

고조파를 억제하는 가변 주파수 정현파 PWM의 실시간 구현

조본구 진명철 이광원
아주대학교 제어계측공학과.

Real-Time Implementation of Variable-Frequency Sinusoidal PWM with Harmonics Suppressing Characteristics.

Bon-Gu Cho Myung-Chul Jin Kwang-Won Lee
Dept. of Control and Instrumentation Engineering A-Jou Univ.

ABSTRACT

PWM technique is widely applied to the control of AC machines.

In this paper a new PWM technique for real-time implementation of variable-frequency sinusoidal PWM is introduced. In the proposed algorithm, a low pass filter is used and the switching state is so determined as to minimize the difference between the reference wave and the output of the filter.

1. 서론

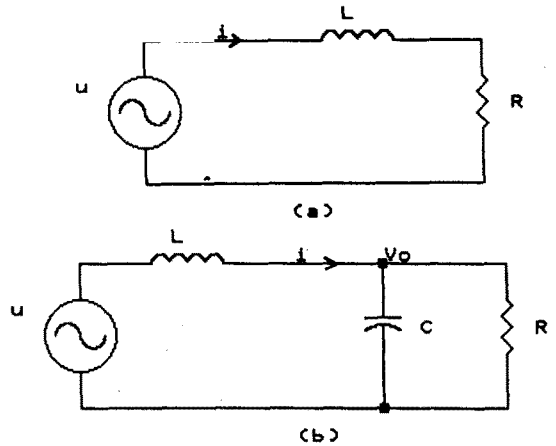
PWM 인버터는 전압과 주파수를 동시에 넓은 범위에서 변화시킬 수 있는 장점이 있어, 유도 전동기 등과 같은 교류 전동기의 속도 제어에 많이 이용되고 있다. 이러한 PWM 인버터에서의 출력 파형 개선을 위하여 널리 사용되고 있는 방법은 정현파 PWM 방법과 특정고조파를 제거하는 PWM 방법이다. 정현파 PWM 방법은 높은 주파수를 가지고 있는 삼각파 캐리어와 정현파 기준 파형을 비교하여, 출력 PWM 파형의 스위칭 순간을 결정하는 방법이다. 특정고조파를 제거하는 방법은 스위칭 패턴에 따른 고조파를 사전에 계산하여 특정한 고조파 성분이 생기지 않도록 스위칭 패턴을 프로그램 하는 것이다. 이와 같은 방법은 가변 주파수 적용에는 많은 메모리를 필요로 하고, 실시간 적용에 사용하기 어려운 문제들을 가지고 있다.

본 논문에서는 기존의 PWM 방식과는 다르게 필터의 개념을 도입하여 필터의 가상적인 전류 파형이 기준 파형을 따라갈 수 있도록 스위칭 소자의 ON, OFF를 결정하는 알고리즘을 제시하였다. 제안된 방식은 실시간 구현이 용이하도록 하였으며, 고조파 억제 효과, 디지털 시스템으로의 구현이 가능하도록 되어 있다.

2. PWM 파형 결정 알고리즘.

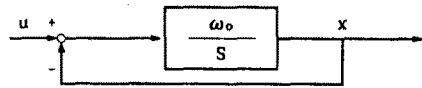
2.1 1계 시스템의 고찰

제안된 시스템은 다음과 같다. 인버터의 출력단에 각 1계와 2계로 이루어진 필터(그림1)를 상정하고 가상 출력 전압이 정현파 기준 전압에 근사한 값을 유지하도록 스위칭 순간을 결정하는 방법이다.



(그림 1) 1계와 2계 필터 회로

1계 필터 회로에서 상태 변수를 $x = R \cdot i$ 로 하여 블록다이어그램으로 나타내면(그림 2)가 되며 이것을 이산 시간으로 변환하면 (1)로 나타내어진다.



