

이류방정식에 대한 수치적 방법 연구

A Study on the Numerical Methods
for the Advection Equation

심 상규, 박 영산

한국과학기술연구원 환경연구센터

장거리수송 대기오염모델에서는 오염물질의 이동을 계산하는 방법 (algorithm)의 선정이 매우 중요하다. 확산이 적고 계산시간이 짧으며 예측값이 음수가 안되는 계산 방법이 좋은 방법이다. 그동안 여러가지 방법이 발표되었으나 완벽한 방법이 없기때문에 오차, 계산시간, 컴퓨터 메모리 등의 요소를 고려하여 가장 효율적이고 경제적인 방법을 채택하게 된다.

본 연구에서는 Smolarkiewicz(1983,1984), Bott(1989), Bartnicki(1989) 등이 발표한 이류 방법들을 2차원 면에서 시험, 비교하여 그 특징을 살펴보았다.

일반적으로 수치모델에서 식(1)과 같은 이류방정식을 해결하는 가장 간단한 방법으로 유한차분법(finite difference method)을 사용한다.

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

그런데 Smolarkiewicz(1983, 1984)는 확산오차를 줄이면서 이루어지는 물리량(여기서는 오염물질의 농도)이 항상 양의 값을 갖도록 하기 위해 속도를 보정하는 방법을 사용하였다. 먼저 "upstream" 유한차분법을 사용하여 이루어진 후 반확산속도(antidiffusion velocity)를 사용하여 다시한번 이루어지는 것이다(Antidiffusion Correction Method).

Bott(1989)는 먼저 확산오차는 ψ 을 제대로 표현하지 못했기 때문이라고 보고 ψ 을 polynomial fitting 방법을 사용하여 나타냈다. 그리고 나서 이류속(advective fluxes)을 가중치를 더하는 방법으로 정상화(normalization)한 후 상한값과 하한값으로 flux limitation을 적용하였다.

Bartnicki(1989)가 사용한 방법은 의사스펙트랄 방법(Positive Definite Pseudospectral Method: PDPS)이다. 먼저 이류방정식에 의사스펙트랄 방법을 적용한다. 그다음 총 질량은 보존되면서 이루어지는 물리량중 음의 값을 모두 제거하는 filtering procedure 를 적용한다.

지금까지의 세가지 방법을 시험한 결과 Bartnicki의 방법이 가장 정확한 반면 계산시간이 길었으며 Smolarkiewicz의 방법은 계산시간은 짧은 반면 확산이 크게 일어났다.

참 고 문 헌

1. Bartnicki, J., 1989: A simple filtering procedure for removing negative values from numerical solutions of the advection

- equation. *Environmental Software*, 34, 187-207.
2. Bott, A., 1989: A positive definite advection scheme obtained by nonlinear renormalization of the advective fluxes. *Mon. Wea. Rev.*, 117, 1006-1015.
 3. Chock, D. P., 1991: A comparison of numerical methods for solving the advection equation-III. *Atmos. Environ.* 25A, 853-871.
 4. Smolarkiewicz, P. J., 1983: A simple positive definite advection scheme with small implicit diffusion. *Mon. Wea. Rev.* 111, 479-486.
 5. Smolarkiewicz, P. J., 1984: A fully multidimensional positive definite advection transport algorithm with small implicit diffusion. *J. Comput. Phys.*, 54, 325-362.