

# 初期龜裂을 가진 板의 最終破壞強度 解析 Ultimate Fracture Strength Analysis of Initially Cracked Plate

白 点 基\* · 徐 興 源\*\*

\* 정희원, 부산대학교 조선공학과 조교수, 공학박사  
\*\* 정희원, 부산대학교 조선공학과 대학원, 석사과정

## Abstract

The aim of the present paper is to develop a computer program predicting ultimate fracture strength of initially cracked structure under monotonically increasing external loads. For this purpose, two kinds of 3-D isoparametric solid elements, one 6-node wedge element and another 8-node brick element are formulated along the small deformation theory.

Plasticity in the element is checked using von Mises' yield criterion. Elasto-plastic stiffness matrix of the element is calculated taking account of strain hardening effect. If the principal strain at crack tip which is one nodal point exceeds the critical strain dependin on the material property, crack tip is supposed to be opened and the crack tip node which was previously constrained in the direction perpendicular to the crack line is released. After that, the crack may be propagated to the adjacent node. Once a crack tip node is fractured, the energy of the newly fractured node should be released which is to be absorbed by the remaining part. The accumulated reaction force which was carried by the newly fractured node so far is then applied in the opposite direction. During the action of crack tip relief force, since unloading may be occurred in the plastic element, unloading check should be made. If a plastic element unloads, elastic stress-strain equation is used in the calculation of the stiffness matrix of the element, while for a loading element, elasto-plastic stress-strain equation is continuously used.

Verification of the computer program is made comparing with the experimental results for center cracked panel subjected to uniform tensile load. Also some factors affecting ultimate fracture strength of initially cracked plate are investigated. It is concluded that the computer program developed here gives an accurate solution and becomes useful tool for predicting ultimate fracture load of initially cracked structural system under monotonically increasing external loads.

## 1. 序 論

선박을 비롯한 해상구조물, 교량을 비롯한 육상구조물등의 鋼構造物을 구성하는 구조부재에는 건조과정 또는 운항중 反復荷重의 작용에 의해 균열이 빈번히 발생하고 있다. 이같은 상태에서 구조물이 반복하중 또는 큰 하중을 받으면 균열이 전파/성장하여 최종적으로 파괴하게 된다. 각종 강구조물의 보다 합리적인 구조설계 및 고도정밀한 안전성 평가를 위하여는 균열이 발생한 상태에서 반복적인 하중을 받는 경우뿐만 아니라 큰 하중을 받을 때의 최종 파괴강도를 해석할 필요가 있다.

본 연구의 목적은 어떠한 원인에 의하여 미소 균열이 이미 발생해 있는 구조물이 큰 하중을 받을 때의 最終 破壞強度를 有限要素法을 적용하여 해석하는 방법을 개발하는데 있다. 지금까지 유한요소법을 적용하여 초기균열을 가진 구조부재 또는 구조물의 균열성장 해석에 관한 연구는 몇몇 연구자들에 의해 수행되어져 왔다. Miller등[1]은 2차원 평면요소를 사용하여 중앙에 초기균열이 존재하는 판이 인장하중을 받는 경우의 균열 성장거동을 해석하였으며, 실험도 수행하여 해석결과와 비교하였는데, 해석결과는 실험치와 약 17%정도의 큰오차를 보였다. 이것은 실제 균열의 성장은 3차원적인 거동을 보이고 있는데 반해 이들은 2차원 평면요소를 사용한데 그 원인이 있다. 이 같은 측면에서 Kukreti등[2]은 3차원 요소인 9절점 6면체 요소를 사용하여 동일한 문제를 해석하였다. 이들의 해석결과는 예상한대로 Miller등의 실험결과와 좋은 일치를 보여주었다.

본 연구에서도 하중의 증가에 따른 초기균열을 가진 구조물의 龜裂成長 舉動 및 最終 破壞強度를 높은 정도로서 상세히 해석하기 위하여 3차원 요소를 사용하였다. 특히, 본 연구에서는 구조물의 해석 모델링을 용이하게 하기위하여 6절점 Wedge요소 및 8절점 Brick요소의 2종류의 3차원 Isoparametric Solid 요소를 이용하여 초기균열을 가진 구조물에 하중이 점진적으로 작용하는 경우의 균열전파거동 및 최종 파괴강도 해석이론을 정식화하고, 그 결과를 바탕으로 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 본 해석이론의 정도는 Miller등[1]의 실험결과등과 비교하여 확인하였으며, 본 해석법을 초기균열을 가진 판부재에 적용하여 몇가지 인자를 변화시킨 시리즈 해석을 수행하고, 이 결과를 바탕으로 균열의 成長/展波舉動 및 最終 破壞強度에 미치는 영향을 고찰하였다.

