

# PWM 스위치 모델을 이용한 DC/DC 컨버터의 설계 및 해석

이 인 환

(주) 동아전기

Design and analysis of the DC/DC Converter using the model of the PWM switch

I. H. LEE

Dong Ah Electric Co., Ltd

## Abstract

In this paper the flyback converter analysis is presented using the model of the PWM switch, which is easier to use than the general method of state-space averaged model. A procedure to design the flyback converter and the feedback circuit is illustrated. From these results, a stable flyback converter regulation system is possible by using the PWM switch model.

## 1. 서 론

DC/DC 컨버터를 해석하는데 있어서 상태 평균화 모델이 널리 사용되어 왔지만 상태 평균화 모델은 복잡한 행렬을 풀어야 컨버터의 전달함수를 구할 수 있는 단점이 있다. 최근 PWM 스위치 모델을 이용해 비선형 회로를 모델화 하여 DC와 소신호(small-signal) 해석이 용이하게 되었다. 본 논문에서는 PWM 스위치 모델을 이용해 flyback 컨버터의 입력에 대한 출력의 전달함수, 출력입피드스 그리고 control-to-output 전달함수를 간단히 구하였으며, flyback 컨버터 및 컨버터의 안정한 동작을 위한 폐환 제어회로의 보상회로 설계도 자세히 나타내었다. Flyback 컨버터 레귤레이션 시스템의 폐환 제어회로에 적절한 zero 점과 pole 점을 두어 안정한 컨버터의 설계를 할 수 있었다.

## 2. PWM 스위치 모델

DC/DC 컨버터의 DC 및 small-signal을 해석하는데 있어서 상태 평균화 모델보다 PWM 스위치 모델이 매우 간단하기 때문에 복잡한 행렬을 풀지 않고도 컨버터의 전달함수를 간단히 구할 수 있다. PWM 스위치 모델은 DC/DC 컨버터의 트랜지스터와 다이오드를 3단으로 나누는데 이 3단자 스위치의 전압·전류를 평균화 및 섭동(Perturbation)을 하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} I_a &= DI_c & (1) \\ V_{a,p} &= D(V_{o,p} - I_c D' r_e) & (2) \end{aligned}$$

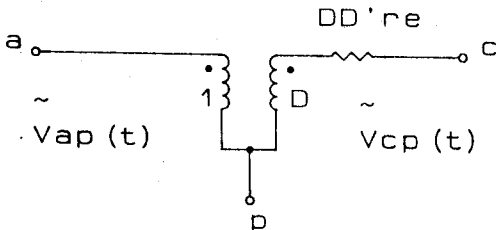


그림 1. PWM 스위치 모델의 평균 동가 회로  
Fig. 1 Equivalent average circuit model of the PWM switch

(1),(2) 식으로 부터 고정 시비율에 대한 PWM 스위치 모델의 평균 동가 회로를 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

(1),(2) 식 및 그림 1로 부터 스위치 Q의 ON 시비율에 대한 PWM 스위치의 소신호 섭동(small-signal perturbation)을 하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\hat{i}_a = D\hat{i}_c + I_c \hat{d} \quad (3)$$

$$\hat{V}_{a,p} = \frac{\hat{V}_{o,p}}{D} + r_e D' \hat{i}_c - V_o \frac{\hat{d}}{D} \quad (4)$$

$$V_o = V_{a,p} + I_c(D - D') r_e \quad (5)$$

(3)~(5) 식으로 부터 PWM 스위치의 DC 및 소신호 동가 모델을 그리면 다음과 같다.

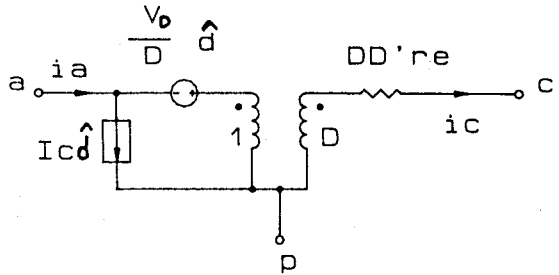


그림 2. PWM 스위치의 DC 및 소신호 동가 모델  
Fig. 2 Equivalent DC and small-signal model of the PWM switch

## 3. PWM 스위치 모델을 이용한 Flyback 컨버터의 해석

컨버터의 DC 및 소신호 특성(small-signal characteristic)을 구하기 위해 PWM 스위치 모델을 Flyback 컨버터에 적용한다. 그림 3은 Flyback 컨버터의 기본 회로를 나타낸다.

