

# 초전도 코일에서 과도 열전달 효과를 고려한 상전도영역 전파속도 해석

서용석<sup>o</sup> 이상진 고태국  
연세대학교 전기공학과

## The Analysis of Normal zone Propagation Velocity with Transient Heat transfer Effect in Superconducting Coil

Yong-Sug Suh<sup>o</sup> Sang-Jin Lee Tae-Kuk Ko  
Dept. of Electrical Eng. Yonsei Univ.

### ABSTRACT

Longitudinal and transverse normal zone propagation in the superconducting coil are analyzed and propagation velocity is derived from the heat balance equations in the propagating boundary region. Transverse velocity is nearly  $10^{-2}$  order of longitudinal velocity. Propagation velocity is linearly proportional to the transport current. Increasing lamp current speeds up longitudinal velocity by 0.279 m/s under the applied field of 2T. Transient heat transfer has a significant effect on normal zone propagation velocity and it decreases longitudinal velocity by 4.2 m/s under the applied field of 2T as being compared to steady-state heat transfer.

### 1. 서론

초전도코일에 있어서 외부고장에 의한 켄칭은 주로 기계적, 열적요인에 의해 최소전파영역보다 큰 상전도영역이 국부적으로 발생하여 주위로 전파되면서 이루어진다. 상전도영역의 전파과정을 코일에 있어서 선재축 방향과 횡방향으로 나누어 분석하였다. 냉매로의 과도 열전달현상까지 고려한 축방향 및 횡방향 상전도영역 전파속도는 전파경계영역에서의 열평형방정식으로부터 유도될 수 있다. 본 연구에서는 도출된 전파속도식으로부터 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 전송전류와 과도 열전달 효과에 대한 전파속도의 변화를 해석하는 데 그 목적이 있다.

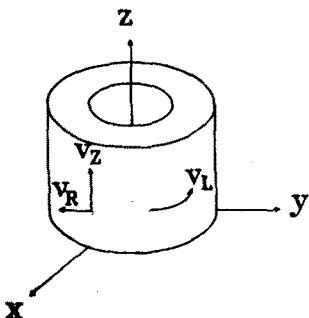


그림 1. 초전도코일에서 상전도영역 전파방향  
 $V_L$ : 축방향 전파속도,  $V_Z, V_R$ : 횡방향 전파속도

### 2. 축방향 전파속도 분석 (1) 모델 설정

축방향 상전도영역 전파속도( $V_L$ )는 그림 1에서 코일의 권선을 따라 전파되는 것을 말한다. 기존의 상전도영역 전파속도 실험결과에 의해 상전도영역은 최초 발생 후 등속도로 전파된다고 볼 수 있다.<sup>[1]</sup> 상전도영역에서의 저항열발생, 주위냉매로의 열전달, 그리고 비열과 열전도에 의한 열흡수등의 복합적인 전기적, 열적현상에 의해서 선재단면에서 그림 2와같은 온도분포를 갖으며 등속도로 전파된다. 상전도영역과 초전도영역의 경계에서는 각 지점의 온도에 해당하는 초전도체의 임계전류밀도특성에 의해 전류공유현상이 일어난다. 전류공유현상에 의해 그림 3 과같은 온도때론 저항열 발생 특성을 얻을 수 있다. 저항이 발생하기 시작하는 온도( $\theta_B$ )와 초전도체가 완전 켄칭되는 온도( $\theta_C$ )의 중간 온도( $\theta_0$ )에서 전류분류가 발생한다고 해도 실험결과와는 큰 차이가 없다.<sup>[3]</sup> 결국 그림3에서 계단형태인 점선의 그래프도 저항열발생 특성을 근사할 수 있다.

