

패드의 탄성 변형을 고려한 틸팅패드 트러스트 베어링의 근사 열유체운할 해석에 관한 연구

이 경희 (영남대학교 대학원)
황 병 (영남대학교 기계공학과)

1. 서론

고전적 동수압유체윤활이론은 유막 내의 점성을 일정하다고 가정한다. 유막의 전개방향이나 유막두께방향으로의 온도변화를 결정하는 데 이론적으로나 실험적으로 어려움이 있으므로 이 간소화는 베어링설계에 널리 사용되었다. 그러나 많은 실험적 관찰은 등점성 동수압유체윤활이론은 유막내의 온도상승이나 하중지지용량의 감소를 설명하지 못함을 입증하였다. Fogg는 평행한 수력베어링이 하중을 지지할 수 있음을 발견하였으며 이 Fogg의 효과는 동수압유체윤활이론의 예측과 반대되는 것이고 Thermal wedge라는 개념으로 설명되었다. Hunter와 Zienkiewicz는 유막내에서의 에너지 균형에 관한 이론적 연구를 소개하였고, 온도효과와 이로 인한 유막두께방향의 점도변화는 무시될 수 없다는 결론을 내렸다. Ezzat와 Rohde는 유한 슬라이더의 3차원 THD해석에서 특정 베어링 형상과 오일의 입구 점도에 대하여, 동은 THD이론은 베어링의 하중지지용량을 운전속도에 따라서 과대평가하거나 과소평가하고, 오일에서 고체면을 통한 주위로의 열전달은 베어링성능에 거의 영향을 주지 못하고, THD베어링성능은 유막두께방향의 온도변화에 강하게 영향을 받음을 고찰했다. Kim과 Tanaka는 섀터형 틸팅패드를 가진 트러스트베어링의 3차원 THD 해석에서 3차원의 점도변화와 밀도변화를 고려하였고 2차원해석이 3차원해석을 대신할 수 없으며 3차원해석이 보다 정확한 베어링성능을 예측할 것으로 결론을 내렸다.

동수압유체운할의 열적 해석의 연구는 다음과 같이 정리할 수 있다. 평형슬라이더의 하중지지 용량에 대한 Fogg⁽⁷⁾의 연구에 의해 베어링의 열적해석이 활성화 되었고, Hunter등⁽⁹⁾의 유막두께 방향으로의 온도변화를 고려한 무한히 긴 정사진 평행슬라이더의 입력과 온도 분포해석, Hahn등⁽¹⁰⁾의 1차원 슬라이더의 열적변형을 고려한 연구, Ezzat등⁽³⁾의 유막두께방향의 점도변화를 고려한 유한슬라이더의 3차원 THD해석, Kim등⁽⁶⁾의 유막두께방향의 점도변화를 고려한 섀터형 틸팅패드를 가진 트러스트베어링의 3차원 열유체운할해석등의 연구가 있었다. 본 해석에서는 압력분포를 근사해법으로 구하여, 선지자 되는 2차원 틸팅패드 트러스트베어링에서 패드의 탄성 변형을 고려한 열유체운할해석과 고려하지 않은 열유체운할해석의 결과를 서로 비교함으로써 패드의 변형이 유막의 압력장과 온도장에 미치는 영향과 패드두께의 변화가 유막의 온도장과 압력장에 미치는 영향을 고찰하고자 한다.

2. 지배 방정식

연속방정식, Navier-Stokes 방정식, 경계조건으로부터 2차원 레이놀즈 방정식을 (r, θ) 좌표계로 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 6U \frac{\partial \rho h}{\partial \theta} \quad (1)$$

여기서, P = 압력
r = 반경방향좌표
θ = 회전방향좌표
μ = 점도

ρ = 밀도
h = 유막두께
U = 런너의 속도

식(1)의 유도에서 ρ는 유막체내에 걸쳐서 일정하다고 가정하였다. 유막내의 미소 요소로부터 에너지방정식을 유도하면 다음과 같다. 여기서 베어링이 축으로의 열전달과 r, θ, Z방향으로의 열전도와 Z방향의 대류는 고려되지 않는다.

$$Jc \rho \left[v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial Z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial Z} \right)^2 \right] \quad (2)$$

