum Reliability Index)는 다음과 같이 된다.

$$\beta_{opt} = \sqrt{2 \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi} \kappa \alpha_S \Omega_S}} \quad (6)$$

이때,  $\alpha_S = 0.85$ 가 최소 오차를 주는 값이 된다.

2) 대수 정규표준화 변환

정규 표준화 변환의 해석과 같이  $r^*, s^*$ 는 파괴현상에서 원점까지의 최소거리의 좌표점으로서 설계점이라 부르기도 하는데,  $r^* = s^*$ ,  $R^* = S^*$ 로 놓고 대수 정규 표준화 변환시키면 공칭 저항  $R^*$  및 공칭하중 효과  $S^*$ 는 다음과 같이 된다. (8,9)

$$R^* = R \exp(-\alpha_R \beta \Omega_R) \quad (7a)$$

$$S^* = S \exp(\alpha_S \beta \Omega_S) \quad (7b)$$

여기서,

$$\alpha_R = \frac{\Omega_R}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (8a)$$

$$\alpha_S = \frac{\Omega_S}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (8b)$$

따라서 식(2a)에 식(2b), (8b)를 대입하여  $\partial C_T / \partial r_d = 0$ 로 하면 최적 공칭하중효과  $r_{opt}$ 는 다음과 같이 된다.

$$r_{opt} = S \exp[\alpha_S (-\alpha_S \Omega_S + \sqrt{(\alpha_S \Omega_S)^2 + 2 \ln \frac{g}{\sqrt{2\pi} \kappa \alpha_S \Omega_S}})] \Omega_S \quad (9)$$

그러므로 식(7b), 식(8)를 비교하면 최적 신뢰성 지수  $\beta_{opt}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\beta_{opt} = \sqrt{(\alpha_S \Omega_S)^2 + 2 \ln \frac{g}{\sqrt{2\pi} \kappa \alpha_S \Omega_S} - \alpha_S \Omega_S} \quad (10)$$

여기서,  $\alpha_S = 0.85$ 임.

2.2.2 AFOSM의 반복 시행 해석

부분 대수 정규 표준화 변환(반복법)은 AFOSM을 이용하여 표준화 공간의 원점에서 한계상태면까지의 최소거리로써 좀더 정확한 값을 얻을 수 있는 기법으로서 부분 하중 효과를 전체하중효과로 취하여 Ellingwood와 같이 저항을 표준 대수변환시키고 하중 효과를 표준정규 변환시키면 식(7)에서 다음과 같이 된다. (7, 8, 9, 10)

$$\beta R = r_s S \quad (\text{또는 } \phi_{no} = r_s) \quad (11)$$

$$\text{여기서, } \phi = \exp(-\alpha_R \beta \Omega_R) \quad (12a)$$

$$r_s = 1 + \alpha_S \beta \Omega_S \quad (12b)$$

이때,

$$\alpha_R = \frac{r_s \Omega_R}{\sqrt{\lambda r_s \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} = \sqrt{1 - \alpha_S^2} \quad (13a)$$

$$\alpha_S = \frac{\Omega_S}{\sqrt{\lambda r_s \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (13b)$$

여기서,  $\Omega_S = \Omega_{SD}^2 + \rho^2 \Omega_{SL}^2 / (1 + \rho)$

$\rho=L/D$ (하중비)  $n_0=\bar{R}/\bar{S}$ (중앙안전율)  
따라서 최적 신뢰성 지수  $\beta_{opt}$ 에 대한 수치해는 Newton-Raphson을 이용한 반복 시행 알고리즘으로 나타내면 다음과 같이 된다.