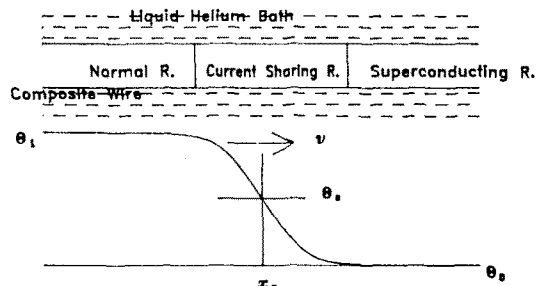


그림 2. 전파모델과 상전도영역 경계부근에서의 온도분포

### Heat Generation [W/m<sup>3</sup>]

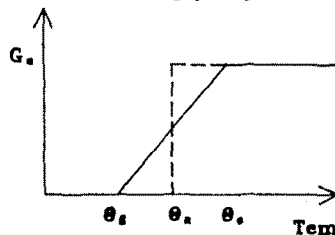


그림 3. 계단함수로 근사한 온도에 따른 열발생 특성곡선

### (2) 속도식 도출

상전도영역 전파속도는 열평형 방정식에서 유도된다. 초전

도영역과 상전도영역에서의 열평형 방정식은 식 (1)과 같다.

$$v \cdot (K(\Theta) \nabla \Theta) + G(\Theta) + W = C(\Theta) \frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{Ph}{A} (\Theta - \Theta_0) \quad (1)$$

단,

- $\Theta$  : 온도 [K]                       $\Theta_0$  : 냉매 온도 [K]  
 $K$  : 열전도도 [Watt/m·K]       $G$  : 저항발열량 [Watt/m<sup>3</sup>]  
 $W$  : 외부 교란 [Watt/m<sup>3</sup>]       $C$  : 비열용량 [J/m<sup>3</sup>·K]  
 $P$  : 냉각주변길이(wetted perimeter) [m]  
 $A$  : 단면적 [m<sup>2</sup>]                       $h$  : 열전달계수 [Watt/m<sup>2</sup>·K]

외부교란은 발생 후 즉시 없어지는 과도외부교란으로 생각하면 정상상태에서의 외부교란량은 영이된다. 상전도영역에서 저항발열량은 전류분류가 완전히 이루어진 임계열발생  $G_0$ 를 갖는다. 초전도영역에서는 저항이 없으므로 저항열발생이 없다. 그러므로 식 (1)의 열평형 방정식은 상전도영역과 초전도영역에서 각각  $x$ 축에 대한 일차원 편미분 방정식인 식 (2)와 식 (3)이 된다.

$$KA \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} - CA \frac{\partial \Theta}{\partial t} - hP(\Theta - \Theta_0) + G_0 A = 0 \quad (2)$$

$$KA \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} - CA \frac{\partial \Theta}{\partial t} - hP(\Theta - \Theta_0) = 0 \quad (3)$$

상전도는 통속도로 전파된다고 근사하였으므로 온도분포는 속도  $v$ 의 진행과 형태가 된다.  $\Theta_0$ 에 해당하는 위치  $x_0$ 를 원점으로 하는 좌표를 잡는다.

$$x - x_0 = x - vt = \epsilon$$

최종적으로 편미분방정식을 상전도영역과 초전도영역에서의 열평형 상미분방정식이 얻어진다.  $\Theta_L$ ,  $\Theta_R$ 은 각각 원점  $x_0$ 의 왼쪽과 오른쪽에서의 온도이다.

$$\frac{d^2 \Theta_L}{d\epsilon^2} + \frac{vC}{K} \frac{d\Theta_L}{d\epsilon} - \frac{hP}{KA} (\Theta_L - \Theta_0) + \frac{G_0}{K} = 0$$

$$\frac{d^2 \Theta_R}{d\epsilon^2} + \frac{vC}{K} \frac{d\Theta_R}{d\epsilon} - \frac{hP}{KA} (\Theta_R - \Theta_0) = 0$$

각 영역에서의 온도에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\Theta_L(\epsilon = \infty) = \Theta_1 \quad \Theta_L(\epsilon = 0) = \Theta_0$$

$$\Theta_R(\epsilon = \infty) = \Theta_0 \quad \Theta_R(\epsilon = 0) = \Theta_0$$

$\Theta_1$ 은 저항열발생과 냉매로의 열전달이 서로 평형을 이룬 상태의 온도로서 경계에서 멀어질수록 상전도영역에서의 온도는  $\Theta_1$ 으로 접근한다.<sup>[11]</sup>

$$h(\Theta_1 - \Theta_0) = \frac{A}{P} G_0$$

경계조건을 적용하여 얻어진 온도분포는 상전도영역과 초전도영역에 대해서 다음과 같이 나온다.