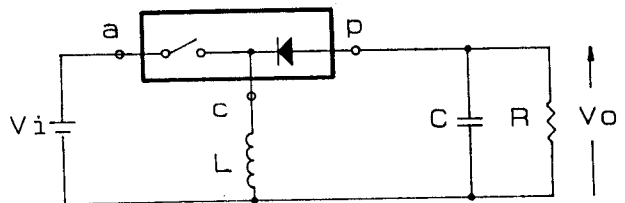


그림 3. Flyback 컨버터의 기본 회로  
Fig. 3 Basic configuration of the flyback Converter

그림 3의 3단자에 PWM 스위치의 평균 동작 회로를 적용하면 DC 및 소신호(small-signal) 특성을 구할 수 있다.

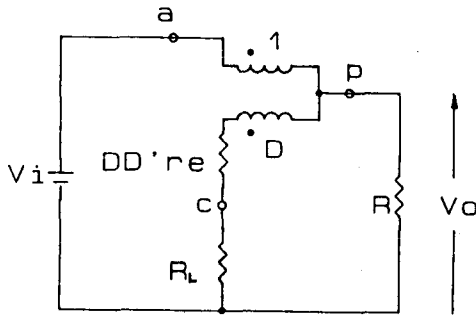


그림 4. DC 특성을 위한 Flyback 컨버터  
Fig. 4 The flyback converter to be analyzed for DC characteristic

그림 4로부터 입력전압에 대한 출력전압의 적류 변동비 M을 구하면 다음과 같다.

$$M = \frac{D}{D'} \cdot \frac{1}{1 + R_c / (D'^2 R)} \quad (6)$$

이때 스위치의 DC 전압 및 전류는 다음과 같다.

$$V_{sw} = V_i (1 + M) \quad (7)$$

$$I_c = \frac{M V_i}{D' R} \quad (8)$$

입력에 대한 출력 (line-to-output) 전달함수를 구하기 위해 DC 입력전압  $V_i$  대신 signal source  $\hat{V}_i$ 를 대치하면 그림 5와 같다.

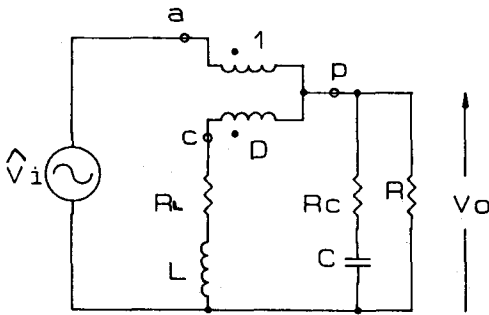


그림 5. 입력에 대한 출력의 전달 함수를 구하기 위한 flyback 컨버터  
Fig. 5 The flyback converter to be analyzed for line-to-output transfer function

그림 5로부터 입력에 대한 출력 (line-to-output) 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\hat{V}_o(s)}{\hat{V}_i(s)} = M \frac{1 + S/S_{z1}}{1 + S/W_o Q + S^2/W_o^2} \quad (9)$$

$$S_{z1} = \frac{1}{R_c C} \quad (10)$$

$$W_o = \frac{1}{LC} \frac{D'^2 + R_c/R}{1 + R_c/R} \quad (11)$$

$$Q = \frac{1}{W_o} \cdot \frac{1}{L/(R_c + D'^2 R) + C(R_c + R)/(R_c D'^2)} \quad (12)$$

Open-loop 출력 임피던스를 구하기 위해 입력을 접지 시키면 그림 6과 같은 회로를 얻을 수 있다.