위 식의 유도에서 다음과 같은 가정을 하였다. 윤활제는 뉴턴유체이고, 유동은 층류이고, 점성력은 유막의 관성력이나 중력보다 매우 크다. 그리고 속도성분 u, v의 r, θ 방향의 변화율보다 Z방향의 변화율이 상대적으로 크다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} \gg \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} \gg \frac{\partial^2 v}{\partial r^2}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} \gg \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \quad (3-2)$$

Marching Solution에 적합한 Bulk Form을 얻기 위하여 에너지방정식을 유막두께에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$Jc \rho \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{h^3}{12\mu r} \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] = \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} \\ = \mu \left[\frac{U^2}{2} + \frac{h^3}{12\mu^2} \left(\left(\frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right)^2 \right) \right] \quad (4)$$

일반적으로 베어링에 사용되는 윤활제의 점도는 압력보다 온도에 크게 영향을 받으므로 점도를 온도의 함수로 가정한다.

$$\mu = \mu(T) \quad (5)$$

무차원변수군 $H=h/h_0$, $r^*=r/r_2$, $\theta=\theta$, $P^* = Ph_0^2/\mu r_2^2$, ω , $\mu^* = \mu/\mu_1$, $T^* = T/T_1$, $U = r_2 r^* \omega$ 을 도입하여 레이놀즈 방정식과 에너지방정식을 무차원화하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial r^*} \left(\frac{r^* H^3}{\mu^*} \frac{\partial P^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{H^3}{\mu^*} \frac{\partial P^*}{\partial \theta} \right) = 6 \frac{\partial H}{\partial \theta} \quad (6)$$

$$\left[\frac{U h}{2} - \frac{H^3}{12\mu^*} \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial P^*}{\partial \theta} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right] - \frac{H^3}{12\mu^*} \frac{\partial P^*}{\partial r^*} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \\ = A \left[\frac{\mu^* r^{*2}}{H} + \frac{H^3}{12\mu^*} \left(\left(\frac{\partial P^*}{\partial r^*} \right)^2 + \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial P^*}{\partial \theta} \right)^2 \right) \right] \quad (7)$$

$$\text{여기서, } A = \frac{(r_2 \omega)^2}{c T_1} \frac{\mu_1}{\rho h_0^2 \omega} = \frac{E c}{R e}$$

- h_0 = 피벗위치의 유막두께
- r_2 = 패드의 바깥반경
- μ_1 = 패드의 Leading Edge의 점도
- U = 런너의 속도
- T_1 = 패드의 Leading Edge의 온도
- Re = 레이놀즈 수
- Ec = 에커트 수

본 해석에서 압력계산을 빠르게 하기 위하여 r방향의 압력분포를 다음과 같이 r의 함수로 가정한다.

$$P = P_c(1 - r^n) \quad (8)$$

- 여기서, n = 압력지수(본 해석에서는 $n=2$)
- P_c = 패드 중앙부의 압력

따라서 근사 레이놀즈방정식은 다음과 같다.

$$A P'' + B P' + C P = G \quad (9)$$

$$\text{여기서, } A = \frac{h^3}{r \mu}, B = \frac{3h^2}{r \mu} \frac{\partial h}{\partial \theta}, C = \frac{-4rh^3}{\mu}, G = 6U \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

패드의 처짐을 고려하기 위하여 처짐방정식을 (X, Y)좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial X^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial X^2 \partial Y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial Y^4} = \frac{P_z}{D} \quad (10)$$

$$\text{여기서, } D = \frac{E t}{12(1 - \nu^2)}$$

- E = Young 계수
- ν = Poisson 비
- t = 패드의 두께
- P_z = 단위 면적당의 힘

패드에 작용하는 모멘트(m_x, m_y)와 전단력(q_x, q_y)을 처짐 w 로 표현하면 다음과 같다.

$$m_x = -D \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right) \quad (11-1)$$

$$m_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \right) \quad (11-2)$$

$$q_x = -D \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial X} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \right) \right) \quad (12-1)$$

$$q_y = -D \left(\frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \right) \right) \quad (12-2)$$

