

# 유한차분법을 이용한 볼스크류 시스템의 열팽창 해석

박 정 균 \* (한양대 대학원), 정 성 중 (한양대 공대)

J.K. Park\* (Graduate School of Hanyang Univ.), S-C. Chung (Hanyang Univ.)

Key Words : Ball Screw, FDM (유한차분법), Thermal Distribution (온도분포), Thermal Expansion(열팽창량)

ABSTRACT : Ball screw systems has been used for positioning elements of machine tools. In order to maintain high rigidity and accuracy, preload is applied between nut and screw. However, large amount of preload increases frictional heat. Temperature rises remarkably at high speed motion. Thermal expansion degrades positioning accuracy.

In this paper, finite difference method is applied to compute temperature distributions and thermal expansions of ball screw systems according to preload condition and rotational speed. Some simulation results show that the developed methodology is good to study thermal expansion of ball screw systems.

## 1. 서론

볼스크류 (Ball Screw) 의 역사는 100 년에 이르고 있으나, 제작상의 어려움과 고가이기 때문에 크게 실용화되지 않았다. 그러나 최근에 공작기계에 대한 고속화, 고정도화의 요구로 더욱 정밀도가 높고 강성이 큰 볼스크류가 제작되고 있으며, 높은 기계적 효과와 낮은 구동토크 등의 장점으로 인하여 공작기계의 정밀위치 결정요소로서 많이 이용되고 있다.<sup>[1-3]</sup>

일반적으로 고부하와 고정도를 유지하기 위해서는 볼스크류와 너트에 예압을 추가하여 강성을 높이고 백래쉬 (Backlash) 를 제거한다. 그러나 이러한 예압부가로 인하여, 스크류와 너트 사이에 마찰저항과 마찰열량은 현저하게 증가하게 된다. 그에따른 볼스크류의 온도상승은 공작기계의 정밀도 관점에서 무시할 수 열팽창 요인이 된다.<sup>[2]</sup>

볼스크류의 열팽창에 관하여 많은 연구가 수행되어져 왔으며, Otsuka 는 너트를 제외한 볼스크류의 온도분포와 열팽창량을 1 차원 열전도 방정식을 이용하여 이론적으로 해석하고 실험을 수행하였다.<sup>[4]</sup>

본 논문에서는 2 차원 열전도 방정식을 이용한 Explicit 형 차분법에 의하여 볼스크류의 온도분포와 열팽창량을 예압조건과 스크류 회전수에 대하여 구하고 공작기계의 오차를 규명할 수 있는 방법론을 제시하였다.

## 2. 이론해석

본 논문의 볼스크류 모델은 일본정공(주) 제품으로 재질은 크롬이 1% 함유된 크롬-몰리브덴 강이며, 물성치는 Table.1 에 나타나고 치수 및 형상은 Fig. 1 에 표시하였다.

Table. 1 Property used in This Study

Thermal conductivity k	60.5 W/(m·°C)
Density ρ	7865 (Kg/m <sup>3</sup> )
Specific heat c	460 (J/Kg·°C)
Linear expansion coefficient γ	1.17·10 <sup>-5</sup> (/°C)

### 2.1 계산 모델.

볼스크류를 유한차분법으로 해석하기 위한 모델을 Fig. 2 에 나타내고 수치해석을 위하여 다음과 같이 가정하였다.

- (1) 스크류축을 중심축으로, 너트를 중공 원통체로 하여 2차원 열전달문제도 가정한다.
- (2) 너트의 이송으로 인한 스크류와 너트사이의 마찰열량은 원통면 상에서 발생한다.
- (3) 대류 열전달 계수 α 는 스크류 표면에서 일정하다.
- (4) 스크류축 양단 베어링의 온도는 볼스크류 작동시 일정하다.

#### 1) 지배 방정식

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

여기서, a 는 열 확산계수 (Thermal Diffusivity) 이다.

#### 2) 초기 조건

$$T = T_{\infty} \text{ in } \Omega \quad (2)$$

여기서, T<sub>∞</sub> 는 주위온도이다.

#### 3) 경계 조건

$$(i) \text{ 축 중심 } (r = 0) : \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

$$(ii) \text{ 외부 표면 } : -k \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \cdot (T - T_{\infty}) \quad (4)$$

$$(iii) \text{ 축과 너트의 접촉부분: } T = T_{B1}, T = T_{B2} \quad (5)$$

여기서, T<sub>B1</sub>, T<sub>B2</sub> 는 베어링온도를 나타내고 T<sub>ra</sub>, T<sub>rn</sub> 는 스크류와 너트의 마찰온도를 표시한다.