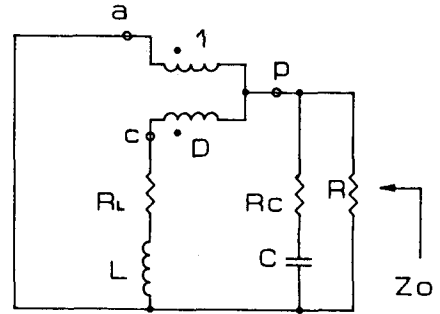


그림 6. 출력 임피던스를 구하기 위한 Flyback 컨버터  
Fig. 6 The flyback converter to be analyzed for the output impedance

그림 6에서 출력전압  $V_o$ 를 전압원으로 가정할 때 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$Z_o = R/R_c \frac{(1 + S/S_{z1})(1 + S/S_{z2})}{1 + S/W_o Q + S^2/W_o^2} \quad (13)$$

$$S_{z1} = \frac{1}{R_c C} \quad (14)$$

$$S_{z2} = \frac{R_c}{L} \quad (15)$$

이제 open-loop control-to-output 전달함수를 구하기 위해 입력 전압원  $V_i$ 를 접지하고 그림 2의 PWM 스위치의 DC 및 소신호 동작 모델을 적용하면 그림 7과 같다.

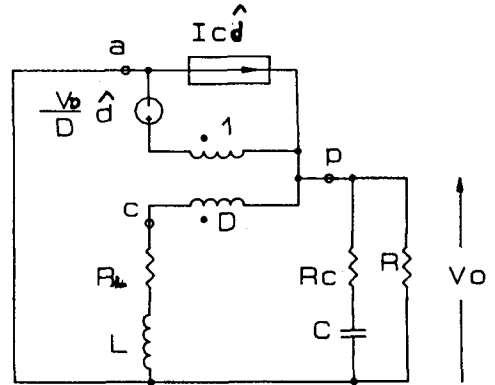


그림 7. Control-to-output 전달함수를 측정하기 위한 flyback 컨버터  
Fig. 7. The flyback converter to be analyzed for the control-to-output transfer function

그림 7로부터 control-to-output 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\hat{V}_o(s)}{\hat{d}(s)} = K_d \frac{(1 + S/S_{z1})(1 - S/S_{z2})}{1 + S/W_o Q + S^2/W_o^2} \quad (16)$$

$$K_d = \frac{dV_o}{dD} = V_i \frac{1}{(D'^2 + R_c/R)^2} \quad (17)$$

$$S_{z1} = \frac{1}{R_c C} \quad (18)$$

$$S_{z2} = \frac{1}{DL} \quad (19)$$

이상 PWM 스위치 모델을 이용해 Flyback 컨버터의 전달함수를 구하였다.

#### 4. Flyback 컨버터의 설계

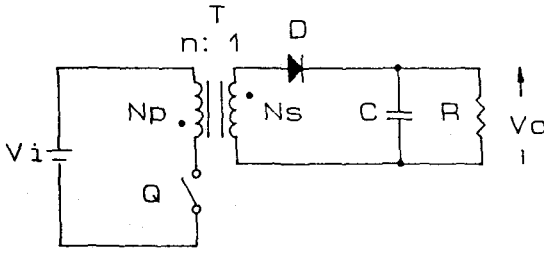


그림 8. Flyback 컨버터  
Fig. 8 The flyback Converter

Flyback 컨버터의 동작을 살펴보면 우선 스위치 Q가 ON 되는 기간 동안 Transformer의 극성이 다르기 때문에 다이오드 D는 역바이어스가 되어 Transformer의 1차 권선은 인덕터와 같이 에너지를 축적한다. 스위치 Q가 Off되는 기간동안 ON시 축적되었던 에너지가  $N_s$ 와 D를 통해 2차측으로 전달된다.

