

음향 홀로그래피 구현시 발생하는 오차에 관한 고찰

권 휴상 (Hyu-Sang Kwon), 김 양한 (Yang-Hann Kim)
한국과학기술원 기계공학과

1. 서론

공간상에 분포되어 있는 소음의 시, 공간적 특성을 알고자 하는 노력의 일환으로 음향 홀로그래피 방법이 연구되어져 왔다. [1,2]

음향 홀로그래피 방법은 측정평면의 음압정보를 이용하여 전 공간상의 음장을 예측할 수 있는 장점이 있지만 현실적으로 유한한 갯수의 측정음압을 얻을 수 밖에 없고, 이로 인한 오차가 발생하게 된다. 그러므로 가능한 측정조건을 단순화하고 신뢰할 만한 예측결과를 얻기 위해서는 오차에 대한 올바른 이해가 필요하다 할 것이다. [3]

본 고에서는 이러한 오차에 대한 설명과 이런 오차를 발생시키는 여러 요인들과 오차와의 관계에 대해 논의하고자 한다.

2. 음장예측 방법의 기본이해

음원이 존재하지 않는 폐영역내의 음압은 Kirchhoff - Helmholtz 식으로써 예측할 수 있다. 즉

$$\tilde{p}_f(\vec{r}) = \int_{S_0} \left\{ \tilde{p}_f(\vec{r}_0) \frac{\partial G_f(\vec{r}|\vec{r}_0)}{\partial n_0} - G_f(\vec{r}|\vec{r}_0) \frac{\partial \tilde{p}_f(\vec{r}_0)}{\partial n_0} \right\} ds_0 \quad (1)$$

여기서 입자속도 측정의 어려움을 줄이기 위하여 Dirichlet 경계조건을 만족하는 Green 함수를 선택하면 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있고,

$$\tilde{p}_f(x,y,z) = \iint \tilde{p}_f(x_0,y_0,z_0) G_f'(x-x_0,y-y_0,z-z_0) dx_0 dy_0 \quad (2)$$

또한 공간상의 Fourier 변환을 이용하면 임의의 위치에서의 음압을 표현하면 다음과 같다.

$$\tilde{p}_f(x, y, z) = F^{-1} [\hat{p}_f(k_x, k_y, z_H) e^{jk_z(z-z_H)}] \quad (3)$$

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$$

여기서 z_H 는 홀로그래프 평면, 즉 측정평면을 의미한다. 이때 k_z 에 따라 진행파와 감쇠파가 존재함을 알 수 있다.

3. 이산화 데이터와 오차의 설명

(1) 둘러싸기 오차 (Wraparound Error) 와 Zero Padding

둘러싸기 오차는 유한한 음압분포를 이산 Fourier 변환하여 얻어진 이산화된 파수성분에 의하여 발생하는 오차이다. 즉 이산화된 파수성분은 구경의 크기를 주기로 하는 음압분포에 해당하므로 이 가상의 음원에 의하여 예측음장에 오차를 발생시킨다. 그러므로 이 오차는 예측평면이 측정평면으로부터 멀어질수록 더욱 커지게 됨을 알 수 있는데, 이를 줄이기 위해서는 가상의 음원을 멀리 두는, 즉 측정구경 밖의 음압을 0으로 가정하여 구경의 크기를 넓히는 제로패딩 방법을 생각할 수 있다.

(2) 공간상의 aliasing 과 aperture effect

측정평면상의 이산화된 측정점의 음압분포를 Fourier 변환함으로써 공간상의 aliasing 과 aperture effect 가 발생하게 된다. 이때 aliasing 은 측정점 사이의 간격이 커질수록 더 크게 되며, aperture effect 는 측정하는 aperture 의 크기가 커질수록 작아짐을 알 수 있다. 즉 측정점의 갯수가 많아질수록 오차가 줄어들게 된다. 또한 측정평면과 음원 사이의 거리에 따라 오차가 크게 변화하는 것도 유추할 수 있다.

4. 점음원에서의 오차의 이해

오차의 이해를 위하여 점음원에 의한 방사음장의 파수성분값을 해석적으로 구하여 이를 DFT 한 파수성분과 비교하고자 한다.