## 2.2 유한 차분 방정식

볼스크류 내부 ( $x = m \cdot \Delta x$ ,  $r = n \cdot \Delta r$ ) 의 지배방정식을 Explicit 형으로 전개하면 다음과 같이 된다.

$$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} - \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2T_{m,n}) \quad (6)$$

여기서, 삼첨자  $\circ$  는 다음단계를 표시한다.

Table. 2 는 서로 상이한 경계조건을 갖는 요소들의 지배차분식을 나타낸 것이고 각 요소의 위치는 Fig. 2 에 표시하였다.

Table. 2 Difference Equations

Element	Difference Equations
1	$T_{m,1}^{\circ} = T_{m,0} + \theta_x (T_{m+1,1} + T_{m-1,1} - 2T_{m,1}) + 4\theta_r (T_{m,n+1} - T_{m,1})$
2	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}) + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2T_{m,n})$
3	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}) + \theta_r \cdot k_3 (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + \alpha \cdot H_r \cdot k_4 (T_{\infty} - T_{m,n})$
4	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2T_{m,n}) + \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + \alpha \cdot H_x (T_{\infty} - T_{m,n})$
5	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} = T_{B1}$
6	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}) + k_5 \cdot \theta_r (T_{m,n+1} - T_{m,n}) + R (T_{m,n-1} \cdot V_s - T_{m,n} \cdot V_N) / V_N + T_{fn}$
7	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + k_5 \cdot \theta_r (T_{m,n+1} - T_{m,n}) + \alpha \cdot H_x (T_{\infty} - T_{m,n}) + R (T_{m,n-1} \cdot V_s - T_{m,n} \cdot V_N) / V_N + T_{fn}$
8	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}) + k_3 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + R (T_{m,n+1} \cdot V_N - T_{m,n} \cdot V_s) / V_s + T_{fs}$
9	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m+1,n} - T_{m,n}) + k_3 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + \alpha (H_x + k_4 \cdot H_r) [T_{\infty} - T_{m,n}]$
10	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + k_3 \cdot \theta_r (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + \alpha (H_x + k_4 \cdot H_r) [T_{\infty} - T_{m,n}]$
11	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_r (k_1 \cdot T_{m,n-1} + k_2 \cdot T_{m,n+1} - 2T_{m,n}) + \theta_x (T_{m+1,n} - T_{m,n}) + \alpha \cdot H_x (T_{\infty} - T_{m,n})$
12	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m+1,n} - T_{m,n}) + k_5 \cdot \theta_r (T_{m,n+1} - T_{m,n}) + \alpha \cdot H_x (T_{\infty} - T_{m,n}) + R (T_{m,n-1} \cdot V_s - T_{m,n} \cdot V_N) / V_N + T_{fn}$
13	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} + \theta_x (T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}) + \theta_r \cdot k_1 (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + \alpha \cdot H_r \cdot k_2 (T_{\infty} - T_{m,n})$
14	$T_{m,n}^{\circ} = T_{m,n} = T_{B2}$

$$\begin{aligned} \theta_x &: a \cdot \Delta t / \Delta x^2 \\ \theta_r &: a \cdot \Delta t / \Delta r^2 \\ H_r &: \Delta t / (c \cdot \rho \cdot \Delta r) \\ H_x &: \Delta t / (c \cdot \rho \cdot \Delta x) \\ k_1 &: 1 - 0.5 / \Delta x \\ k_2 &: 1 + 0.5 / \Delta x \\ k_3 &: 4(2n-1) / (4n-1) \\ k_4 &: 8n / (4n-1) \\ k_5 &: 4(2n+1) / (4n+1) \end{aligned}$$

여기서,  $\theta_x$ ,  $\theta_r$  은 푸리에 계수 (Fourier Coefficient) 이고,  $m$  은 축 방향계수,  $n$  은 반경 방향계수이다.

## 2.3 마찰열량

볼스크류의 강성을 높이고 백래쉬를 제거하기 위한 예압은 스크류축과 너트사이의 마찰토크 (Drag

Torque) 를 야기시킨다. 그에 의한 단위 매쉬당 및 단위 시간당의 마찰열량은 식 (7) 과 같다.

$$Q_r = \frac{\pi \cdot N \cdot T_d}{60} \cdot \frac{1}{I \cdot \Delta t} \quad (7)$$

마찰열량에 의한 스크류축 요소의 마찰온도는 식 (8) 로 표현되고, 너트축 요소의 마찰온도는 식 (9) 가 된다.

$$T_{rn} = Q_r \cdot \Delta t / (c \cdot \rho \cdot V_s) \quad (8)$$

$$T_{rn} = Q_r \cdot \Delta t / (c \cdot \rho \cdot V_N) \quad (9)$$

여기서,  $N$  은 회전수,  $T_d$  는 마찰 토크,  $I$  는 너트의 축방향 분할수,  $V_N$  은 너트 요소 체적이고  $V_s$  는 스크류 축 요소 체적이다.

