

정재천 최승복 유광민\*

인하대학교 기계공학과

1. 서론

오늘날 점점 "지능적인" 우주구조물과 기계적 시스템의 빠른 발전으로 인하여 자체 진단과 제어 능력을 가진 발전된 구조가 중요해지고 있다. 일반적으로 이들 구조물이 자연 상태에서 유연하게 분포되어 있으므로 분포된 동적 측정과 효과적인 진동감쇄가 이들의 수행에 필수적이 되고 있다. 이 분야에 대한 이론적 발전은 지난 20년간 꾸준히 이루어져 왔다. 그렇지만, 재료와 액츄에이터 설계의 한계때문에 일반적인 분포된 변수 시스템에서 이론의 실제적인 적용은 여전히 더 연구해야 할 필요가 있다. 게다가, 분포된 변수 시스템의 예상치 못한 구조적 진동을 제어, 또는 감쇄하기 위하여는 구조적 진동의 정확한 측정이 필요하다. 전형적인 변환기(역셀로미터, 스트레인 게이지, 압력변환기 등)들은 자연 상태에서 "불연속적"인데, 이것은 공간적으로 "불연속적" 위치들로부터 응답을 측정한다는 뜻이다. 어떤 고유진동과 모드형상은 이 변환기들이 질점이나 선에 위치하게 된다면, 측정치 못하게 되는 경우도 있다. 그러므로, "분포된" 센서의 발전은 새로 만들어진 경량, 고수행성 구조물에 필수적이 된다.

본 연구에서는, 얇은 압전(Piezoelectric)층이 일반적인 재료와 결합되어 분포된 센서와 액츄에이터로 사용된다. 스마트 구조물(Smart structure)의 한 층은 분포된 센서로, 다른 한 층은 분포된 액츄에이터로 작용하는 압전층과 결합된 보가 된다. 진동 감쇄에 사용된 귀환 제어 알고리즘으로 다음 세가지가 이용되었다.

- 1) constant gain feedback control
- 2) constant amplitude feedback control
- 3) modified constant amplitude feedback control

2. 운동 방정식

이 장에서는 Fig. 1에서 보는 것과 같은 평면 메카니즘

을 구성하는 압전재료로 만들어진 탄성부재를 이용하여 여러 가지 공식을 산출해 낸다. Fig. 1에서 축 OXYZ는 초기 참고 축을 나타내고 있다. oxyz는 변형되지 않은 참고 상태에서 동체에 고정된 Lagrangian 좌표축을 나타내고 있다. 기호 (i=x,y,z)를 사용하여 시간 t 일때, 연속체축의 일반적인 P 점은 위치벡터를 갖는다.

$$r_i = r_{oi} + r_{ri} + u_i \tag{1}$$

여기서  $r_{oi}$ 는 관성축의 원점의 위치벡터의 oxyz 축으로 측정되는 요소들이고,  $r_{ri}$ 는 동체축 원점에 상대적인 참고 상태에서의 P 점의 위치벡터,  $u_i$ 는 변형변위 벡터,  $r_i$ 의 시간에 따른 변화인 속도는  $\dot{r}_i$ 로 쓴다. Lagrange 승수를 사용하면 이 동탄성적인 응답은 다음과 같은 공식이 된다.

$$J = \int_{t_2}^{t_1} \left\{ \int_V \left\{ (T - H) + X_i r_i + \frac{1}{2} \gamma_{ij} (\tau_{ij} - A_{ijkl} \gamma_{kl} + d_{kij} E_k) - \frac{1}{2} E_i (D_i - d_{ijkl} \gamma_{jk} - \epsilon_{ij} E_j) + \gamma_{ij} (\gamma_{ij} - \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})) - D_i (E_i + \phi_i) - \rho P_i [\dot{P}_i - \{ r_{oi} + u_i + e_{ijk} \dot{\psi}_j (r_{ok} + r_{rk} + u_k) \}] \right\} dV + \int_{S_1} \bar{g}_i r_i dS - \int_{S_2} g_i (\bar{u}_i - u_i) dS \right\} dt \tag{2}$$

여기서 T는 운동에너지 밀도로서  $T = \frac{1}{2} \rho P_i P_i$ ,

$$H \text{는 전기엔탈피 밀도로서 } H = \frac{1}{2} \gamma_{ij} \nu_{ij} - E_i D_i,$$

$X_i$ 는 body force,  $g_i$ 는  $S_2$ 구역에서 표면인력,  $A_{ijkl}$ 은 일반화된 Hook 법칙으로부터 나온 탄성상수의 텐서(tensor),  $e_{ijk}$ 는 변환 텐서,  $\phi$ 는 전기적 전위,  $E_i$ 는 전기장 강도,  $D_i$ 는 전기적 변위,  $d_{ijk}$ 와  $\epsilon_{ij}$ 에 의해 주어지는 압전상수는 압전 재료의 동탄성정도를 나타낸다.  $S_1, S_2$ 의 합은 부피 V를 갖는 연속체의 총 표면적 S이다.