ω_0 : 필터의 cutoff 주파수

(그림 2) 1계 회로의 블록다이어그램

$$x[k+1] = x[k] + \delta(u[k] - x[k]) \quad (1)$$

$$\delta : \omega_0 \cdot t_s$$

t_s : sampling time

필터에 이상적인 정현파 입력 $u = a \cdot \sin \omega t$ 가 가해졌다고 할 때 x 의 값을 $x^*(t)$ 라 하면 $x^*(t)$ 는 식(2)로 계산되고 근사식은 식(3)과 같다.

$$x^*(t) = a / (1 + \omega^2 / (2\omega_0^2)) \cdot \sin(\omega t - \theta) \quad (2)$$

$$\theta = \tan^{-1}(\omega / \omega_0)$$

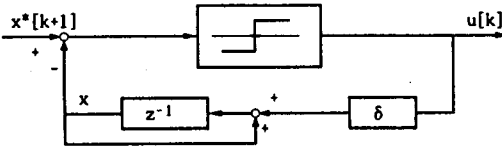
$$x^*[k+1] = a \cdot (1 - \omega^2 / (2\omega_0^2)) \cdot \sin(\theta_k + \delta \omega / \omega_0) \quad (3)$$

$x^*(t)$ 를 $x(t)$ 의 기준 입력으로 설정하고 x^* 와 x 의 차이가 최소가 되도록 u 를 결정하고자 한다. $u[k]$ 가 정해졌을 때 $x^*[k+1]$ 과 $x[k+1]$ 의 차이는

$$x^*[k+1]-x[k+1]=x^*[k+1]-x[k]-\delta(u[k]-x[k])$$

로 되므로 오차를 최소로 하는 스위칭 출력은 다음 식으로 결정된다.

$$u[k]=\text{SIGN}(x^*[k+1]-(1-\delta)\cdot x[k]) \quad (4)$$



(그림 3) 1계 회로에서의 u 의 판별 알고리즘

2.2 2계 시스템의 고찰

2계 시스템(그림 1 (b))에서 상태 $x_1 = v_o$, $x_2 = R \cdot i$ 에 대한 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/RC & 1/RC \\ -R/L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ R/L \end{bmatrix} \cdot u \quad (5)$$

(그림1)의 LC값을 2계 Butterworth 필터로 상정하면

$$LC = 1/\omega_0^2$$

$$L/R = \sqrt{2}/\omega_0$$

ω_0 : 필터의 cutoff 주파수

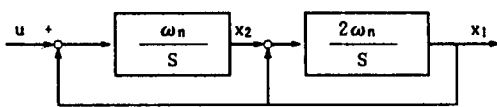
로 나타낼 수 있고, (5)식은 다음 식으로 정리된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}\omega_0 & \sqrt{2}\omega_0 \\ -\omega_0/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_0/\sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot u \quad (6)$$

$$\omega_0/\sqrt{2} = \omega_n$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\omega_n & 2\omega_n \\ -\omega_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n \end{bmatrix} \cdot u \quad (7)$$

위 시스템을 블록다이어그램으로 나타내면 (그림-4)와 같다.



(그림 -4)

시스템을 이산시간 함수로 나타내면

$$\begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u[k] \\ u[k] \end{bmatrix} + \exp(-\omega_n t_s) \cdot A \cdot \begin{bmatrix} x_1[k]-u[k] \\ x_2[k]-u[k] \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos\omega_n t_s - \sin\omega_n t_s & 2\sin\omega_n t_s \\ -\sin\omega_n t_s & \cos\omega_n t_s + \sin\omega_n t_s \end{bmatrix}$$

$\omega_n t_s = \delta$ 로 놓고 위 식을 근사적으로 전개하면

$$\begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1-2\delta & 2\delta \\ -\delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \delta \end{bmatrix} \cdot u[k] \\ \cong \begin{bmatrix} x_1[k] + 2\delta(x_2[k] - x_1[k]) \\ x_2[k] + \delta(u[k] - x_1[k]) \end{bmatrix} \quad (8)$$

의 형태로 나타낼 수 있다.