## 3. 수치해석

수치해석은 스크류 회전수가 500 rpm, 750 rpm, 1000 rpm 에서 예압이 980 N, 1960 N 인 경우에 수행하였으며, 수치해석에 필요한 데이터는 Otsuka 실험치를 인용하였다.<sup>[4]</sup> Table. 3 은 예압조건과 회전수에 따른 대류 열전달 계수를 나타내고 있으며, Table. 4 는 마찰 토크를, Table. 5 는 경계조건인 스크류 양단의 베어링 온도를 표시하였다. 초기조건은 상온이다.

Table.3 Convection Heat Transfer Coefficient of Nut Movement [4]

N (rpm)	Fa = 980 N	Fa = 1960 N
500	25.0	27.5
750	30.0	30.0
1000	30.5	37.5

Table.4 Drag Torque (Td) [4]

N (rpm)	Fa = 980N	Fa = 1960N
500	0.169	0.307
750	0.180	0.315
1000	0.187	0.321

Table. 5 Bearing Temperature [4]

N (rpm)	Fa = 980N		Fa = 1960N	
	T <sub>B1</sub>	T <sub>B2</sub>	T <sub>B1</sub>	T <sub>B2</sub>
500	27.0	24.0	27.1	23.2
750	28.3	24.6	28.7	23.4
1000	29.0	24.4	29.9	24.2

수치 해법은 Gauss - Siedal Method 를 이용하였으며 수렴을 촉진하기 위하여 Over - Relaxation Factor 는 0.8 로 취하여 수행하였다.<sup>[8]</sup>

## 3.1 안정 조건

수치해석의 수렴을 보장하기 위하여 식 (10) 의 조건을 만족하도록  $\Delta x$ ,  $\Delta r$ ,  $\Delta t$  를 결정하여야 한다.

$$1 - 2\theta_x - 2\theta_r > 0 \quad (10)$$

본 논문에서는  $\Delta x$  를 4.5 mm,  $\Delta r$  를 2 mm,  $\Delta t$  를 0.048 sec 로 하였다.

### 3.2 수치 해석 과정

수치해석을 위한 프로그램의 구조를 Fig. 3 에 표시하였다. 이 과정을 자세히 설명 하면 다음과 같다.

1. Ax, Ar, At 가 식 (10) 을 만족 하도록 결정.
2. 예압량과 회전수에 따라서 마찰 로오크, 베어링 온도, 대류 경계열전달율을 결정.
3. 계산에 필요한 데이터를 입력.
4. 너트를 Ax 만큼 이송 시키면서 온도분포를 계산.
5. 너트를 정지시키고 전 스템의 온도와 비교하여 수렴할때까지 반복계산.
6. 정상상태에 도달할 때까지 Δt를 증가시키면서 과정 4, 5 를 반복한다.
7. 온도분포와 열팽창량을 출력.

### 4. 수치해석 결과 및 고찰

Fig.4 는 예압량이 980 N 인 경우, Fig. 5 는 1960 N 인 경우에 너트에 인접한 스크류축 요소의 시간에 대한 온도변화를 회전수에 대하여 나타낸 것 이고, 약 2 시간 후에 정상상태에 도달함을 볼 수 있다. Fig. 6 - 11 은 정상상태에 도달한 후, 예압조건이 980 N 과 1960 N 인 경우에 회전수에 대한 볼스크류의 온도분포를 나타낸 것이다. 예압조건이 같을때는 회전수가 높은 경우에 온도분포가 높음을 알 수 있다. 또한 회전수가 같은 경우에는 예압량이 높은 경우에 온도분포가 높게 나타남을 알 수 있다.

Fig 12, Fig. 13 은 정상상태에서 예압량에 따라 스크류축 길이에 대한 평균온도의 분포를 나타낸 것이다. 온도분포가 너트의 이송구간에서 높음을 볼 수 있는데, 이는 너트의 이송으로 스크류축에 유입되는 마찰열량이 계속 축적되기 때문인 것으로 생각된다.