### 3. 유한 요소 공식

유한요소법에서는 모든 방정식들은 불연속적인 양들을 사용하여 행렬식으로 재구성된다. 요소내에서 한점의 일관적 변위 벡터는

$$\{U^e\} = [N]\{U^e\} \quad (3)$$

으로 절점 변위벡터  $\{U^e\}$ 와 관련된다. 여기서  $[N]$ 은 형상함수를 고려한 행렬이고, 윗첨자  $e$ 는 요소 상에서의 변수를 나타낸다. 요소내의 어떤 점에서의 전기적 준위벡터는

$$\{\phi^e\} = [N_e]\{\phi^e\} \quad (4)$$

여기서  $[N_e]$ 는 전기적 준위 부분을 포함하며,  $\{\phi^e\}$ 는 절점 준위 벡터이다. 요소내의 어떤 점 P에서의 속도가 아래 표현에 의해

$$\{P^e\} = [N]\{P^e\} \quad (5)$$

절점 속도  $\{P^e\}$ 에 관련된다고 가정하면, 단순 유한 요소에 대한 여러가지 운동 방정식은 행렬식을 이용하여 다시 쓸 수 있고, 변위벡터  $\{U\}$ 와 전기적 준위  $\{\phi\}$ 를 지배하는 동적 행렬식은 다음과 같이 된다.

$$[K^*]\{U\} + [K_c^*]\{\phi\} + [M^*]\{\dot{U}\} = \{F^*\} \quad (6)$$

$$[R^*]\{\phi\} + [R_c^*]\{U\} = \{Q^*\} \quad (7)$$

여기서

$$\begin{aligned} \{F^*\} &= \int_{V^e} [N]^T \{X\} dV + \int_{S_1^e \cap S_1} [N]^T \{\bar{g}\} dS - [M]\{\dot{P}_R\} \\ \{Q^*\} &= \int_{S^e \cap S} [N_e]^T \{\bar{\sigma}\} dS \end{aligned} \quad (8)$$

만일 구조재료가 비례적으로 댐핑된다는 가정을 추가하면 아래의 형식을 갖는 스마트 구조 시스템의 동적 양상을 지배하는 전체 시스템 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} [M] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\dot{U}\} \\ \{\dot{\phi}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{U\} \\ \{\phi\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [K_c] \\ [R_c] & [R] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{U\} \\ \{\phi\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F\} \\ \{Q\} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서

$$[C^*] = \alpha[M^*] + \beta[K^*] \quad (10)$$

$\alpha, \beta$ 는 Rayleigh 상수이다.

식 (9)에서 기계적 변위 영역이 전기적 영역과 연결되어진 것을 볼 수 있다. 힘 항인  $\{F\}$ 와  $\{Q\}$ 는 알고리즘을 적당히 제어함에 의하여 정의되는 외부 기계적 제어 힘 벡터와 전기적 제어 힘 벡터를 나타낸다.

### 4. 제어기의 설계

"스마트"구조물의 기본적인 구성은 각각 분포된 센서와

액츄에이터의 역할을 하는 두개의 얇은 압전층 사이에 구조물이 샌드위치되어 있는 형식이다. Fig. 2는 앞에서 말한 구성대로, 윗층은 분포된 액츄에이터의 역할을, 아래층은 분포된 센서의 역할을 하는 예를 보여 주고 있다. 구조물이 진동하고 있을 때, 분포된 센서에서는 전압 출력을 발생하고, 신호는 변조되어서 분포된 액츄에이터로 귀환된다. 식 (9)에서 전기적 힘  $\{Q\}$ 는 분포된 센싱층에서 보통 0으로 두므로, 시스템 방정식은

$$[M]\{\dot{U}\} + \{[C] - [K_c][R]^{-1}[G][R]^{-1}[R_c]\}\{\dot{U}\} + [K^*]\{U\} = \{F\} \quad (11)$$

귀환 표면 전압/전류에 의해 유도된 제어력은 시스템 댐핑을 효과적으로 증대시킬 수 있고, 따라서 분포된 시스템의 진동이 감쇄된다. 귀환 제어력은 속도에 비례적인 것으로 추측되므로 다음 두 개의 기본 귀환 제어 알고리즘을 제시하였고, 추가로 두번째 제어기의 수정된 모델을 세번째로 제시하였다.