무차원변수군 $w^* = w/h_0, X^* = X/L, Y^* = Y/r_2$ 을 도입하여 처짐방정식을 무차원화하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^4 w^*}{\partial X^{*4}} + \frac{\partial^4 w^*}{\partial X^{*2} \partial Y^{*2}} + \frac{\partial^4 w^*}{\partial Y^{*4}} = B P_z^* \quad (13)$$

$$\text{여기서, } B = \frac{12(1 - \nu^2) \mu_1 U r_2}{E h_0^2} \frac{L^4}{h_0 t^3}$$

3. 경계 조건

· 압력 경계조건 - 패드의 네 가장자리의 압력은 대기압 (P_a)이다

$$P(0, r) = P(\theta, r_1) = P(\theta, r_2) = P(\theta, r) = P_a \quad (14-1)$$

· 온도 경계조건 - 패드의 Leading Edge의 온도는 T_1 으로 일정하고, 양측면으로의 온도의 기울기는 0이다.

$$T(o, r) = T_1 \quad (14-2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = 0.0 \quad (14-3)$$

· 처짐 경계조건 - 피벗위치에는 처짐 기울기가 0이고 패드의 네가장자리는 자유단으로 모멘트와 Transverse Force(m_x, v_x, m_y, v_y)는 0이다.

(a) 자유단의 경계조건

$$m_x = v_x = 0 \quad (14-4)$$

$$m_y = v_y = 0 \quad (14-5)$$

여기서,

$$v_x = q_x + \frac{\partial m_{xy}}{\partial Y} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial X^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial X \partial Y^2} \right) \quad (14-6)$$

$$v_y = q_y + \frac{\partial m_{xy}}{\partial Y} = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial Y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial X^2 \partial Y} \right) \quad (14-7)$$

(b) 피벗의 경계조건

$$w(r_p, \theta_p) = 0 \quad (14-8)$$

$$\frac{\partial w}{\partial X} \Big|_{(r_p, \theta_p)} = \frac{\partial w}{\partial Y} \Big|_{(r_p, \theta_p)} = 0.0 \quad (14-9)$$

4. 수치해석

본해석에서는 패드는 피벗위치를 통과하고 반경방향에 평행한 축에 의해 지지된다. 따라서 고려되는 틸팅각은 Pitching angle뿐이다. 이 틸팅각을 결정하는 일은 본 해석에서 어려운 단계이다. 이 틸팅각은 패드의 운동방향의 모멘트합을 영으로 되게 만드는 각이며 유막의 압력장과 온도장 그리고 이들에 의해 결정되는 패드의 탄성적 처짐에 영향을 받는다.

유막의 온도장과 압력장 그리고 패드의 탄성변형은 단독적으로 결정되지 않으며 서로 연동되어 있어 연립되어 풀려져야 된다. 연립된 미분 방정식들의 해를 구하는 데 Lagging Coefficient 방법 사용하였다. 패드의 모멘트 평형이 이루어진 경우, 연립방정식을 푸는 과정을 간단히 설명하면 다음과 같다.

- (1) 초기 압력, 온도, 점도와 초기 틸팅각을 입력한다.
- (2) 주어진 틸팅각을 사용하여 유막두께장을 계산한다.
- (3) 주어진 압력장, 점도장, 유막두께장을 사용하여 온도장을 갱신한다.
- (4) 갱신된 온도장을 이용하여 점도장을 갱신한다.
- (5) 갱신된 점도장과 유막두께장을 이용하여 압력장을 갱신한다.

- (6) 강신된 입력장을 사용하여 패드의 탄성치짐을 계산한다.
- (7) 패드의 탄성치짐을 유막두께에 반영한다.
- (8) 입력장과 온도장의 수렴을 조사한다. 수렴이 되지 않은 경우는 (3)에서 (8)의 과정을 수렴이 될 때까지 반복한다.

위의 과정에서 알 수 있는 것처럼 Lagging Coefficients 방법⁽¹²⁾은 현단계의 구하고자 하는 변수의 값을 계산하기 위하여 다른 변수의 값을 바로 전단계의 값으로 취한다.

이들 미분방정식은 에너지방정식의 $\partial T/\partial \varphi$ 항을 제외한 모든 항을 중앙차분법으로 차별화되었고, $\partial T/\partial \varphi$ 항은 전진차분법으로 차별화되었다. 적분은 심프슨방법을 사용하였고, 차분레이놀즈방정식은 가우스-시델반복법으로 풀었고, 치짐방정식은 가우스 소거법으로 풀었다. 보다 상세한 계산과정은 플로우차트(그림.1)에 나타내었다.