##### Design Specification

$$V_{in} = 30 \sim 50V \text{ (40Voc Rating)}$$

$$V_o = 5V$$

$$I_o(\max) = 0.5A$$

$$f_s = 70KHz$$

$$\eta = 70\%$$

$$P_{in}(\max) = \frac{P_o(\max)}{0.7} = \frac{2.5}{0.7} = 3.57W$$

입력전력은 Magnetic Field에 축적된 에너지에 스위칭 주파수  $f_s$ 를 곱한 것이다.

따라서 입력전력  $P_{in}$ 은 다음과 같다.

$$P_{in} = \frac{1}{2} \cdot L_r \cdot I_{pk}^2 \cdot f_s \quad (20)$$

최대 시비율을 0.4로 가정했을 때 최소 Peak 전류  $I_{pk}$ 는 다음과 같다.

$$I_{pk} \leq \frac{V_{in}(\min)}{L_r(\max)} \times 0.4T_s \quad (21)$$

(21) 식을 (22) 식에 대입하면 최대 입력전력  $P_{in}(\max)$ 와  $L_r(\max)$ 는 다음과 같다.

$$P_{in} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{in}(\min)^2}{L_r(\max)} \cdot (0.4 T_s)^2 \cdot f_s \quad (22)$$

$$L_r(\max) = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{in}(\min)^2}{P_{in}(\max)} \cdot (0.4 T_s)^2 \cdot f_s \quad (23)$$

(21), (23) 식으로부터  $L_r(\max) = 300\mu H$ 이고  $I_{pk}(\max) = 0.57A$ 이다. Air Gap Length  $l_g$ 는 다음과 같다.

$$l_g = \frac{1.26 L_r(\max) I_{pk}^2 10^9}{A_c B_m^2} \quad (24)$$

PQ2020 TDK H-C Core에서 최대 flux density  $A_c = 0.012 Tesla$ ,  $B_m = 2500 Gauss$ 로 할 때  $l_g = 0.16mm$ 가 된다.  $l_g = 0.16mm$ 일 때  $A_L$ -value  $A_L = 5.4mH / 1000T$ 이고 1차측의 권선  $N_p$ 는 다음과 같다.

$$N_p = 1000 \cdot \frac{L_r(\max)}{A_L\text{-value}} \quad (25)$$

$L_r(\max) = 300\mu H$ 와  $A_L = 5.4mH$ 로부터  $N_p = 55 Turn$ 이 된다. 2차 권선  $N_s$ 는 다음과 같다.

$$N_s = N_p \cdot \frac{(V_o + V_r) (1 - D_{max})}{V_{in}(\min) D(\max)} \quad (26)$$

$N_p = 55 Turn$ 과 다이오드 전압 강하  $V_r = 0.7V$ 로 가정할 때  $N_s = 16 Turn$ ,  $L_s = 32\mu H$ 가 되며, 권선비  $n = N_p / N_s$  이라 할 때  $n = 3$ 이 된다. 이상의 결과로부터 입력에 대한 출력의 전달함수, 출력 임피던스 그리고 control-to-output 전달함수 특성을 아래와 같이 얻을 수 있다.