(1) 점음원에 의한 방사음장의 파수성분

점음원에 의해서 방사되는 음압은 다음과 같다.

$$p(R) = \frac{e^{-jkR}}{R}, \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z_H^2} \quad (4)$$

공간상의 Fourier 변환을 위하여 좌표변환을 통하여 Fourier - Bessel 변환을 행함으로써 결국 홀로그램 평면상에서의 파수성분은 다음과 같이 얻을 수 있게 된다. [4]

$$\begin{aligned} \hat{p}(k_x, k_y) &= \frac{2\pi \exp[-z_H \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}]}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}} \quad [0 < k < \sqrt{k_x^2 + k_y^2}] \\ &= \frac{-j2\pi \exp[-j z_H \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}]}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} \quad [0 < \sqrt{k_x^2 + k_y^2} < k] \end{aligned} \quad (5)$$

(2) 오차의 계산

앞 절에서 구한 해석적인 해를 이용하여 측정점 사이의 간격, 측정구경의 크기, 측정평면의 위치 등을 변화시키면서 오차를 계산해 보았다. 이를 위하여 MSE (Mean Square Error) 와 Bias Error 를 다음과 같이 정의할 수 있고,

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(|\hat{p}_{e,i}(k_x, k_y)| - |\hat{p}_{r,i}(k_x, k_y)|)^2}{|\hat{p}_{r,i}(k_x, k_y)|^2} \quad (6)$$

$$Bias\ Error = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{p}_{e,i}(k_x, k_y)| - |\hat{p}_{r,i}(k_x, k_y)|}{|\hat{p}_{r,i}(k_x, k_y)|} \quad (7)$$

$\hat{p}_{r,i}(k_x, k_y)$: 참값

$\hat{p}_{e,1}(k_x, k_y)$: N 측정점의 음압분포를 DFT 하여 얻은 파수성분
N : 측정점의 개수

이를 이용하여 오차를 계산해 봄으로써 각 측정조건에 따른 오차의 변화등을 관찰할 수 있을 것이다.

5. 결론 및 연구 과제

파수영역상에서 MSE 와 Bias Error 를 구하여 비교, 검토함으로써 다음과 같은 결론을 유추할 수 있다.

1. DFT 에 의한 파수성분은 overestimate 된다.
2. Aperture 의 크기를 파장의 2, 3 배 이상으로 하면 aperture effect 는 거의 없음을 알 수 있다.
3. 오차의 크기에 홀로그래프 평면의 위치가 커다란 영향을 미치는데, 음원으로부터 홀로그래프 평면 사이의 거리가 측정점 사이의 거리와 거의 같을 때 오차가 가장 작다.

Simulation 을 통하여 얻은 위의 결과를 바탕으로 실제로 음향 홀로그래피를 구현할 때 측정조건을 설정할 수 있을 것이다. 그런데 각 오차의 발생 원인과 크기와 각 측정변수 사이의 관계를 정량적으로 규명하기 위해서는 앞으로 세밀한 연구가 진행되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1]. J.D.Maynard, E.G.Williams and Y.Lee, "Nearfield Acoustic Holography : I. Theory of Generalized Holography and Development of NAH", J.Acoust.Soc.Am., Vol. 78, No. 4, pp. 1395-1412, October 1985.
- [2]. W.A.Veronesi and J.D.Maynard, "Nearfield Acoustic Holography (NAH) II.

Holographic Reconstruction Algorithms and Computer Implementation",
J.Acoust.Soc.Am., Vol. 81, No. 5, pp. 1307-1322, May 1987.

- [4]. 김 양한, 권 휴상, "음향 홀로그래피를 이용한 방사 음장의 전방예측 방법에 관한 기본 이론 및 신호처리 방법", 대한기계학회 논문집, 제16권 제9호., pp 1654-1668, 1992.
- [4]. Morse and Ingard, *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill, 1968.