- 1) constant gain feedback control
- 2) constant amplitude feedback control
- 3) modified constant amplitude feedback control

첫번째 제어기는, 귀환 진폭이 변하는데 반해, 귀환 gain이 반진동 속도에 대하여 일정하다고 정의하고, 식으로 쓰면

$$\{Q\} = -[G^*] \frac{\partial \{U\}}{\partial t} = -[G^*] \{\dot{U}\} \quad (12)$$

이다. 여기서  $[G^*] = -[K_c][R]^{-1}[G][R]^{-1}[R_c]$  으로서 수정된 귀환 gain 행렬이다. 두번째 제어기는 귀환 진폭이 속도의 부호에 반대이면서 일정하다. 즉,

$$\{Q\} = -[G^*] \text{sgn} \left[ \frac{\partial \{U\}}{\partial t} \right] = -[G^*] \text{sgn} \{\dot{U}\} \quad (13)$$

여기서 "sgn" 은 싸인 함수로서

$$\text{sgn}[x] = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & \text{만일 } x = 0 \\ +1 & x > 0 \end{cases} \quad (14)$$

이다. 이 제어기는 이 독립변수가 0 일때 비선형적이고, 불연속적이다. 이 제어기의 불연속적 성질은 시뮬레이션때 떨림 현상을 나타내게하는 원인이 된다. 따라서 수정된 새로운 제어기의 설계가 필요하게 된다. 두번째 제어기는 앞의 것보다 훨씬 효과적인 진동 감쇄를 보이고 있지만 높은 전압에 의한 역진동의 현상이 일어나므로 높은 전압의 사용시에 추가적인 제어 시스템(Control System)의 부착이 필요하게 된다.

$$\{Q\} = - \begin{cases} [G^*_1] \text{sgn} \{\dot{U}\} & \text{만일, } U_t \geq U_{th} \\ [G^*_2] \text{sgn} \{\dot{U}\} & U_t < U_{th} \end{cases} \quad (15)$$

여기서  $U_{th}$ 는 tip 변위에서 기준이 되는 값으로 진폭이 일정

해지는 순간에 정해진다.

### 5. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 고찰

상면의 것은 분포된 액츄에이터의 역할을 하면의 것은 분포된 센서 역할을 하는 압전 필름층(0.381mm)이 고정단으로부터 첫번째, 두번째 요소에 접착된 알루미늄 외팔보(20×1×300mm)가 본 연구에 사용되었다. 보는 여섯 요소로 분할되었으며, 초기 변위로 자유단의 끝에서 3mm를 주었다. 알루미늄과 압전재료의 물성치는 Table 1에 나타나 있다. Fig. 3은 일정 gain 귀환 제어기에 의한 진동제어를 귀환전압 100 V, 500 V에서의 진동 감쇄를 나타내며, Fig. 4는 일정 진폭 귀환 제어기에 귀환전압 100 V, 500 V를 가했을 때의 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 이 제어기는 앞의 것보다 효과적이지만 높은 귀환 전압의 사용시 떨림 현상이 크게 작용된다. 수정된 일정 진폭 귀환 제어기에 의해 제어한 결과, 진동 특성은 Fig. 5와 같다. 일정 진폭 귀환 제어기에서 보였던 떨림 현상이 없어진 것을 볼 수 있다. Fig. 6은 귀환 전압의 증가에 따른 일정 gain 귀환 제어기와 수정된 일정 진폭 귀환 제어기의 댐핑률 변화를 비교하고 있다. 여기서 볼 수 있듯이 수정된 일정 진폭 귀환 제어기의 댐핑 효과가 훨씬 크다는 것을 알 수 있다.

### 6. 결론

알루미늄 외팔보를 여섯 요소로 분할한 후 고정단에서부터 두번째 요소까지 압전필름을 붙인 후 귀환 제어 알고리즘을 통하여 진동 제어를 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 일정 gain 귀환 제어기는 귀환 전압이 커질수록 떨림 현상없는 댐핑률이 증가하였다.
2. 일정 진폭 귀환 제어기는 일정 gain 귀환 제어기보다 댐핑 효과는 크지만 높은 귀환 전압이 부과될때 떨림 현상이 생긴다.
3. 귀환 전압 또는 귀환 gain의 증가에 따라 댐핑률도 일반적으로 증가하였다.
4. 수정된 일정 진폭 귀환 제어기는 높은 댐핑 효과를 가지고 있다는 것이 입증 되었으며, 높은 귀환 전압의 부과시에도 떨림 현상이 없다.