Step 1:  $\rho, \Omega_i$ 가 주어지면 근사법으로  $\phi, \gamma_i$ 를 가정하여 식(13)으로부터  $\alpha_i$ 를 구하여 식(12)을 식(11)에 대입한 다음 식(11)으로부터  $\beta_{opt}$  계산

Step 2: 이  $\beta_{opt}$ 를 식(12)에 대입  $\phi, \gamma_i$ 를 구한 다음 식(13)으로부터  $\alpha_i$ 를 계산

Step 3: 전사이클의  $\alpha_i, \beta_i$ 를 현 사이클의 값과 비교한 후에 수렴할때까지 반복시행

한편, 정규표준화 변환인 경우는 식(12)를  $\phi=1-\alpha_R\beta$   $\Omega_s, \gamma_s=1+\alpha_s\beta\Omega_s$ 로 바꾸어 최적 신뢰성 지수  $\beta_{opt}$ 를 계산하고, 대수표준화 변환인 경우는 식(12) 대신에  $\phi=\exp(-\alpha_R\beta\Omega_R), \gamma_s=\exp(-\alpha_s\beta\Omega_s)$ 로 하여 부분대수 정규표준화 변환의 반복 시행 알고리즘을 사용하면 된다.

### 3. 최적 신뢰성 설계기준

신뢰성 설계 기준은 대상 구조물의 안전성을 확보하기 위하여 적절한 목표 신뢰성 지수( $\beta_0$ : Target Reliability Index)를 결정하고 이로부터 저항 계수( $\phi$ )와 하중계수( $\gamma$ )를 선정하는 것이다.

본 연구에서 도입한 최적 신뢰성 해석 및 설계기준 해석은 구조물의 역학적 안전성에 대상 구조물의 파괴로 인한 인명 재산피해와 사회·경제적 중요도를 고려하여 정책적 결정까지 확보한 방법으로서 선형화 계수( $\alpha_i$ ) 및 공칭 건설 비용비( $k$ )와 공칭 파괴건설비용과의 비 즉,  $g/k$ 로부터 최적 신뢰성 지수 ( $\beta_{opt}$ )를 구하고  $\beta$ 에 따른  $\phi, \gamma_i$ 를 구하는 방법이다. 따라서 본 연구에서 도입된 근사적 해석 및 반복 시행 해석에 의한  $\phi, \gamma_i$ 를 구하는 방법을 소개한다.

#### 3.1 MFOSM의 근사적 해석

##### 3.1.1 정규 표준화 변환 근사법

Level-II 인 2차 모멘트법에 의한 신뢰성 해석 이론은 문헌(1)등에 서술되어 있으므로 이에 대한 서술은 생략하고 전술한 신뢰성 해석에서  $\beta=\beta_{opt}$ 로 놓고 식(3)을 정리하면 정규변환 근사법에 의한 최적 신뢰성 설계기준  $\phi, \gamma_i$ 는 다음과 같이 된다. (7, 8, 9, 10)

$$\Phi = 1 - \frac{n_0 \Omega_R^2 \beta_{opt}}{\sqrt{n_0^2 \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (14a)$$

$$\gamma_D = 1 + \frac{\Omega_{SD}^2 \beta_{opt}}{(1+\rho)\sqrt{n_0^2 \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (14b)$$

$$\gamma_L = 1 + \frac{\rho \cdot \Omega_{SL}^2 \beta_{opt}}{(1+\rho)\sqrt{n_0^2 \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (14c)$$

여기서,  $\Omega_s = \sqrt{\Omega_{SD}^2 + \rho^2 \Omega_{SD}^2} / (1+\rho)$   
 $n_0 = \bar{R}/\bar{S}$ (중앙 안전율)  
 $\rho = L/D$ (하중비)  
 $\phi$  = 저항계수  
 $\gamma_s$  = 조합 하중계수  
 $\gamma_D$  = 사하중 계수  
 $\gamma_L$  = 활하중 계수

#### 3.1.2 대수 표준화 변환 근사법

정규 표준화변환 근사법과 마찬가지로 전절의 식(7)를  $\beta=\beta_{opt}$ 를 놓고 정리하면 최적 신뢰성 설계 기준  $\phi, \gamma_i$ 는 다음과 같이 된다. (7, 8, 9, 10)

$$\Phi = \exp\left(-\frac{\Omega_R^2 \beta_{opt}}{\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_S^2}}\right) \quad (15a)$$

$$\gamma_D = \exp\left(\frac{\Omega_{SD}^2 \beta_{opt}}{(1+\rho)\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_S^2}}\right) \quad (15b)$$

$$\gamma_L = \exp\left(\frac{\rho \cdot \Omega_{SL}^2 \beta_{opt}}{(1+\rho)\sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_S^2}}\right) \quad (15c)$$