$$\Theta_L = \Theta_1 - (\Theta_1 - \Theta_0) \text{EXP}(a_L \epsilon) \quad (4)$$

$$\Theta_R = \Theta_0 + (\Theta_0 - \Theta_0) \text{EXP}(a_R \epsilon) \quad (5)$$

$$a_L = \frac{1}{2} \sqrt{\left[ \frac{vC}{K} \right]^2 + \frac{4hP}{KA}} - \frac{vC}{2K}$$

$$a_R = -\frac{1}{2} \sqrt{\left[ \frac{vC}{K} \right]^2 + \frac{4hP}{KA}} - \frac{vC}{2K}$$

상전도영역과 초전도영역과의 경계면에서의 열속 연속조건(Continuity of heat flux)인 식 (6)을 이용하여 전파속도를 도출할 수 있다. 상전도영역이 빠른속도를 갖고 전파될 경우 냉매로의 열전달 현상은 정상상태의 열전달과는 다른 특성을 보인다. 즉, 정상상태의 열전달보다 더 많은 양의 열이 냉매로 빠져나가는 과도 열전달현상을 보인다. 정상상태의 열전달만을 고려하여 속도를 예측할 경우 실험치보다 높은 속도 값을 얻게된다.<sup>[16]</sup> 그러므로 정상상태와 더불어 과도 열전달 현상까지 함께 고려해야지만 정확한 속도식을 얻을 수 있다. 식 (6)의  $Q_L$ 은 상전이 시의 잠열(Latent heat)로서 보통 제2

종 초전도체에서는 거의 무시할 수 있으나 여기서는  $Q_L$ 을 이용하여 과도 열전달효과를 속도식에 포함시킬 수 있다.<sup>[11]</sup>

$$\left[ -K \frac{d\Theta_L}{d\epsilon} \right]_{\epsilon=0^-} = \left[ -K \frac{d\Theta_R}{d\epsilon} \right]_{\epsilon=0^+} + vQ_L \quad (6)$$

정상상태 열전달특성을 결정짓는 파라미터로  $y$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$y = \frac{\Theta_0 - \Theta_0}{\Theta_1 - \Theta_0} = \frac{hP(\Theta_0 - \Theta_0)}{AG_0} = \frac{hP(\Theta_0 - \Theta_0)}{A v^2 \rho}$$

$J$  : 전체 전류 밀도,  $\rho$  : 복합도체 비저항

과도 열전달특성을 나타내는 파라미터로  $z$ 를 다음과 같이 정의한다.  $Q_L$ 은 도체표면에서 냉매로의 열전달특성이 핵기화(nucleate boiling)에서 막기화(film boiling)로 넘어갈때 도체표면에 기체막을 형성하는 데 필요한 열량이다.

$$z = \frac{Q_L}{C(\Theta_0 - \Theta_0)} = \frac{\eta^2 p^2 / A^2 G_0}{C(\Theta_0 - \Theta_0)} = \frac{\eta^2 p^2}{J^2 \rho A^2 C(\Theta_0 - \Theta_0)}$$

식 (6)에 식 (4), (5)를 대입하고  $y$ ,  $z$ 파라미터로 표현하면 최종적으로 다음과 같은 속방향 전파속도식이 얻어진다.

$$v = \frac{J}{C_{av}} \sqrt{\frac{L_0 \Theta_0}{(\Theta_0 - \Theta_0)} \left[ yz^2 + z + 1 - y \right]^{1/2}} \quad (7)$$

### 3. 횡방향 전파속도 분석

#### (1) 모델 설정

초전도코일은 보통 여러수십지에 함침되어 있는 형태를 띠고 있다. 최초 상전도영역발생 후 상전도영역은 선제축을 따라 전파됨과 동시에 절연층을 통한 횡방향으로도 전파된다. 횡방향 전파는 그림 1에서 권선층을 통하여 전파되는 방향( $R$ 축)과 같은 층의 선제사이로 전파되는 방향( $Z$ 축)의 두 가지가 있다. 절연체의 열전도도는 복합초전도체의 열전도도보다 매우 낮기때문에 횡방향의 속도는 속방향의 속도에 비해 무척 느리다. 그러나 코일의 구조 및 절연층에 따라 횡방향전파 속도가 우세할 경우가 있다.<sup>[11]</sup> 일반적으로 초전도코일은 도체선제와 절연층이 그림 4와같은 규칙적인 배열을 하고있다. 상전도영역이 단위층을 통과하는 데 걸리는 시간보다 작고 절연층에서의 열확산시간보다 큰 시간에서는 극부적인 정상상태를 가정할 수 있다.<sup>[4]</sup>