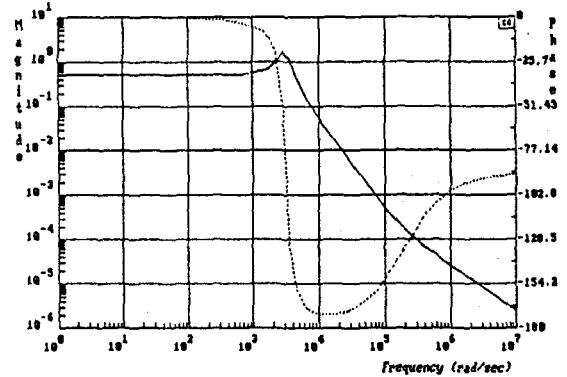


그림 10. 입력에 대한 출력의 전달함수  
Fig. 10 Line-to-output transfer function

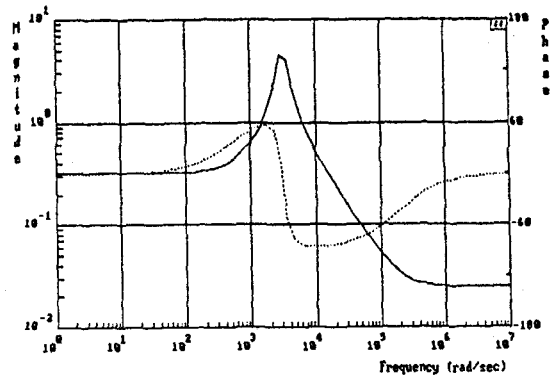


그림 11. 출력 임피던스  
Fig. 11 Output impedance

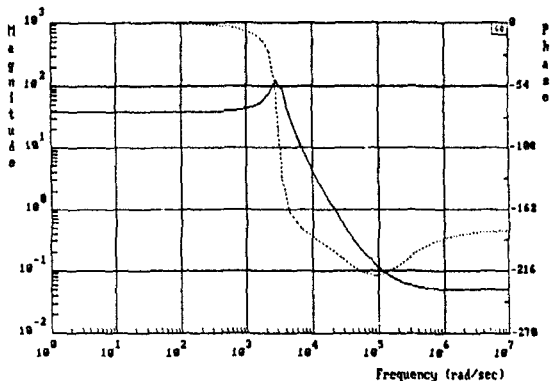


그림 12. Control-to-output 전달함수  
Fig. 12 Control-to-output transfer function

DC/DC 컨버터의 안정한 설계를 위해 위상 여유는 35° ~ 50° 이상이며 이득 여유는 12dB 이상이다. 따라서 그림13의 폐환 제어회로에 보상회로를 설계할 필요가 있다.

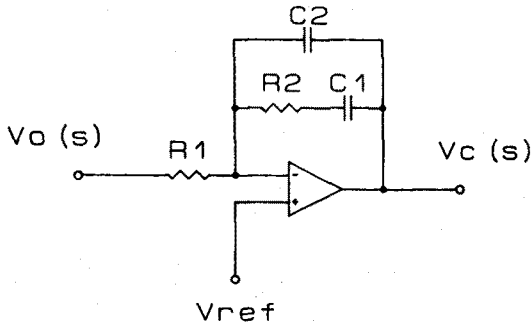


그림 13. 보상회로

Fig. 13 The compensation circuit

그림 13의 보상회로의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$A(s) = \frac{\Delta V_c(s)}{\Delta V_o(s)} = \frac{K}{S} \frac{(1 + S/\omega_z)}{(1 + S/\omega_p)} \quad (27)$$

$$K = \frac{1}{R_1(C_1 + C_2)} \quad (28)$$

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C_1} \quad (29)$$

$$\omega_p = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} \quad (30)$$

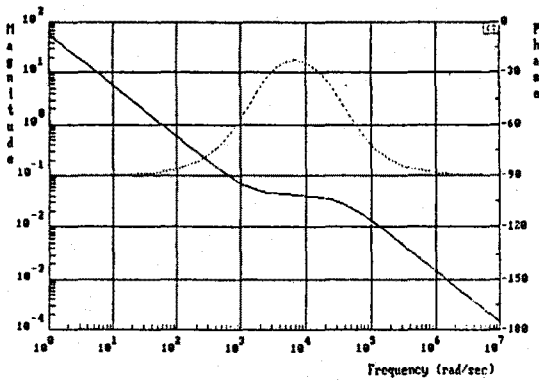


그림 14. 보상회로의 전달함수

Fig. 14 Transfer function of the compensation circuit

그림 14는 보상회로의 전달함수를 그린 것이다. K는 보상회로의 DC gain을 나타내며 원점에 극점을 두어 저주파 대역에서 큰 이득을 얻을 수 있다. zero 점  $\omega_z$ 는  $1/10 f_c$  (crossover frequency)에 두어 crossover frequency에서 gain의 slope -20dB/dec로 하며 phase를 올려준다. 이때 crossover frequency는  $1/4 \sim 1/5 f_n$  가 바람직하다.  $f_n = 70\text{KHz}$  이므로  $f_c = 1/5 f_n$  라 할때  $f_c = 14\text{KHz}$  이고  $\omega_z = 1.4\text{KHz}$ 가 된다. pole 점  $\omega_p$ 는  $1/2 f_n$  에 두어 고주파 노이즈를 감쇄시킨다. 따라서  $\omega_p = 35\text{KHz}$ 가 된다.