#### 3.2 AFOSM의 반복 시행 해석

##### 3.2.1 부분 대수 표준화 변환 반복법

2.2절의식들을 그대로 이용하여  $\phi, \gamma_i$ 를 구할 수 있으며, 이때 반복 알고리즘은 2.2에서 밝힌 것과 동일하다. 그러나  $\phi, \gamma_i$ 를 구하는 데에도 식(13a)를 식(12b)에 대입하여 다음과 같이 단순화 시킬수 있다. (8, 9)

$$\gamma_s = 1 + \frac{\Omega_S^2 \beta_{opt}}{\sqrt{\gamma_s^2 \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (16)$$

식(16)에서 본 바와 같이 전체 하중 계수  $\gamma_s$ 는 적당히 가정하여 식(16)만을 반복시행함으로써  $n_0, \phi$ 에 관계없이  $\gamma_s$ 를 구할 수 있고  $\gamma_s$ 의 값이 결정되면 최적 신뢰성 설계 기준  $\phi, \gamma_i$ 는 다음식으로부터 얻을 수 있다. (7, 8, 9, 10)

$$\Phi = \exp\left(-\frac{\gamma_s \Omega_R^2 \beta_{opt}}{\sqrt{\gamma_s^2 \Omega_R^2 + \Omega_S^2}}\right) \quad (17a)$$

$$\gamma_D = 1 + \frac{\Omega_{SD}^2 \beta_{opt}}{(1+\rho)\sqrt{\gamma_s^2 \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (17b)$$

$$\gamma_L = 1 + \frac{\rho \Omega_{SL}^2 \beta_{opt}}{(1+\rho)\sqrt{\gamma_s^2 \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (17c)$$

따라서 식(16)에 의한 반복시행으로  $\phi, \gamma_i$ 를 구하는 수치해는 Newton-Raphson법을 이용한 알고리즘으로 나타내면 다음과 같다.

Step 1:  $\rho, \Omega_i, \beta_{opt}$ 가 주어지면  $\phi, \gamma_i$ 를 근사적으로 가정하여  $\gamma_s$ 를 계산(식(16) 이용)한 다음 가정치와 비교하여 수렴할때까지 반복시행

Step 2:  $\phi, \gamma_i$  계산 (식(17) 이용)

한편, 정규표준화 변환 반복법은 식(17)대신에 식(14)를 이용하고 대수 표준화 변환 반복법은 식(17)대신에 식(15)를 이용하여 최적신뢰성 설계기준  $\phi, \gamma_i$ 를 부분 대수 표준화 변환 반복법의 알고리즘 수치해로 구할 수 있다.

##### 3.2.2 부분 대수 표준화 변환 근사법

부분 대수 표준화 변환에서  $\gamma_s$ 는  $n_0$ 를 알수 없으므로 식(17)를 다음과 같이 변형하여 근사적으로  $\gamma_s$ 를 얻을 수 있다.

$$\gamma_s = 1 + \frac{\Omega_S^2 \beta_{opt}}{\sqrt{\lambda \Omega_R^2 + \Omega_S^2}} \quad (18)$$

여기서,

$$\lambda = \frac{1-\alpha_s^2}{\alpha_s^2} \cdot \frac{\Omega_S^2}{\Omega_R^2}$$

식(18)으로부터  $\gamma_s$ 를 구하여 식(17)에 대입하면 근사적으로  $\phi, \gamma_i$ 를 구할 수 있다. 이때  $\lambda$ 는  $\alpha_s$ 와  $\Omega_s, \Omega_R$ 의 함수로서 구해지는데  $\lambda=1.05-1.8$ 정도의 값이다.

#### 4. 계산 및 고찰

#### 4.1 최적 신뢰성 이론의 비교 분석

총비용 최소화의 원칙을 이용한 최적 신뢰성 해석 및 설계이론은 한계상태 함수의 형태, 표준화 좌표변환의 형식, 근사화 기법등에 따라 달라지기 때문에 최적 신뢰성 해석 및 설계규준의 개발에 앞서 합리적이며 효율적인 알고리즘과 근사 해석법의 일관성 있는 선택이 중요하다.