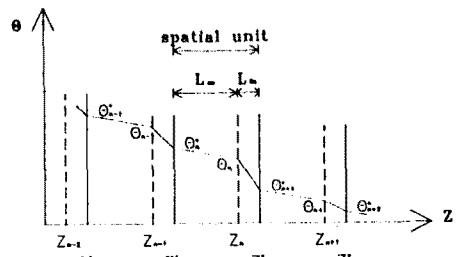


그림 4. 도체선제와 절연층이 규칙적으로 배열된 형태에서의 온도분포 ( $L_{c0}$ : 도체선제 두께,  $L_{in}$ : 절연층 두께)

#### (2) 속도식 도출

극부적인 정상상태에서 그림 4의 단위층에 대해 열평형방정식을 세워 보면 다음과 같다.

$$(C_{c0} L_{c0} + C_{in} L_{in}) \left\{ \frac{\Theta_n(t + \Delta t) - \Theta_n(t)}{\Delta t} \right\} = q_n^* - q_{n+1}^* + G_0 L_{c0} - \frac{P}{A} (L_{c0} h_{c0} + L_{in} h_{in}) \quad (8)$$

$q_n^*$ ,  $q_{n+1}^*$  은 경계면( $z=z_n^*$ ,  $z=z_{n+1}^*$ )에서의 열속을 의미한다. 식 (8)에 열속을 대입하고 비열용량, 열전도도, 저항열발생, 열전달을 초전도선제와 절연층에 대해서 평균한 동

가값으로 바꾸면 다음 식이 얻어진다.

$$C_{eff} \frac{\Theta_n(t+\Delta t) - \Theta_n(t)}{\Delta t} = K_{eff} \frac{\Theta_{n+1}(t) - 2\Theta_n(t) + \Theta_{n-1}(t)}{(\Delta z)^2} + G_{eff} - \frac{P}{A} H_{eff}$$

$\Delta t, \Delta z$ 가 작다고 볼 수 있으므로 미분방의 열평형 방정식을 유도할 수 있다.

$$K_{eff} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} - C_{eff} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + G_{eff} - \frac{P}{A} H_{eff} = 0 \quad (9)$$

식 (9)는 축방향속도식 도출 시의 열평형방정식인 식 (2), (3)과 유사하다. 그러므로 축방향속도식 (7)과 유사하게 횡방향속도식이 얻어진다.

$$v = \frac{1}{C_{eff}} \sqrt{\frac{G_{eff}(\Theta_c - \Theta_c)}{(\Theta_c - \Theta_c)} \frac{1 - 2y_t}{[y_t z_t^2 + z_t + 1 - y_t]^{1/2}}} \quad (10)$$

#### 4. 사례 연구

도출된 축방향 및 횡방향 전파속도식을 이용하여 실제 초전도 코일에서 상전도영역의 전파속도값을 계산해 낼 수 있다. 초전도코일에서 포 1의 사양을 갖는 복합초전도 선재를 권선으로 사용한 경우 각 방향에 대한 전파속도값을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 다음과 같이 얻었다.

Cu/CuNi/NbTi	0.5/2.3/1	복합도선 직경	0.15 mm
필라멘트 직경	0.51 μm	복합도선 수	6
필라멘트 갭수	19,800	임계전류	70 A (2 T)
트위스트 피치	1.4 mm	(4.2 K)	29 A (5 T)

표 1. 초전도 선재 사양

##### (1) 축방향 전파속도

선재에 가해지는 외부인자 자계를 2T와 5T인 경우로 나누고 또 각각에 대해서 정상상태 열전달만을 고려한 경우와 과도, 정상상태 열전달 둘 다 고려한 경우로 나누어 전송전류의 증가에 따른 전파속도값의 변화를 살펴 보았다. 전송전류에 대해 전파속도는 거의 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 과도 열전달까지 고려한 경우 속도값이 큰 쪽으로 떨어지는 것으로 보아 상전도영역 전파시 과도 열전달 현상을 무시할 수 없음을 확인하였다.