Fig. 14 는 예압량에 따르는 볼스크류의 열팽창량을 각 회전수에 대하여 나타낸 것이다. 같은 예압량에서 회전수가 클수록 열팽창량이 증가하고, 회전수가 같은 경우 예압량이 클수록 열팽창량이 증가함을 볼 수 있다.

### 5. 결 론

Explicit 형 차분법을 이용하여 볼스크류 온도분포와 열팽창량을 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 볼스크류 양단의 베어링 온도, 예압량, 회전수에 따라서 온도분포와 열팽창량을 구할 수 있는 시뮬레이터를 개발하였다.
- 2) 스크류 회전수가 같은 경우 예압량이 클수록 볼스크류의 온도분포와 열팽창량이 증가함을 알 수 있었다
- 3) 예압량이 같은 조건에서 회전수가 클수록 볼스크류의 온도분포와 열팽창량이 증가함을 알 수 있었다.
- 4) 동작기계의 이송오차를 줄이기 위하여는 정상상태에서 볼스크류의 열팽창량을 보상하고 동작기계의 워업(Warm-up) 시간을 2시간 이상 주는 것이 바람직함을 알 수 있다.

참고문헌

1. Miuho Ninomiya, "Maintaining Ball Screw Precision", Machine Design, 1981
2. 井澤實, "ホ-ルねし" とその應用技術, 工業調査會, 1990.
3. "Ball Screw Technology ", Engineering, 1981.
4. Jiro Otsuka, "ホ-ルねし"의熱膨張に關する研究, JSPE, pp.646-651, 1984.
5. Nobuo Obuchi, "ホ-ルねし"의露擦トル瓦に關する研究, JSPE, pp.1899-1901, 1986.

6. Suhas V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", 1988.
7. BRICE CARNAHAN, "APPLIED NUMERICAL METHODS", JOHN WILEY & SONS, 1987.
8. STEVEN C. CHAPRA, "NUMERICAL METHOD for ENGINEERS", McGraw-HILL, 1987.

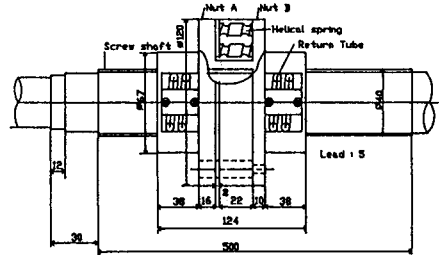


Fig. 1 Schematic Diagram of Ball-Screw System

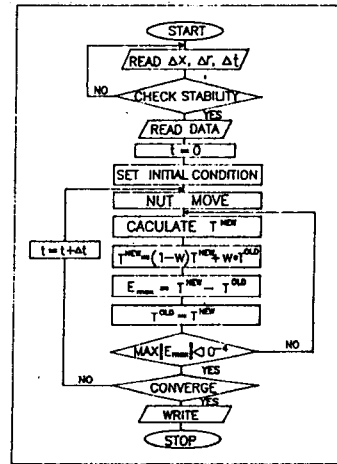


Fig. 3 Flowchart

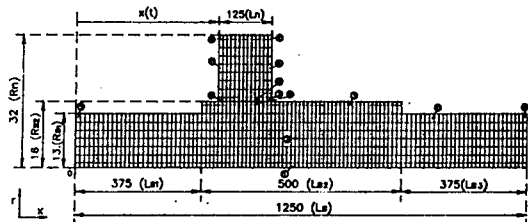


Fig. 2 FEM Model of Ball-Screw System

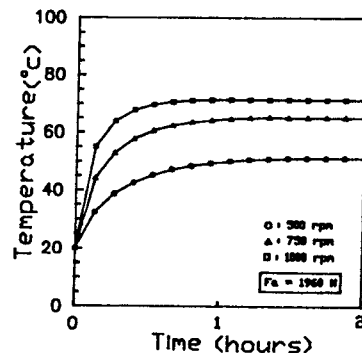


Fig.4 Relationships between Temperature and Time at 980 N

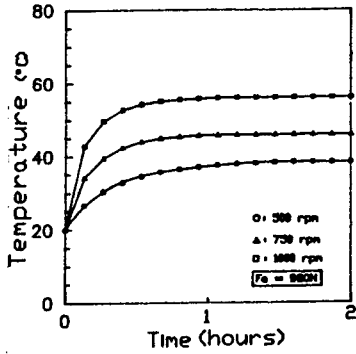


Fig. 5 Relationships between Temperature and Time at 1960 N

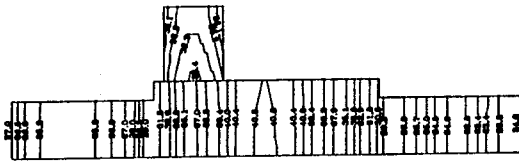


Fig. 6 Temperature distribution in Ball-Screw systems for  $F_a = 980$  N,  $N = 500$  rpm at steady - state