본연구에서는 하중 계수에 기초한 최적 신뢰성 해석 및 설계이론으로 개발한 알고리즘과 기존의 해석법과 비교 분석하는 것이 주요안점이므로 표-1과 같이 R, C도로교의 상부구조에 대한 저항 및 하중 효과의 불확실량으로 해석한다. <sup>(8,9)</sup>

표-1 저항 및 하중 효과의 불확실량

	저항(R)	하중 효과(S)	
		사하중(D)	활하중(L)
평균/공칭	1.15	1.05	1.25
변동계수	0.16	0.10	0.30

그림-1은 표-1의 불확실량을 사용하여 D+L 하중 조합인 경우  $g/k$  ( $g$ =공칭과피 비용,  $k$ =공칭 경비비)에 따른  $\rho=L/D$ 의 변환의 최적 신뢰성 지수  $\beta_{opt}$ 를 산정하여 도시한 것이다. 그림에서 보면 AFOSM근사법은  $g/k$ 를 10, 50, 100, 1000의 경우, 하중비  $\rho$ 가 커짐에 따라  $\beta_{opt}$ 가 단계적으로 완만하게 변화하는데 반하여 AFOSM반복 시행법은 기존의 신뢰성 해석과 마찬가지로  $g/k$ 에 무관하게 하중비  $\rho$ 가 커짐에 따라 급격히 감소함을 나타내고 있다. 이는 표-2에서와 같이 최적 신뢰성 지수  $\beta_{opt}$ 가 총비용 최소화의 원칙을 사용한 식(2)가 파괴확률까지 고려하여 계산했기 때문에 단계적으로 완만하게 변화한다.

그리고 그림-1 및 표-2에서 계산된  $\beta_{opt}$ 는 하중 효과의 선형화 계수  $\alpha_s$ 에 좌우되는데  $\alpha_s$ 는 통상  $0.55 < \alpha_s < 0.95$  범위에서 신뢰성 해석이론에 사용되어 지는데, 본연구에서는  $\alpha_s=0.85$ 로 했기 때문에 반복 시행법의  $\beta_{opt}$ 는 기존의 신뢰성 해석(문헌 9참조)의  $\beta=3.97-2.5$ 로  $g/k$ 에 무관하여 비슷하게 나타나고 있다.

표-2 최적 신뢰성 지수 ( $\beta_{opt}$ )의 비교

g/k	AFOSM(MFOSM) 근사법		AFOSM 반복 시행법		
	정규변환형	대수변환형	정규변환형	대수변환형	부분대수변환형
10	2.71-2.42	2.61-2.22	2.23-2.34	3.84-2.23	3.97-2.50
50	3.25-3.01	3.15-2.81	(*)	(*)	(*)
100	3.45-3.01	3.35-3.03	(*)	(*)	(*)
1000	4.07-3.88	3.97-3.68	(*)	(*)	(*)

한편, AFOSM반복 시행법의 정규 변환형  $\beta$ 가 대수 변환형 보다 0.6-0.2정도 하한치해를 주고 있고, AFOSM 근사법의 정규 변환형  $\beta_{opt}$ 가 대수 변환형 보다 0.1-0.2 정도 상한치해를 주고 있다. 따라서 AFOSM반복 시행법과 근사법으로 계산한  $\beta_{opt}$ 의 상대오차가  $\rho=0.5-1.5$ 사이에서  $\pm 0.5\%$ 이하의 오차임을 알 수 있어 최적 신뢰성 해석에 있어서 하한치해를 주는 대수 변환형 공식(10)을 이용함이 바람직하다 본다. 이때  $\beta_{opt}$ 는 대상 구조물의 구조적 안전과 파괴로 인한 인명, 재산피해와 사회, 경제적 중요도까지 고려한 안전수준을 결정할 수 있다.