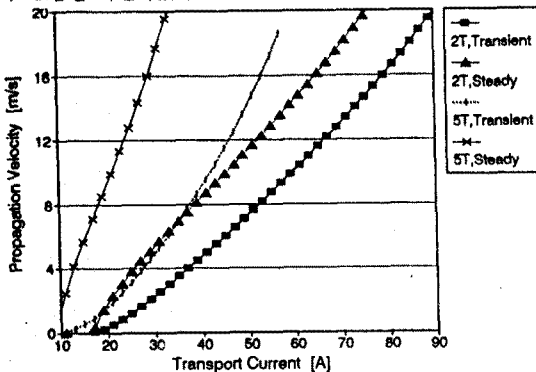


그림 5. 축방향 상전도영역 전파속도 (선재 축 방향)

##### (2) 횡방향 전파속도

코일축 방향 속도( $V_z$ )는 방사선 방향 속도( $V_R$ )의 1.05배 정도 되고 두 횡방향 속도 모두 선재축 방향과 비슷한 결과

형태를 보였다. 축방향 속도에 대한 횡방향 속도는 대략  $10^{-2}$ 오더정도 되고 전송전류에 무관하게 일정하게 유지된다.

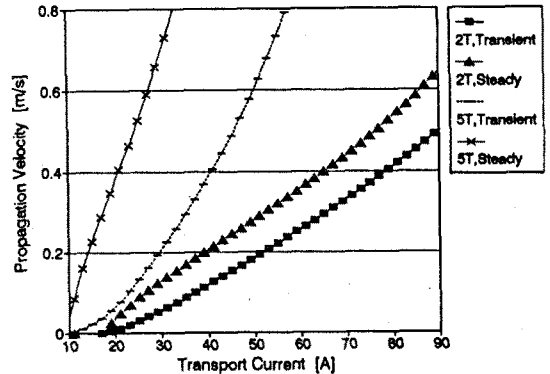


그림 6. 횡방향 상전도영역 전파속도,  $V_z$  (코일 축 방향)

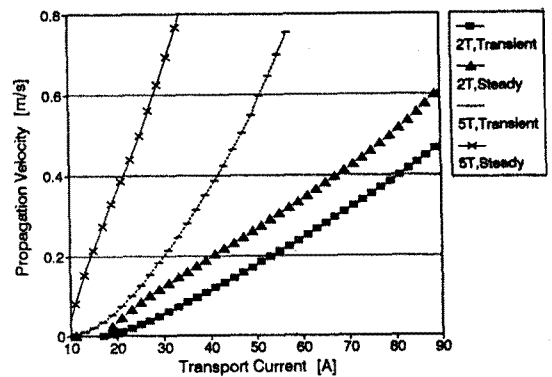


그림 7. 횡방향 상전도영역 전파속도,  $V_R$  (방사선 방향)

#### 5. 결론

초전도코일의 권선 발생시 상전도영역의 전파를 선재축 방향과 횡방향으로 나누고 각각에 대해서 본 연구에서 제시한 모델을 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 축방향 및 횡방향 상전도영역 전파속도는 전송전류에 비례하고 2T의 외부자계 인가시 전송전류의 1A증가에 대해 각각 0.279 m/s, 0.007 m/s씩 거의 선형적으로 증가한다.
2. 상전도영역 전파시 과도 열전달효과는 전파속도에 크게 영향을 미쳐 2T의 외부자계 인가시 대략 축방향에서는 4.2 m/s 횡방향에서는 0.1 m/s만큼 속도가 감소된다.
3. 축방향과 횡방향 전파속도 결과값을 이용하여 코일의 전체적인 3차원 상전도영역 전파형태를 예측할 수 있고 나아가 초전도코일 응용기기의 권선분석에 응용될 수 있다.

#### 참고문헌

- [1] M.N.Wilson, "Superconducting Magnet", Clarendon Press Oxford, 1983.
- [2] B. Turck, Cryogenics, March, 1980, p.146
- [3] H.H.J.ten, et al, IEEE Trans. on Mag., Vol.23, No.2, March, 1987, p.1557
- [4] K.Funaki, et al, IEEE Trans. on Mag., Vol.23, No.2, March, 1987, p.1561
- [5] K. Funaki, et al, Cryogenics, Vol.25, March, 1985, p.139