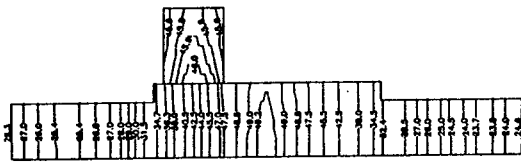


Fig. 7 Temperature distribution in Ball-Screw systems for  $F_a = 980$  N,  $N = 750$  rpm at steady - state

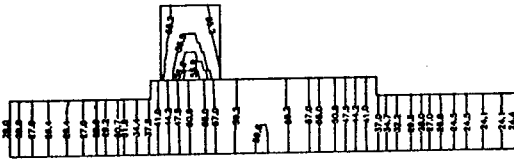


Fig. 8 Temperature distribution in Ball-Screw systems for  $F_a = 980$  N,  $N = 1000$  rpm at steady - state

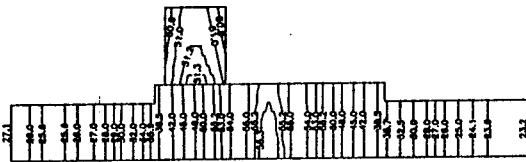


Fig. 9 Temperature distribution in Ball-Screw systems for  $F_a = 1960$  N,  $N = 500$  rpm at steady - state

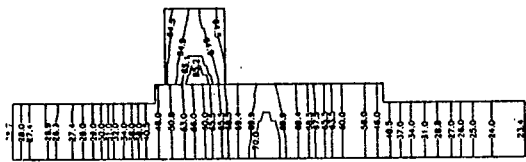


Fig. 10 Temperature distribution in Ball-Screw systems for  $F_a = 1960$  N,  $N = 750$  rpm at steady - state

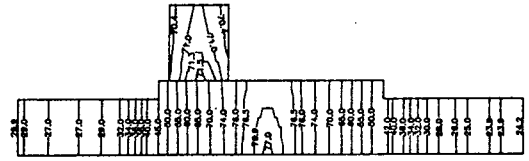


Fig. 11 Temperature distribution in Ball-Screw systems for  $F_a = 1960$  N,  $N = 1000$  rpm at steady - state

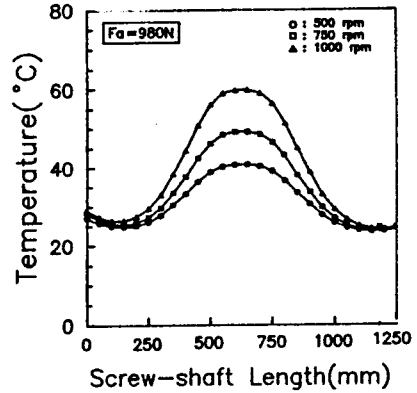


Fig. 12 Averaging Temperature along Screw - Shaft at steady - state

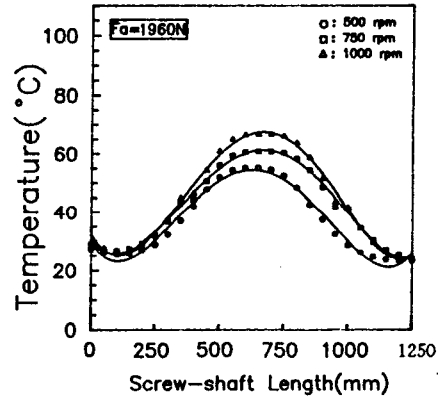


Fig. 13 Averaging Temperature along Screw - Shaft at steady - state

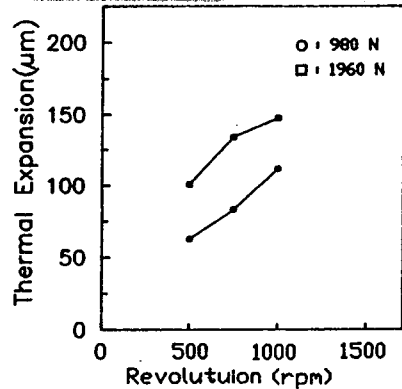


Fig. 14 Thermal Expansion with respect to Revolution of Nut at steady - state