#### 4.2 최적목표신뢰성지수의 선정

본연구에서 제시한 최적 신뢰성 지수의 결정요소로서는 하중 효과의 선형화계수의 선정이 중요한데, 구조물 설계 시에 극한 상태에 있어 강도 설계(USD)의 파괴 확률은  $P_f=10^{-3}-10^{-4}$ (즉,  $\beta=3.09-3.179$ ) 정도이고 허용응력 설

계(WSD)의 파괴 확률은  $P_f=10^{-5}-10^{-7}$ (즉,  $\beta=4.265-5.197$ )의 정도로 구조물의 안전성 수준을 검사하고 있으므로 그림-2은 하중비 $\rho=1.0$ 일때  $g/k$ 의 변화에 따른  $\beta_{opt}$ 를  $\alpha_s$ 의 변화로 계산하여 도시한 것이다. 그림에서 보면  $\alpha_s$ 가 커짐에 따라  $\beta_{opt}$ 가 0.05정도 증가하고  $g/k=50-100$  사이에서  $\beta_{opt}$ 가 완만하게 변화하며  $g/k=10-50, 100-1000$ 사이에서 예민하게 급변함을 알 수 있다. 여기서 정규변환형 $\beta_{opt}$ 가 대수 변환형 보다 0.13정도 상한치해를 보여주고 있다. 그리고 문헌(6)에서 공칭 경비비  $k$ 는  $k=0.02-0.1$ (교량 및 건축물),  $k=0.01-0.05$ (원자력 발전소)값으로 구조물에 따라 다른 값을 갖게 되고, 공칭 파괴 비용  $g$ 는 파괴 비용( $C_f$ )와 초기 건설비( $C_o$ )의 비, 즉,  $g=C_f/C_o$ 로서  $g/k=10$ 인 경우 즉,  $g=1.0$ ,  $k=0.1$ 로서 초기 건설비  $C_o$ 와 파괴비용  $C_f$ 와 같다는 것이며, 이것은 설계하중이 50% 감소하면 초기 건설비용이 5%감소한다는 것이다.

따라서 최적 신뢰성 지수  $\beta_{opt}$ 를 결정하여 검정할 때는 AFOSM의 대수 변환형 근사법이 바람직하다. 이때  $\beta_{opt}$ 는  $g/k$ 에 따라 결정되는데 ACI, ANSI에서는  $15 < g/k < 50$ 의 범위값을 선정함이 타당하지만 우리나라 시방서에서는 구조물의 저항 불확실량 및 하중의 불확실량에 대한 통계치의 결핍, 기술수준과 중량화, 교통 하중등의 불예측의 오차를 고려하면,  $\beta_{opt}$ 가  $50 < g/k < 100$ 의 범위에서 결정함이 10-20%내외의 안전측 설계로서 바람직하다 본다.

#### 4.3 최적 신뢰성 설계규준

AFOSM의 반복시행법으로 문헌(9)의 부분 대수 변환형으로 계산한 목표신뢰성 지수 $\beta_o$ 에 따른 평균 저항계수( $\phi$ ) 및 하중계수( $\gamma$ )와 본 연구에서 제안한  $g/k$ 의 변화에 따른 최적 신뢰성 지수 $\beta_{opt}$ 으로 계산한  $\phi, \gamma$ 을 하중비  $\rho=L/D$ 에 따라 비교하여 제안하였고  $\phi, \gamma$ 의 계산한 값을 표-3에 나타냈다.

표-3 하중-저항 지수의 비교

rs-g/k	$\beta_{opt}$	본 연구			$\beta_o$	문헌-9			
		$\phi$	$\gamma_D$	$\gamma_L$		$\phi$	$\gamma_D$	$\gamma_L$	
0.85	10	2.47	0.7328	1.0484	1.4356	2.5	0.7318	1.0497	1.4318
	50	3.03	0.6792	1.0578	1.5203	3.0	0.6832	1.0577	1.5195
	100	3.14	0.6596	1.0612	1.5514	3.5	0.6379	1.0660	1.5941
	1000	3.87	0.6045	1.0714	1.6400	4.0	0.5951	1.0740	1.6660

표-3에서 최적 신뢰성지수 $\beta_{opt}$  파괴 확률  $10^{-3}-10^{-4}$ 범위로서  $\beta_{opt}=3.09-3.179$ 사이 값으로 현행 USD설계규준의 검정시에는  $g/k$ 가  $50 < g/k < 100$ 범위에서 결정함이 타당하다고 본다. 따라서 막연한 기존의 목표 신뢰성 지수를 결정하여  $\phi, \gamma$ 값을 결정하는 방법보다는 통계적 의사결정이론을 도입한 총비용 최소화 원칙에 의한  $g/k$ 의 함수로서 결정되는  $\beta_{opt}$ 을 선정하여  $\phi, \gamma$ 값을 결정하는 것이 합리적이라 하겠다.