5. 결과 및 검토

패드의 치짐을 고려한 경우(탄성패드)와 고려하지 않은 경우(강성패드)의 열유체유허해석의 결과를 비교함으로써 패드의 탄성적 치짐이 유막의 입력과 온도에 미치는 영향을 고찰하여 보았고, 패드의 두께가 유막의 온도와 입력에 미치는 영향과 틸팅 각의 변화와 하중지지 용량에 미치는 영향을 고찰하였다. 결과의 비교를 위하여 편상패드의 중앙선의 온도와 입력 그리고 패드의 탄성적 치짐을 취하여 비교하였다.

턴너의 속도, 유허해의 초기점도와 온도동의 초기조건이 일정할 때, 강성패드와 탄성패드의 온도분포를 나타낸 그림8을 보면 강성패드의 온도분포가 탄성패드의 온도분포보다 높게 나타난다. 강성패드와 탄성패드의 압력분포를 나타낸 그림9를 보면 탄성패드의 압력분포가 강성패드의 압력분포보다 높다. 그림8, 그림9를 통해 알 수 있듯이 강성패드보다 탄성패드가 보다 큰 하중지지용량과 보다 낮은 피크온도를 보이고 있다. 표1에 패드두께 변화에 따른 하중지지용량과 틸팅 각의 변화를 나타내었고, 강성패드의 경우와 탄성패드의 경우가 잘 비교된다.

표. 1. 패드두께의 변화에 따른 하중지지용량과 틸팅 각의 변화.

t/L	하중지지용량 (ton)	틸팅 각(rad)
1/12	0.34619	4.29E-4
1/16	0.35859	4.98E-4
1/18	0.35958	5.42E-4
1/19	0.35660	5.61E-4
Rigid	0.34217	3.96E-4

t - 패드의 두께

L - 패드의 길이

Rigid - 강성패드 경우

그리고, 패드두께가 유막의 입력장과 온도장에 미치는 영향을 살펴보면 다음과 같다.

패드의 두께는 패드길이의 1/12, 1/14, 1/16, 1/18, 1/19배가 고려되었다. 패드두께와 그에 따른 온도분포를 나타낸 그림3을 보면 위에서 아래로 t/L의 비가 1/12, 1/14, 1/16, 1/18, 1/19이다. 패드두께와 그에 해당하는 입력분포를 나타낸 그림4는 위에서 아래로 t/L의 비가 1/18, 1/16, 1/19, 1/14, 1/12에 해당하는 입력분포를 나타낸다. 온도와 입력에 대한 패드두께의 영향은 패드두께가 얇아질수록 피크온도는 낮아지고 피크입력은 $t/L=1/18$

에서 최대를 보이고 그 후 낮아진다. 이경향은 패드두께와 하중지지용량을 나타낸 그림6에서 더욱 뚜렷하다.

패드두께에 따른 입력분포의 차이는 패드두께에 따른 유막두께를 나타낸 그림5로 설명된다. 그림5에서 곡선은 위로부터 아래로 t/L의 비가 1/19, 1/18, ..., 1/12배에 해당하는 유막두께를 나타낸다. 그림4와 그림5를 통하여 입력분포와 유막두께분포를 연관시켜 보면, 패드가 직선인 경우보다 적당한 Crown이 있는 경우가 보다 큰 입력분포를 나타냄을 알 수 있다. 이 성향은 강성패드와 탄성패드 ($t/L=1/18$)의 유막두께를 비교한 그림10과 강성패드와 탄성패드의 압력분포를 나타낸 그림9를 보면 더욱 뚜렷하다.

본 해석에서 패드의 탄성적 치짐은 하중지지용량에 상당한 영향을 주고 탄성패드가 강성패드보다 하중지지용량면에서 뛰어나고 탄성패드에서는 최적 패드두께가 존재함을 알았다. 이 결과가 베어링의 성능의 보다 정확한 예측에 도움이 될 것으로 기대한다.

