

유체로 가득찬 실린더에서 자유파수에 대한연구
The Study of The Wavenumber
In Fluid Filled Cylindrical Shell

조형국* 이재익** 김정국*
(Jo Heung-Kuk, Lee Jea-ik, Kim Jung-Kuk)

요 약

실린더 형태의 관은 산업체나 일반가정에서 자주 사용되어 진다. 이러한 관들은 유체나 기체를 운반하는데 쓰이며, 운반 과정에서 소음이 발생한다. 이러한 소음의 해석을 위해 자유파수를 구하여야 하고, 자유파수는 실린더와 실린더내의 유체 사이의 경계조건으로 계산되어 진다.

본 논문에서는 실린더 벽이 매우 얇고, 실린더 내에 유체가 가득찬 실린더를 가정하고, 참고 문헌 [6]에서 유도된 새로운 실린더 운동방정식, 선형방정식 그리고 실린더 내의 음압식을 이용하여, 자유파수를 구하였다.

ABSTRACT

Cylindrical shells are usually used for transporting gas or fluid in the industries or houses. This kind of transporting produces noise, the analysis of which can be obtained in terms of the free wave number.

In general, this free wave number can be calculated from the boundary condition between the cylindrical shell and the fluid of the shell equation.

In this paper, we assume that the wall of the cylindrical shell is very thin and the shell is full of the fluid. We compute the wave number with newly reduced cylindrical shell equation[6], linear equation and sound pressure in the shell.

*동서대학교 전자 기계공학부 전자공학전공

** 동서대학교 응용공학부 응용수학전공

1. 본 론

그림 1 에서 유체가 가득찬 실린더를 보이고 있다. 실린더 벽은 매우 얇고, 무한히 긴 실린더를 가정하였다.

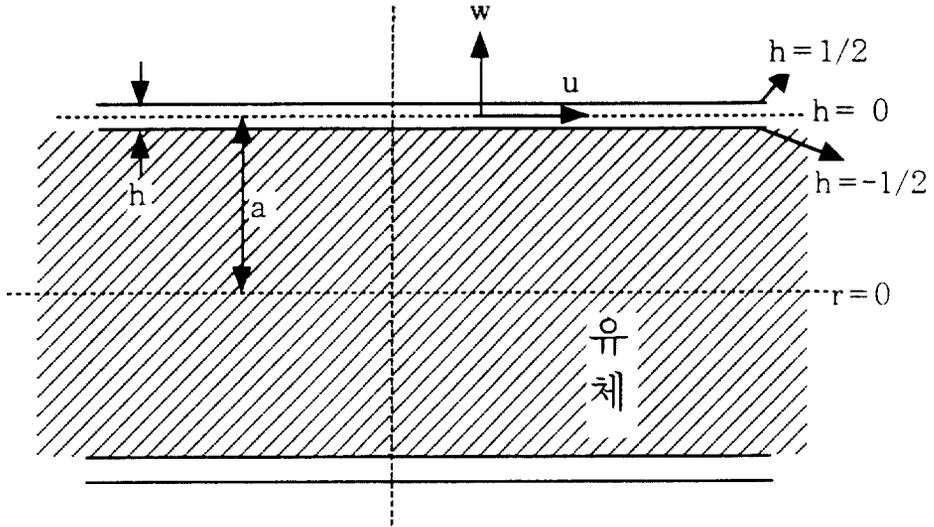


Fig. 1 fluid filled cylindrical Shell

그림 1에서 h 는 실린더 벽의 두께, a 는 실린더의 반경, u 는 실린더 좌표의 z 방향의 변위 그리고 w 는 r 방향의 변위이다. 실린더 운동방정식은 참고 문헌(6)에서 인용하였으며, 실린더 운동방정식을 유도할 때, 실린더 두께의 사이($h/2 \sim -h/2$)의 임의의 점에서 ϕ 와 z 방향의 변위를 $h=0$ 에서 표현하였다. 이로 인해 실린더 내의 유체와의 관계를 해석키 위해서는 $h=0$ 점에서 경계조건을 구해야 한다. 경계조건은 개념식(1)과 같다.

$$\text{실린더 운동방정식으로 계산된 두께 } h=0 \text{ 점에서 } r\text{방향의 속도} = \text{실린더내의 유체가 } r=a \text{ 점에서 } r\text{방향의 속도} \quad (1)$$

식(1)에서 실린더 두께에서 $h=0$ 되는 점에서 r 방향으로 향하는 변위와 속도는 실린더 운동 방정식으로 구할수 있으며, 식(2), (3) 그리고 (4)는 참고 문헌(6)에서 인용된 선형방정식이다.