그림-3은 근사법으로  $g/k$ 의 변화에 따른  $\phi, \gamma$ 값을 하중비의 변화로 계산하여 도시한 것이다. 그림에서 보면  $\phi, \gamma$  값이 대수 변환형>부분대수변환형>정규 변환형순으로 되는데, 전절 4-1에서와 같이 AFOSM근사법중에서 부분 대수 변환형이 가장 합리적인 방법임을 입증해 주고 있다.

그리고 그림-4은  $g/k$ 의 변화에 따른  $\phi, \gamma$ 값을  $\alpha_s$ 의 변화로 계산하여 도시한 것이다. 그림에서 보면 그림-3과 같이 대수변환형이 부분 대수변환형보다  $\gamma$ 가 0.12-0.27 정도 상한치해를 주고 있는데 반하여 정규 변환형의  $\phi$  값

이 부분 대수 변환형 보다  $\phi=0.11-0.20$ 정도 하한치해를 보여주고 있다.

한편, AFOSM과 MFOSM근사법의 비교에서도 MFOSM-대수 변환형  $\gamma_L$ 가 0.25-0.58정도 상한치해를 주고 있으며  $g/k=100-1000$ 사이에서 급변하고 있다. 이는 MFOSM의 대수 변환형 근사법이 하중비의 재하상태에 따라 민감함을 나타낸 것이다.

따라서 최적 신뢰성 설계규준은 기존의 목표 신뢰성 지수  $\beta_0$ 를 선정하여 구한  $\phi, \gamma$ 값을 결정하는데 반하여 본 연구에서 구한 최적 신뢰성 설계 규준  $\phi, \gamma$ 는  $g/k$ 가 15 ( $g/k < 50$ ) 범위에서 최적치를 얻을 수 있다.

표-4  $g/k$ 에 따른 공칭저항-하중계수 및 공칭안전율

$\alpha \cdot \rho \cdot g/k$	평균저항-하중계수			공칭저항-하중계수			공칭안전율 ( $n'_{opt}$ )	
	$\phi$	$\gamma_D$	$\gamma_L$	$\phi$	$\gamma_D$	$\gamma_L$		
0.85-1.0	10	0.7328	1.0484	1.4356	0.8427	1.1008	1.7945	1.6821
	50	0.6792	1.0578	1.5203	0.7811	1.1107	1.9004	1.8835
	100	0.6596	1.0612	1.5514	0.7585	1.1143	1.9392	1.9655
	1000	0.6045	1.0714	1.6400	0.6952	1.1250	2.0500	2.2256

표-4는 AFOSM-부분 대수 변환형으로 공칭 하중-저항 계수 및 공칭 안전율( $n'_{opt}$ )를 나타낸 것이다. 표-4에서 보면 현행 도로시방서에서 휨부재의 강도 설계규준은  $\phi' = 0.85, \gamma_D' = 1.2, \gamma_L' = 1.8$ 로 규정하고 있는데, 본 연구에서 계산한  $g/k=10$ 의  $\phi, \gamma$ 값과 거의 비슷한 수준을 보여주고 있으며 공칭 안전율도 현행 시방서에서 약 1.78정도 취하고 있는데 반하여 본 연구에서는  $n = 1.68$ 정도로 다소 적은값으로 나타나고 있다.

이러한 공칭 안전율이 높아짐에 따라서 총비용 최소화 모델의 초기 비용  $C_i$ 가 증가하는데 WSD에서는 중앙 안전율  $n_0 = 2.5$ 로 할때, 공칭 안전율이 1.5-1.8정도로서  $n'_{opt} = 1.0$ 에 대해서 총비용  $C_i$ 는 약 1.5-1.8배정도 증가된다. 그리고 (문헌5)에서 공칭 파괴 비용  $g = C_i/C_0$ 는 약 1.5-3.0점을 취하고 있다.