(그림-1)에서 필터에 이상적인 정현파 입력 $u(t) = a \sin\omega t$ 가 가하여 졌다고 할 때 상태 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 의 값을 $x_1^*(t)$, $x_2^*(t)$ 라 하고 해를 구하면 다음과 같다.

$$x_1^*(t) = a \frac{1}{\gamma(1 + \omega^4/4\omega_n^4)} \sin(\omega t - \theta_1)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\omega/\omega_n}{1 - \omega/\omega_n}$$

$$x_2^*(t) = a \frac{\gamma(1 + \omega^2/4\omega_n^2)}{\gamma(1 + \omega^4/4\omega_n^4)} \sin(\omega t - \theta_2) \quad (9)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{\omega}{2\omega_n} - \tan^{-1} \frac{\omega/\omega_n}{1 - \omega^2/\omega_n^2}$$

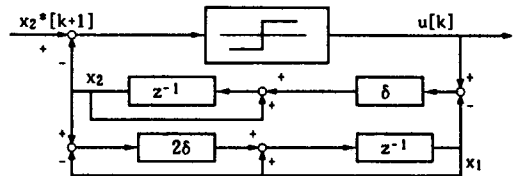
x_1 , x_2 중에서 u 에 직접적으로 영향을 받는 x_2 를 생각하여 $x_2^*(t)$ 를 x_2 의 기준 입력으로 설정한 후 x_2 와 x_2^* 의 차이가 최소가 되도록 u 를 결정하고자 한다. $u[k]$ 가 정해져 있을 때 $x_2^*[k+1]$ 과 $x_2[k+1]$ 의 차이는

$$x_2^*[k+1]-x_2[k+1]=x_2^*[k+1]-(x_2[k]+\delta(u[k]-x_1[k]))$$

로 계산되므로 스위칭 출력은 다음 식으로 정하면 된다.

$$u[k]=\text{SIGN}(x_2^*[k+1]-x_2[k]+\delta \cdot x_1[k]) \quad (10)$$

$u[k]$ 를 결정하는 블록다이어그램은 다음과 같다.



(그림 5) 2계 회로의 u 의 결정 알고리즘

3. 시뮬레이션

위의 방법으로 1계와 2계 시스템에 대하여 시뮬레이션을 행하였으며 그 결과를 그림6에서 그림11까지 나타내었다. 샘플링 주기와 필터의 cutoff 주파수를 변화 시켜본 결과 샘플링 주기가 작아질수록 고조파 억제 효과의 효과가 더욱 커짐을 알수있었다.

4. 결론

본 논문에서는 새로운 가변주파수 PWM 알고리즘을 제시하였다. 제안된 PWM 알고리즘에 대한 시뮬레이션을 통하여 고조파 억제 효과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

또한 제안된 방법은 하드웨어 및 소프트웨어의 구성이 간단

하여 아날로그 및 디지털 시스템으로의 구현이 간편하며, 계산량이 많지 않아 실시간 제어에 적용할 수 있을 것이다.

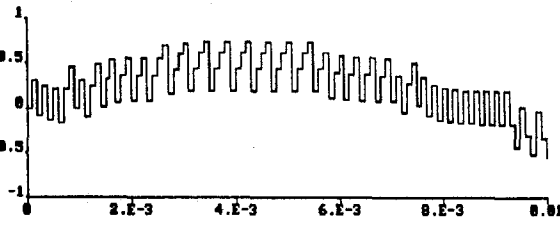
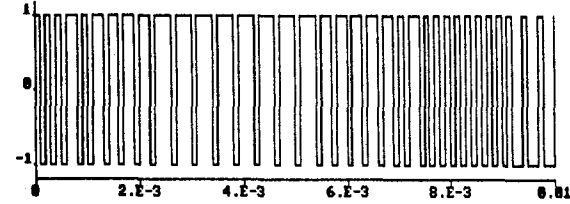


그림 6 : 1계 필터에서의 u와 x
a=0.5 ts=100µs fc=500Hz

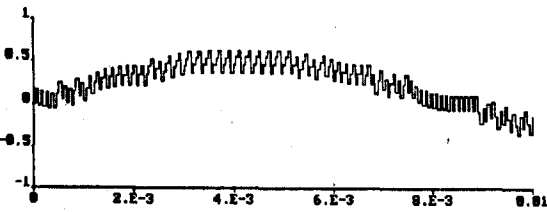
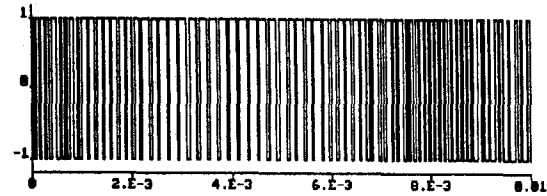