$$\left\{-k_z^2 a^2 - \frac{1-\mu}{2} n^2 (1+\beta^2) + v^2\right\} U_n + j \left\{-\left(\frac{1+\mu}{2} - \beta^2 \frac{1-\mu}{2}\right) n k_{za}\right\} V_n \\ + j \{-\mu k_{za} + (1-\mu) \beta^2 n^2 k_{za}\} W_n = 0 \quad (2)$$

$$j \left\{\left(\frac{1+\mu}{2} - \beta^2 \frac{1-\mu}{2}\right) k_{za}\right\} U_n + \left\{-n^2 - \frac{1-\mu}{2} (1+\beta^2) k_z^2 a^2 + (1+\beta^2) v^2\right\} V_n \\ + \{-n - (1-\mu) \beta^2 n k_z^2 a^2 + \beta^2 n v^2\} W_n = 0 \quad (3)$$

$$j \{-\mu k_{za} + (1-\mu) \beta^2 n^2 k_{za}\} U_n + \{n + (1-\mu) \beta^2 n k_z^2 a^2 - \beta^2 n v^2\} V_n \\ + \{(1+\beta^2) + \beta^2 (n^4 + 2n^2 k_z^2 a^2 + k_z^4 a^4) - 2\beta^2 n^2 - 2\beta^2 \mu k_z^2 a^2 + (-1 - n^2 \beta^2) v^2 \\ - \beta^2 v^2 k_z^2 a^2\} W_n = \frac{(1-\mu^2) a^2}{Eh} P_{an} \quad (4)$$

실린더에서 어더미턴스는 식(5)와 같으며, 분자는 r방향의 속도이며, 분모의 P_{an} 는 외부에서 가한힘이다. 식(2), (3) 그리고 (4)로서 실린더의 어더미턴스는 식(5) 그리고 (6)과 같다.(참고문헌 [4])

$$A = \frac{1}{Z_{in}} = \frac{j\omega W_n}{P_{an}} \quad (5)$$

$$Z_{Tn}(k_z) = \frac{P_{an}}{j\omega W_n} - \frac{\omega \rho h}{jv^2} \left[\frac{a_1(k_z^2 a^2)^4 + a_2(k_z^2 a^2)^3 + a_3(k_z^2 a^2)^2 + a_4(k_z a^2) + a_5}{T_{m1}(k_z^2 a^2)^2 + T_{m2}(k_z^2 a^2) + T_{m3}} \right] \quad (6)$$

식(6)에서 $a_1 \sim a_5$ 그리고 $T_{m1} \sim T_{m3}$ 는 참고문헌(5)을 에서 보였다.
 식(1)에서 유체가 $r=a$ 점에서 r 방향으로 향하는 속도를 구하기 위해서, 실린더 내의 음압을 구하여야 한다. 식(7)이 실린더 내의 음압에 대한 식이다.

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(k_z) J_n(k_r r) \cos n\varphi e^{-ik_z z} \quad (7)$$

식(6)에서 P_n 는 각 모드에서 음압의 진폭이며, $J_n(\dots)$ 은 Bessel 함수이며, k_r 은 r 방향의 자유파수이다. 식(7)의 의미는 다음과 같다. 음압 p 는 많은파($n=0, 1, 2, 3, \dots$)들의 합으로 이루어 졌으며, 실린더 내의 음압은 r 방향으로 Bessel 함수 형식으로 분포하며, φ 방향으로는 $\varphi=0$ 점을 중심으로 \cos 함수형식으로 변하며, z 방향으로 파가 진행하는 형태이다. 여기서 시간에 대한 해는 적지 않았다. 식(6)에서 r 방향으로 향하는 자유파수 k_r 그리고 z 방향으로 향하는 자유파수 k_z 는 식(7)을 만족한다.

$$k_z = \sqrt{k_0^2 - k_r^2} \quad (8)$$

여기서 $k_0 = \omega_0/c$ 이다.

그림 2 는 실린더 벽면에서 실린더와 유체의 경계조건을 표현한다.

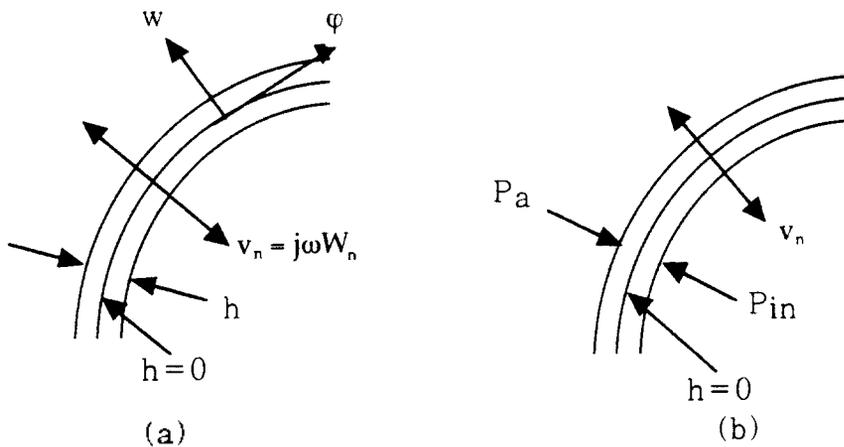


Fig. 2 velocity in direction r by the cylindrical shell(a)
 and velocity in the direction at the position $r=a$ in the fluid(b)