한편 ACI, ANSI에서는 공칭 안전율  $n'_{opt} = 1.63$ 정도로 본 연구에서 계산한  $g/k=10$ 의 공칭 안전율과 거의 비슷한 값인데 현행 우리나라 시방서의 공칭 안전율  $n'_{opt} = 1.78$ 보다 0.15정도 낮게 취하고 있어 총비용  $C_i$ 를 15% 정도 절감하는 설계규준을 선택하고 있음을 알수 있다.

따라서 공칭안전율은 최적 신뢰성 지수  $\beta_{opt}$  및  $g/k$ 가 증가함에 따라 커지며 이 공칭 안전율이 총비용  $C_i$ 의 증감에 좌우됨을 알 수 있다.

### 5. 결론

본연구는 통계적 의사결정이론을 사용한 총비용 최소화 원칙에 의한 최적 신뢰성 해석 및 설계규준을 도입하여 현행 구조물의 설계 규준의 개정방향을 제시하기 위한 기초연구로서, 2차 모멘트법인 AFOSM에 의해 하중 계수에 기초한 최적 신뢰성 해석 이론 알고리즘을 개발하였고, 이 알고리즘으로 기존의 신뢰성 해석 이론과 비교 검토하였다.

본 연구의 결과를 분석 고찰함으로써 다음과 같은 결론에 도달할 수 있었다.

- 1) 총비용 최소화의 원칙 모델에 의한 최적 신뢰성 해석 및 설계규준을 검토 또는 규정할때는 하중 효과의 선형화 계수  $\alpha_s = 0.85$ 로 계산되는  $g/k$ 의 범위는 15( $g/k < 50$ )로 함이 바람직하다 본다.
- 2) 최적 신뢰성 해석 및 설계이론으로는 AFOSM근사법중에서 저항-대수 정규 표준화, 하중-정규 표준화 알고리

즘으로 하는 부분대수변환형을 사용함이 바람직하다 사료된다.

3) 통계적 의사결정 이론에 기초한 최적 신뢰성 해석 이론 알고리즘은 하중비  $\rho$ 와  $g/k$ 를 동시에 고려한 파괴확률에 따른 파괴 비용까지 설계에 반영되고, 구조적 안전성 및 사회적, 경제적 중요도를 고려한 정책적 결정까지 확보한 방법으로서, 종전의 구조 최적화 설계에 확장 적용 할 수 있으며, 본 연구를 토대로 하여 구조 신뢰성 최적화 설계의 연구가 진행중에 있다.

### 참 고 문 헌

1. Loporati, E., "The Assensment of Structural Safety". Series in Cement & Concrete Research, Vol. 1, Research Studies Press, 1979.
2. Ellingwood B, MacGregor J.G., Galambos T. V. and Cornell C. A., "Probability Based Load Criteria ; Assessment of Current Design Practice" Journal of the Sturctural Div., ASCE, Vol. 108 . No. ST5, MAY 1982, pp. 959-977.
3. Ellingwood .B, MacGregor, J. G., Galambos. T. V., and Cornell, C. A., "Reliability Based Load Criteria; Load Factors and Load Combinations." Journal of the Strucytral Div., ASCE, Vol, 108, No. ST5, May 1982, pp. 978-997.
4. Sugiyama, T., Saksi, T., Fujino, Y, and Ito. M., "Decisions on Reliability Level and Safety Factor for Structural Design" Proc. of JSCE, No. 327, Nov 1982. pp. 1-28.
5. Sugiyama, T, and Fujino .Y., "Optimal Allocation of the Safaty Factors in A LongSpan Suspension Brige Design" Proc. of JSCE, No. 398, I-10, 1988. pp. 167-175.
6. Ellingwood ,B, and Kanda, J., "Formulation of Load Factors Based on Optimum Reliability" Structural Safety, 9. Elsevier, 1991, pp. 197-210.
7. Shiraishi ,N. Furuta ,H, and Nakano. M., "Some Considerations on Sturctural Design on Based on Second-Moment Theory" Proc. of JSCE, No. 311, July 1981, pp. 1-12.
8. Cho, Hyo-Nam: "A Study on Reliability Based Design Criteria for Reinforced Bridge Supersturctures." Proc. of KSCE (Korean Society of Civil Engineers) Vol2. No. 3. Sept. 1983, pp. 87-99.
9. Cho Hyo-Nam, Kim, Woo-Seok and Lee Cheung -Bin "A Study on Reliability Based Design Criteria for the Steel Highway Bridge," Proc. of KSCE (Korean Society of Civil Engineers) Vol 5. No. 1. 1985, pp. 43-53.
10. Cho Hyo-Nam, Chang Dong-Il, and Shin Jae-Chul. " Probability Based USD Code for Reinforced Concrete" Proc. of KSCE, Vol. 6, No. 4, 1986. pp. 53-60.