6. 참고 문헌

- (1) Cameron, A., 1966, "Principles of Lubrication", Wiley.
- (2) Pinkus, O., and Strenlicht, B., 1961, "Theory of Hydrodynamic Lubrication", McGraw-Hill.
- (3) Ezzat, H., and Rohde, S. M., 1973, "A Study of the Thermohydrodynamic Performance of Finite Slider Bearing", trans. ASLE, July, p. 298.
- (4) Seireg, A., and Ezzat, H., 1973, "Thermohydrodynamic Phenomena in Fluid Film Lubrication", trans. ASLE, April, p. 187.
- (5) Chien, H., and Cheng, H., 1985, "Thermohydrodynamic Performance of Smooth Plane Slider", Proceeding of the JSLE International Tribology Conference, July 8-10, Tokyo, Japan, p. 559-564.
- (6) K., W., Kim and M., Tanaka, 1983, "A Three Dimensional Analysis of Thermohydrodynamic Performance of Sector Shaped, Tilting pad Thrust Bearing", trans. ASME, July, p. 406.
- (7) Fogg, A., "Fluid Film Lubrication of Parallel Thrust Surface", Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, London, Vol. 155, p. 49.
- (8) Zienkiewicz, O. C., 1957, "Temperature Distribution Within Lubricating Films Between Parallel bearing Surfaces and Its Effect on the Pressure Developed", Institution of Mechanical Engineers Conference Lubrication and Wear, paper 81.
- (9) Hunter, W. B., and Zienkiewicz, O. C., 1960, "Effect of Temperature Variation Across the Lubricant Film in the Theory of Hydrodynamic Lubrication", Journal of Mechanical Engineering Sciences, Vol. 2, No. 1, p. 50.
- (10) Hahn, E. J., and Kettleborough, C. F., 1967, "Solution for the Pressure and temperature in the Infinte Slider Bearing of Arbitrary Profile", trans. ASME, Vol. 89, Series F, p. 233.
- (11) Cameron, A., and Ettles, C. M. Mc., 1981, "Basic Lubrication Theory, 3rd Edition", John Wiley & Sons.
- (12) Anderson, D. A. and Tannehill, J. C., 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", McGRAW-HILL.
- (13) Szilard, R., 1974, "Theory and Analysis Classical and Numerical Method", PRENTICE-HALL.
- (14) Timoshenko, S. P., 1970, "Theory of Plates and Shells", McGRAW-HILL.
- (15) Hashimoto, H. and Wada, 1985, S., "Turbulent Lubrication of Tilting Pad Thrust Bearing With Thermal and Elastic Deformations", trans. ASME, Vol. 107, p. 82.
- (16) 이광희, 황평, 1991, "슬라이더 베어링의 근사 열유체유허해석에 관한 연구", 대한기계학회 추계학술대회는 문집, pp. 169-172.