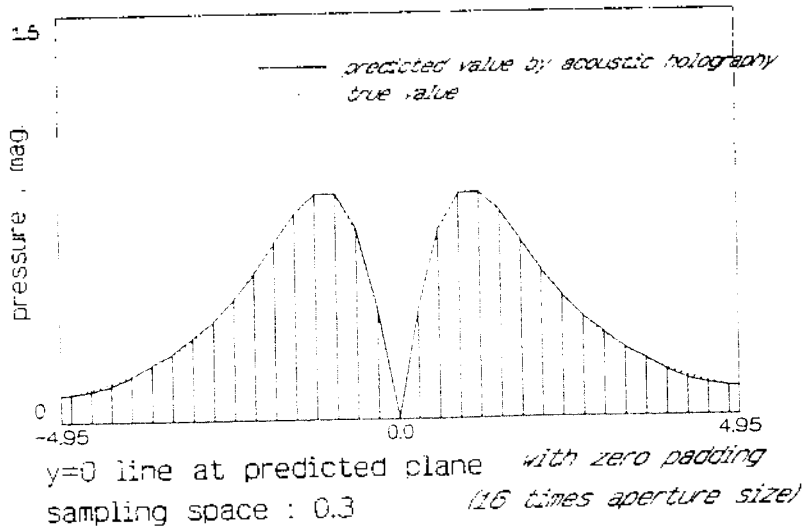
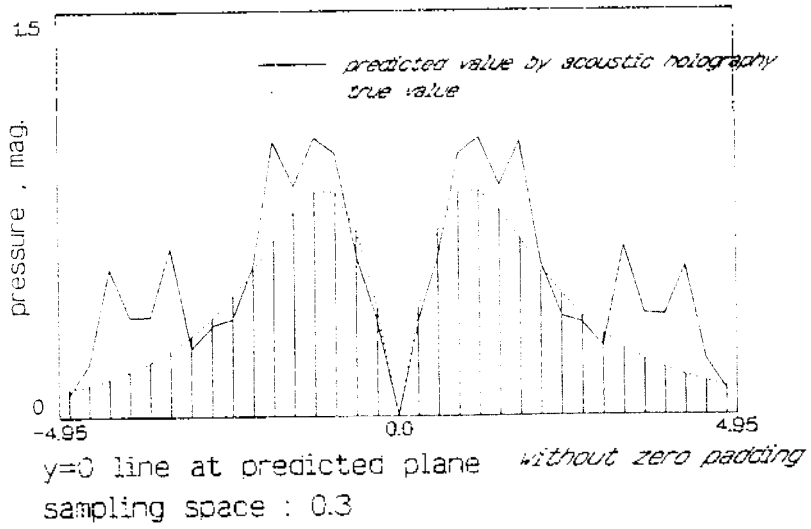
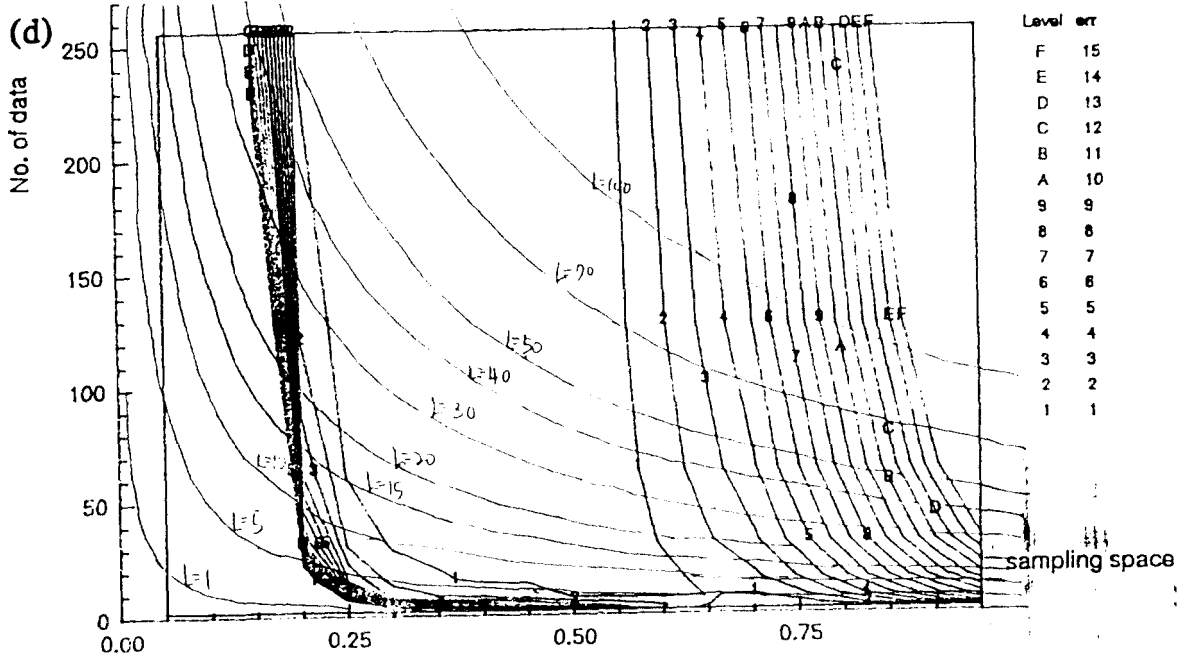
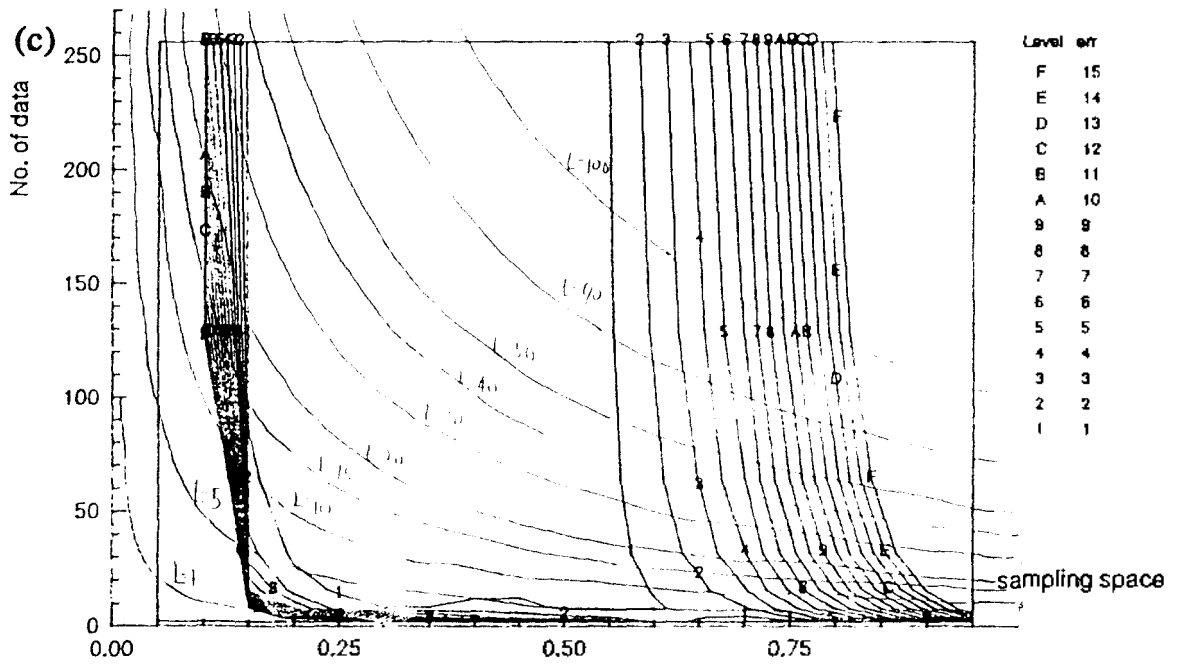