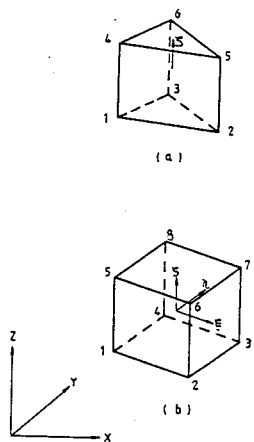


Fig.1 The local and global coordinate system of elements  
 (a) 6-noded wedge element  
 (b) 8-noded brick element

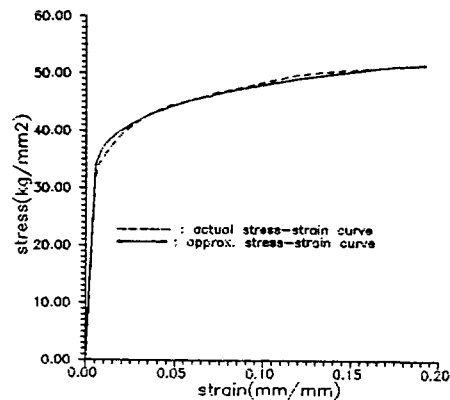


Fig.2 The actual and approximated stress-strain curve

## 2. 有限要素解析理論의 定式化

전술한 바와 같이 하중의 증가에 따른 균열의 성장거동을 높은 정도로 해석하기 위해서는 3次元 有限要素를 사용할 필요가 있다. 본 연구에서는 임의의 형상을 가진 구조물에 대한 유한요소 모델링을 용이하게 하기 위해 Fig.1에 나타내는 바와 같은 6절점 5면체 요소(Wedge Element)와 8절점 6면체 요소(Brick Element) 등의 2종류의 3차원 Isoparametric 요소를 미소변형이론을 바탕으로 정식화하였다. 정식화 과정은 기본적으로 기존의 유한요소법에서와 동일하다.

節點自由度는 3개이며, 정식화는 5면체 요소의 경우 面積座標係를 이용하고, 6면체 요소에서는 局部座標係를 이용하였다. 요소의 강성방정식은 국부좌표계에서의 形狀函數와 국부좌표계와 전체좌표계 사이의 관계를 표현하는 Jacobian행렬을 이용하여 가상일의 원리로부터 도출하였다.

요소들의 국부좌표와 전체좌표와의 관계를 정의하는 형상함수는 절점간의 거동을 선형으로 가정하여 Lagrange보간공식을 이용하여 유도하였다. 요소의 소성화는 각 요소에 작용하는 평균응력성분을 Mises의 항복조건에 대입하여 평가하였다. 요소의 탄소성 강성행렬은 재료의 변형률 강화효과를 고려하여 도출하며, 재료의 소성 응력-변형률 관계식은 재료실험 결과를 바탕으로 소성변형률의 함수로서 근사시켰다. Miller등[1]의 실험에서 얻어진 응력-변형률 곡선과 본 연구에서 근사시킨 응력-변형률 곡선을 Fig.2에 보여주고 있다. 한편, 각 하중중분 단계에서 항복한 요소가 除荷(Unloading)하는지의 여부를 확인하여 재하가 발생한 요소에 대해서는 탄성 응력-변형률 관계식을 이용하여 강성행렬을 재계산한다.

龜裂의 成長條件은 균열선단에서의 최대 인장 주변형률이 재료의 한계균열 변형률에 도달하면 균열이 성장한다고 가정하였다. 균열이 성장하면 구속되었던 자유도를 해방시켜 자유롭게 변위를 발생시킬 수 있도록 하였으며, 균열선단에 누적된 반력을 소거시켜 주었다. 반력의 소거방법은 균열의 성장직전까지 누적된 반력을 해당절점에 반대방향으로 가하여 파손되지 않은 인접 구조에 재분배시켰다. 이때, 균열 성장단계에서의 반력은 상당히 크기때문에 해석정도의 항상을 위해 수 회로 나누어서 소거시켰다. 이 과정에서 소성화된 요소에 대해 재하여부를 확인하여 재하가 생긴 요소는 다시 탄성 요소로 다루어 강성행렬을 재계산하였다.

## 3. 數值計算 및 考察

본 연구에서 정식화한 해석이론을 바탕으로 컴퓨터 프로그램을 작성하여, 초기균열이 있는 판의 균열 전파거동 및 최종 파괴강도를 평가한다. Fig.3에 컴퓨터 프로그램의 흐름도를 보여주고 있다. 해석대상으로는 Miller등[1]이 대상으로한 중앙에 전통균열을 가진 판이 인장하중을 받는 경우에 대하여 해석하였다.