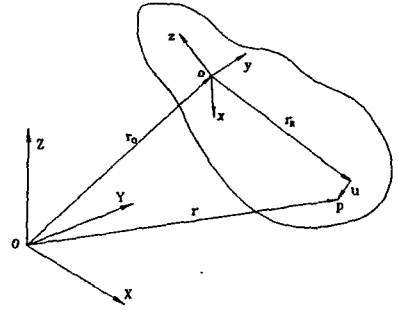


Fig. 1 Definition of axis systems and position vector

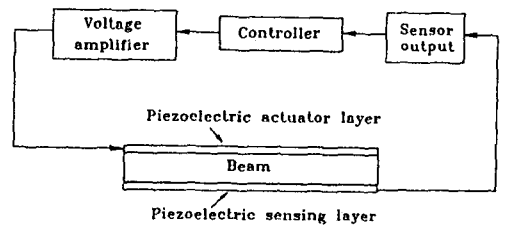


Fig. 2 An integrated distributed piezoelectric sensor/actuator design

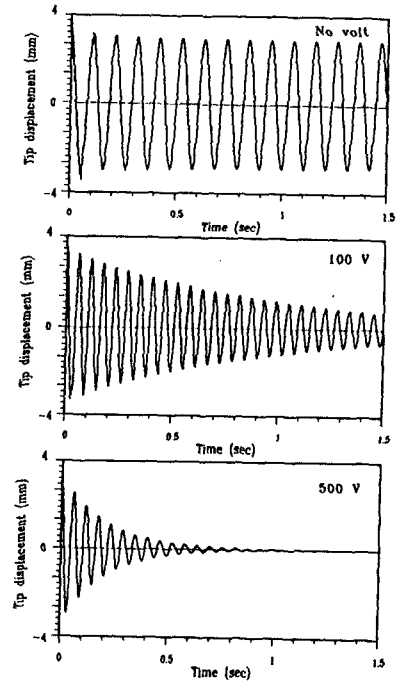


Fig. 3 Tip deflections of the cantilevered beams with constant gain feedback controller

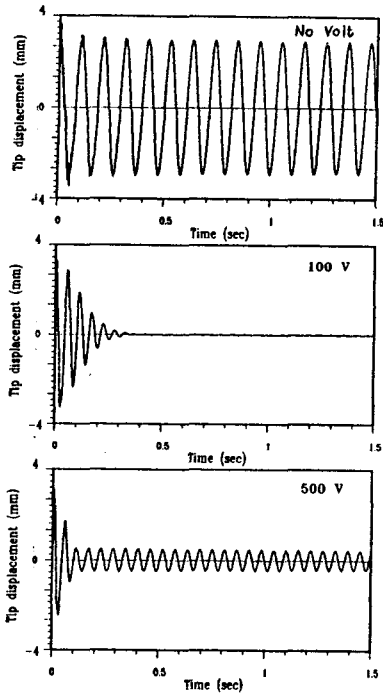


Fig. 4 Tip deflections of the cantilevered beams with constant amplitude feedback controller

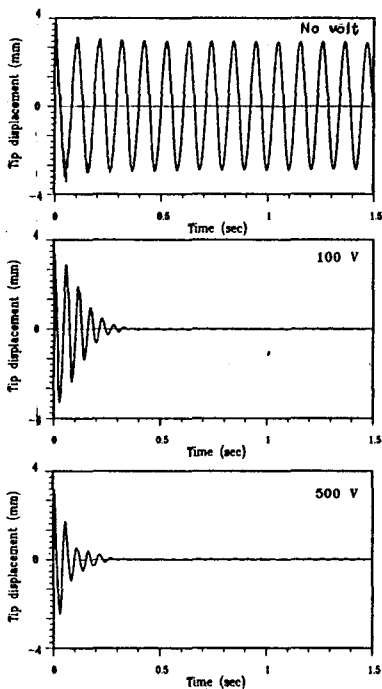


Fig. 5 Tip deflections of the cantilevered beams with modified constant gain feedback controller

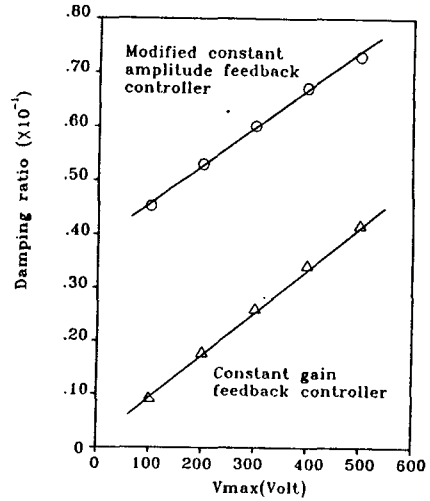


Fig. 6 Comparison of the damping ratio between constant gain feedback controller and modified constant amplitude feedback controller

Cantilevered beam (aluminum)		Piezoelectric film	
length	300 mm	piezoelectric strain constant	$60 \times 10^{-12} \frac{m}{m \cdot V}$
width	20 mm	width	20 mm
thickness	1.0 mm	thickness	0.381 mm
density	2740 kg/m <sup>3</sup>	density	7700 kg/m <sup>3</sup>
Young's modulus	68.95 Gpa	Young's modulus	93.0 Gpa

Table 1 Geometrical and material properties of cantilevered beam and piezoelectric film