그림 7 : 1계 필터에서의 u와 x
a=0.5 ts=50µs fc=500Hz

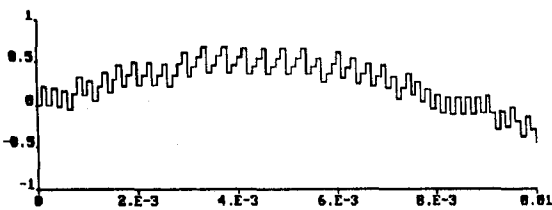
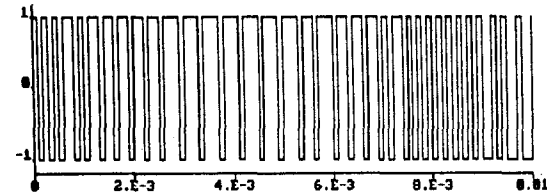


그림 9 : 2계 필터에서의 u와 x
a=0.5 ts=100µs fc=500Hz

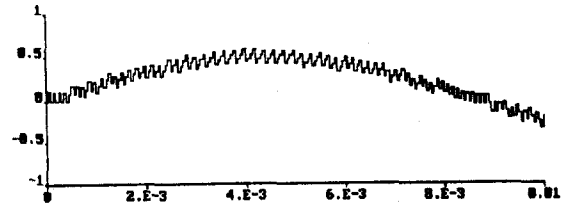
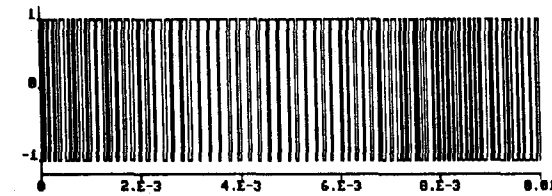


그림 10 : 2계 필터에서의 u와 x
a=0.5 ts=50µs fc=500Hz

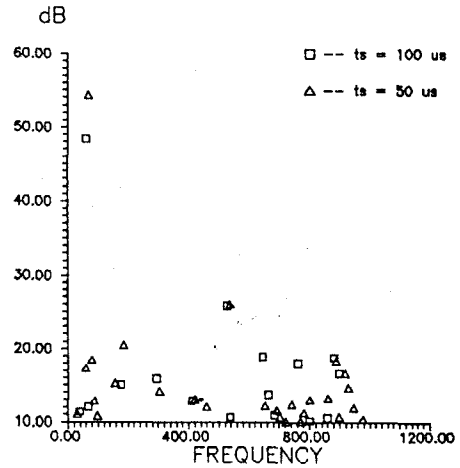


그림 8 : 1계 회로에서 u의 스펙트럼
dB

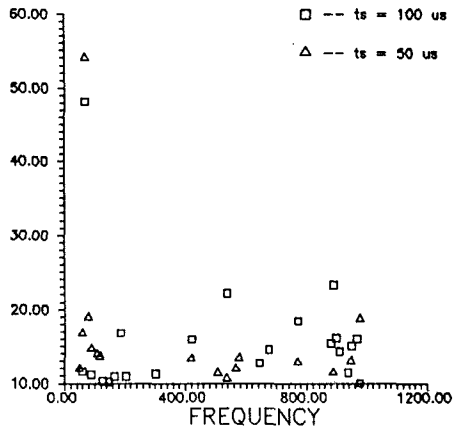


그림 11 : 2계 회로에서의 u의 스펙트럼

5. 참고 문헌

- [1]. Bimal k. Bose & H. A. Sutherland., "A High-Performance Pulsewidth Modulator for an Inverter-Fed Drive System Using a Microcomputer," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-19, No.2, pp.235-243, 1983.
- [2]. Giuseppe S. Buja & Giovanni B. Indri., "Optimal Pulsewidth modulation for Feeding AC Motors," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-13, No.1, pp. 38-44, 1977.
- [3]. Alberto Pollmann., "A Digital Pulsewidth Modulator Employing Advanced Modulation Techniques," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-19, No.3, pp. 409-414, 1983.
- [4]. Gerald B. Kliman & Allan B. Plunkett., "Development of a Modulation Strategy for a PWM Inverter Drive," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-15, No.1, pp.72-79, 1979.