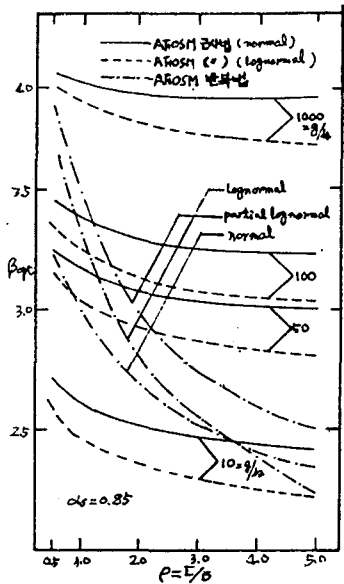


그림-1.  $\rho$ 에 따른  $\beta_{p0}$  비교

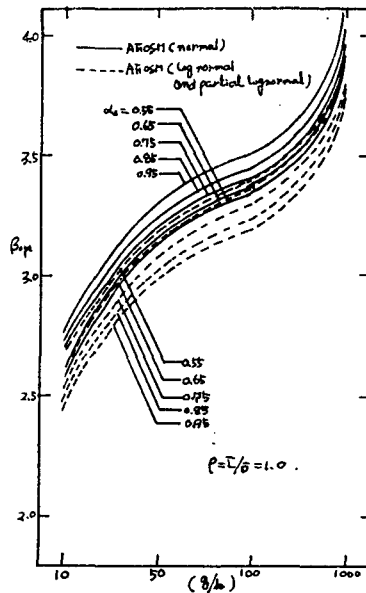


그림-2.  $\rho$ 에 따른  $\beta_{p0}$  비교

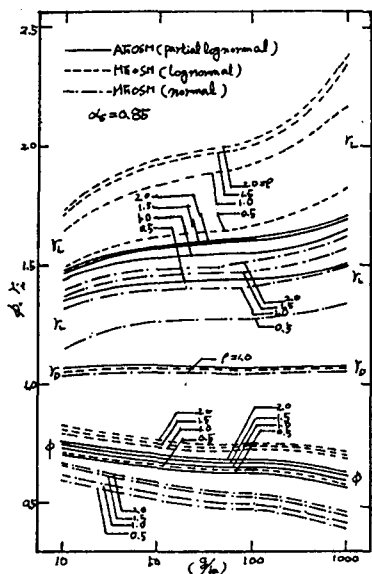


그림-3.  $\rho$ 에 따른  $\gamma_i$  값 비교

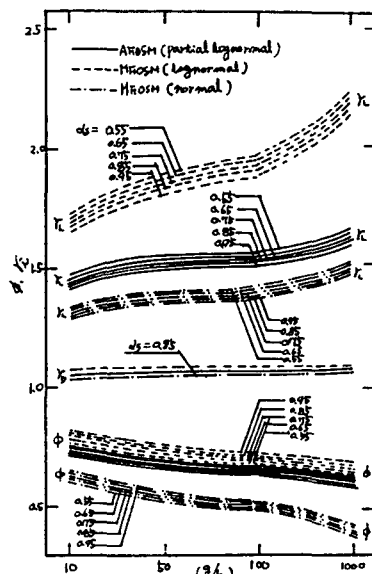


그림-4.  $\rho$ 에 따른  $\phi_i$  값 비교