그림 15는 보상회로를 적용한 flyback 컨버터의 레귤레이션 시스템을 나타낸다. 그림 15로 부터 flyback 컨버터 레귤레이션 시스템의 loopgain  $T(s)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$T(s) = \frac{W_o}{S} \frac{(1 + S/\omega_z)(1 + S/\omega_{z1})(1 - S/\omega_{z2})}{(1 + S/\omega_p)(1 + S/\omega_{p1}Q + S^2/\omega_{p2}^2)} \quad (31)$$

$$W_o = K_d \cdot K \cdot \frac{1}{V_m} \quad (32)$$

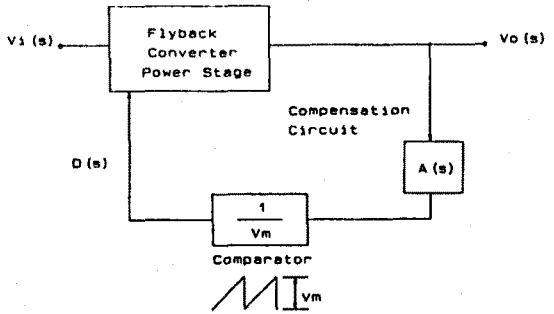


그림 15. 보상회로를 적용한 Flyback 컨버터의 레귤레이션 시스템

Fig. 15 The regulation system of the flyback converter with compensation circuit

그림 15의 loopgain  $T(s)$ 의 전달함수를 그리면 그림 16과 같다.

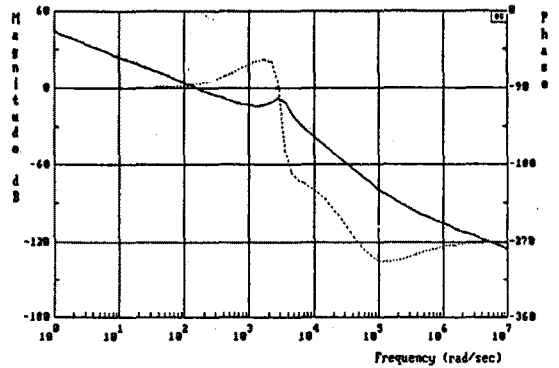


그림 16. Flyback 컨버터의 loop 이득과 위상특성

Fig. 16 Loopgain and phase characteristic of the flyback converter

그림 16에서는 flyback 컨버터 레귤레이션 시스템의 위상 여유와 이득 여유를 나타낸다. 적절한 zero 점  $\omega_p$ 와 pole 점  $\omega_p$ 를 설정함으로써 12dB의 이득 여유와 80°의 위상 여유를 얻을 수 있었다.

## 5. 결 론

이상 PWM 스위치 모델을 이용해 flyback 컨버터의 입력에 대한 출력의 전달함수, 출력리플전산, control-to-output 전달함수를 간단히 구할 수 있었다. 또한 flyback 컨버터의 설계 및 폐환 제어회로의 보상회로 설계도 간단히 할 수 있었다. 결과적으로 바람직한 이득 여유와 위상 여유 범위에서 안정한 flyback 컨버터 레귤레이션 시스템을 설계하였다.

## < 참고 문헌 >

- 1) V. Vorperian "Simplified Analysis of pwn converter Using the model of the pwn switch part I and part II" IEEE transactions on AES, march 1990, Vol 26, No 2
- 2) 이인환, " PWM 스위치 모델을 이용한 DC-DC 컨버터의 보상회로 설계", 춘계 전력전자 학술발표회 논문집, pp. 104~109, 1991
- 3) R.D Middlebrook and S.Cuk, "A General unified Approach to Modelling Switching Converter Power Stages," IEEE pesc conference proceedings 1976, pp. 18-34