그림 2의 P_a 는 외부에서 실린더에 가한 힘이며, P_{in} 은 P_a 에 의해 실린더 내부의 유체가 실린더에 미치는 힘이다. (b)는 실린더의 진동으로 인한 r방향의 변위의 속도를 나타낸다. 식(2)~(9)로써 그림 2의 (a)에서 속도 v_n 은 식(9)과 같이 쓸수 있다.

$$v_n = \frac{j}{\omega \rho_f} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (9)$$

식(7)을 식(9)에 대입하면 식(10)와 같다.

$$v_n = \frac{jk}{\omega \rho_f} \sum_{n=0}^{\infty} P_n J_n(k_r r) \cos n\varphi e^{-k_z z} \quad (10)$$

식(1)의 경계조건에 식(6)와 식(10)을 대입하여, 관계식을 구하면, 식(11)과 같다.

$$\frac{jk}{\omega \rho_f} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(k_z) J_n'(k_r a) \cos n\varphi e^{-k_z z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{Z_{Tn}(k_z)} P_n(k_z) J_n(k_r a) \cos n\varphi e^{-k_z z} \quad (11)$$

식(11)에서 P_a 는 실린더 벽외부에서 가한 힘이며, ρ_w 는 실린더 벽의 밀도, 그리고, ρ_f 는 유체의 밀도이다. J_n 은 Bessel함수이며, J_n' 는 Bessel함수의 미분을 나타낸다. 식(11)을 정리하여, 음압이 무한대 일때의 자유파수를 구하면 식(12)와 같다.

$$R(k_z a) J_n(k_r a) - \rho_w / \rho_f Q(k_z a) J_n'(k_r a) = 0 \quad (12)$$

식(12)로서 계산된 자유파수를 그림 3에 보인다.

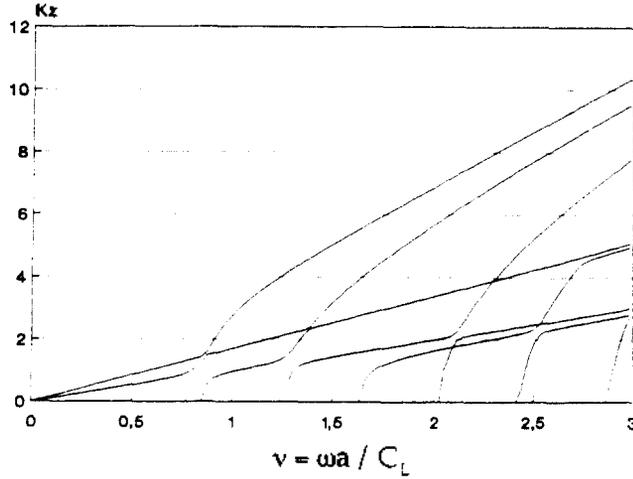


Fig. 3 The free wave number by the fluid filled cylindrical shell

그림 3 에서 유체가 가득찬 실린더에서 자유파수를 보인다. 실린더에서 유체가 차 있지 않을 때에는 자유파수가 시작되는 주파수와는 다른 주파수에서 시작된다. 그 이유는 외부의 힘에 의해서 유체가 실린더에 작용하기 때문이다.

2. 결 론

실린더의 적용의 많은 예는 실린더 내의 유체나 기체의 전달이다. 이러한 전달과정에서 소음이나 진동이 발생한다. 이러한 소음이나 진동의 발생원인을 해석키 위해서 우선 자유파수를 계산하여야 한다. 실린더 외부에서 자극한 압력에 의해 실린더 내부에 있는 유체가 압력의 차이에 의해 실린더 벽을 자극한다. 이러한 자극으로 실린더 벽의 진동과 유체에서 경계조건을 구할 수 있다. 이 경계조건의 의미는 $r=a$ 점에서 실린더와 유체가 r 방향으로 속도가 같다는 것이다. 이러한 가정으로 구한 두 매질의 결합식으로 자유파수를 구하였다. 이 자유파수로서 유체의 영향에 대한 자유파수의 변화함을 알수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] A. N. Leissa. "Vibration of Shells." NASA, SP-288.
- [2] M. C. Junger and Feit D., "Sound, Structures, and Their Interaction," 2th edition, pp. 231-253.
- [3] M. Cremer M. Heckl and E. E. Ungar., "Structur - Borne Sound," Springer Verlag Berlin 1988.
- [4] G. Pavic. "The Influence of Curvature on Structure-Borne Acoustical Power Propagation in a Cylindrical Circular Shell," ICA, vol.12, D6-6, TORONTO.
- [5] 조형국, 김정국, "z방향의 에너지 흐름을 위한 실린더 운동 방정식 유도", 한국음향학회 학술논문발표회 논문집, Vol.12, No.1(s), 1993.
- [6] 조형국, 이채봉, 김정국, "실린더에서 점자극에 의한 어더미턴스와 자유파수", 한국음향학회지, Vol. 14, No.3, 1995