Fig. 1 Zero padding 에 의한 Wraparound error 의 감소



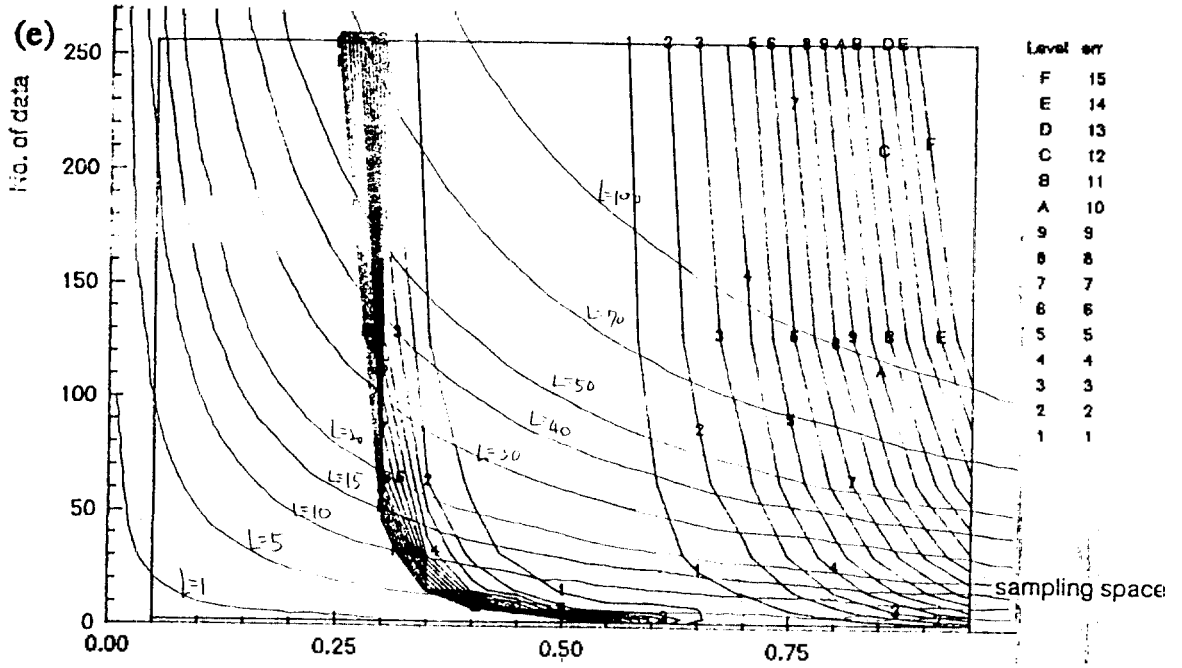


Fig. 2 측정점 사이의 간격과 측정점의 갯수에 따른 MSE 의 크기
 (a) $z_H = 0.05$, (b) $z_H = 0.1$, (c) $z_H = 0.2$, (d) $z_H = 0.3$, (e) $z_H = 0.5$