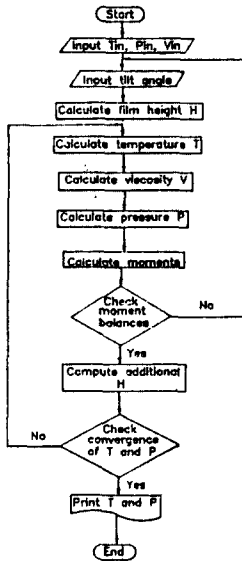


Fig. 1. Flow chart

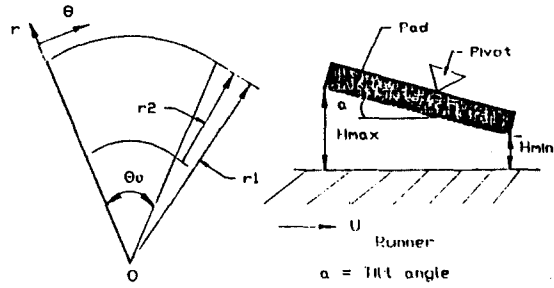


Fig. 2. Geometry of pad

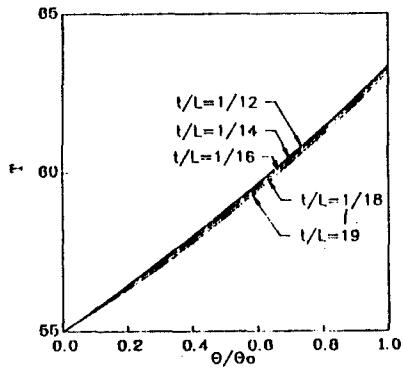


Fig. 3. Influence of pad thickness on temperatures

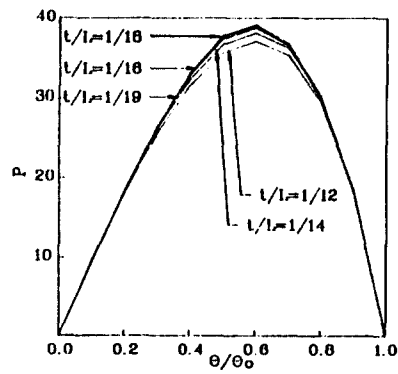


Fig. 4. Influence of pad thickness on pressures

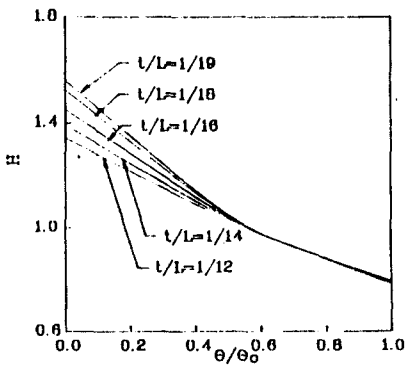


Fig. 5. Influence of pad thickness on film thicknesses

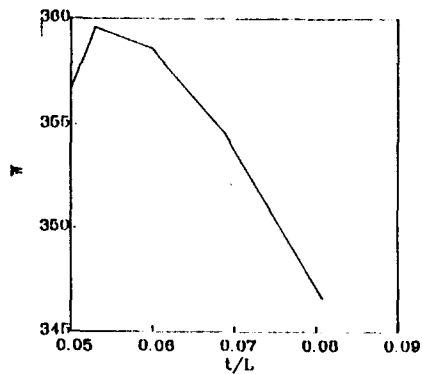


Fig. 6. Influence of pad thickness on load capacity

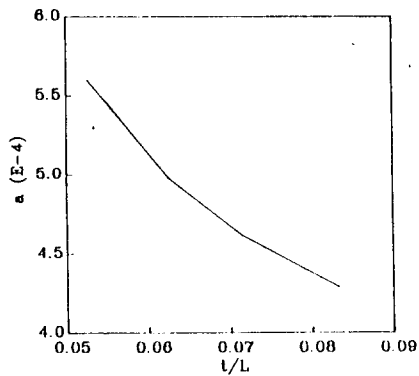


Fig. 7. Influence of pad thickness on tilt angle

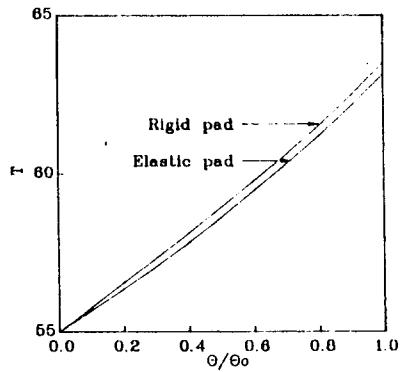


Fig. 8. Profiles of temperature of elastic and rigid pads

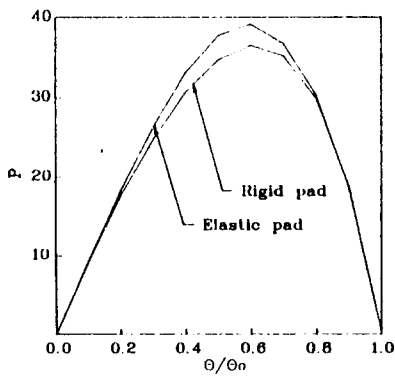


Fig. 9. Profiles of pressure of elastic and rigid pads

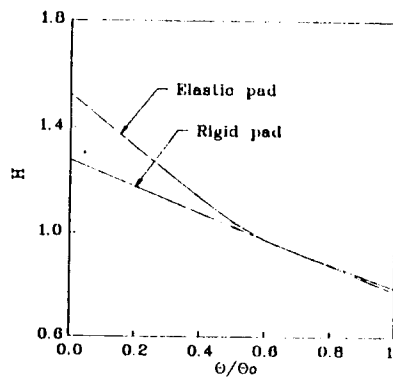


Fig. 10. Profiles of film thickness of elastic and rigid pads