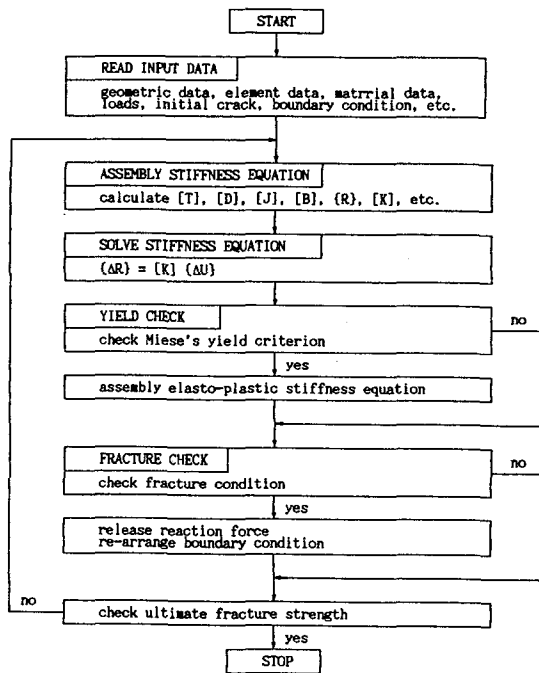


Fig.3 The flow chart of program

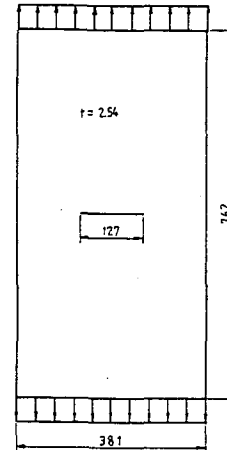


Fig.4 The geometric data and loading condition

해석대상 평판의 기하학적 형상 및 하중조건은 Fig.4에서 보여주는 바와 같다. 해석대상 모델의 재료는 알루미늄합금으로서 기계적 성질은 Table.1에 보여주고 있다. 모델링은 기하학적 형상, 작용하중 및 변형등의 대칭성을 고려하여 평판의 1/4만을 모델링하였다. 요소분할은 Fig.5에서 보여주는 것처럼 균열선단 주위에서는 8절점 6면체요소를 사용하였으며, 요소의 크기는 균열주위에서는 작게하고, 균열에서 먼 곳은 크게하여 해석정도와 계산시간을 효율적으로 할 수 있도록 하였다. 균열의 성장은 요소의 크기에 영향을 많이 받기때문에 여러가지의 요소크기로 해석하여 그 영향을 검토하였다. 또한, 균열이 성장하는 경우, 성장전의 반력을 1회에 소거시키면 반력의 재분배가 원활이 이루어지지 않기 때문에 반력을 소거시켜주는 회수에 대한 검토도 수행하였다. 초기균열의 크기가 최종 파괴강도에 미치는 영향을 검토하기 위해서 Miller등[1]의 실험에서 사용한 초기균열의 1/2 및 2배의 초기균열에 대한 최종 파괴강도를 해석하였고, 판의 細長比(Slenderness Ratio)에 대해서도 검토하였다.

### 1) 精度檢證

Fig.6에 Miller[1]등의 실험에서 얻은 최종 파괴하중과 균열선단부근의 요소크기를 40.64(mm<sup>3</sup>)로 하여, 본 해석으로부터 구한 최종 파괴강도를 비교하고 있다. 본 해석법으로 구한 최종 파괴강도와 실험치와는 약 1% 정도의 오차로서 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있었다.

### 2) 요소 크기의 영향

다음으로, Table.2에서 보여주는 바와 같이 요소크기의 변화에 따른 해석정도를 검토하였다. 균열 주위에서 요소의 체적을 1016.0 (mm<sup>3</sup>)에서 40.64 (mm<sup>3</sup>)까지 변화시켜 해석한 결과에 의하면, Fig.7 및 Table.3에서 보여주는 것처럼 요소의 크기가 작을수록 실험결과와 일치하고, 요소의 크기가 커짐에 따라 오차가 커지고 있다. 또한, 본 해석대상의 경우, 균열진전 방향으로 40.64(4×4×2.54)(mm<sup>3</sup>)정도의 크기로 모델링한 결과는 실험치와 1%정도의 오차를 보이며 잘 일치함을 알 수 있었다.

### 3) 반력 소거회수의 영향

균열이 성장하면 균열성장 직전단계까지 균열선단에서 지탱하던 반력은 아직 파손이 발생하지

Table 1. Material properties of 2024-T3 aluminum alloy

Young's modulus ( $\text{kg/mm}^2$ )	Poisson's ratio	Yield stress ( $\text{kg/mm}^2$ )	Tensile stress ( $\text{kg/mm}^2$ )
7452.5	0.33	35.2	51.3

Table 2. Summary of mesh sizes for center cracked panel

Mesh number	No. of element	No. of node	No. of D.O.F	min. vol of element ( $\text{mm}^3$ )
1	40	104	274	1016.0
2	61	150	403	409.7
3	97	212	580	254.0
4	138	300	829	102.4
5	156	344	938	40.6

Table 3. Summary of ultimate fracture load for center cracked panel  
[ unit : ton ]

Experiment value [1]	F.E.A by Miller et al.[1]	F.E.A by Belie et al.[3]	F.E.A by Kükreli et al.[2]	F.E.A by present study	min. vol of element ( $\text{mm}^3$ )
16.33	20.41	-	-	28.50	1016.0
		29.39	18.10	19.50	409.7
		-	-	18.50	254.0
		26.90	16.83	18.00	102.4
		25.04	16.56	16.50	40.6

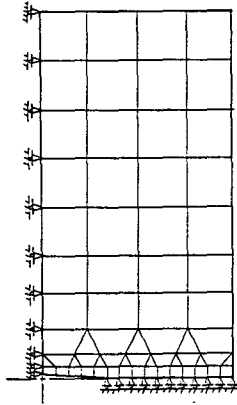


Fig.5 The general shape of finite element model

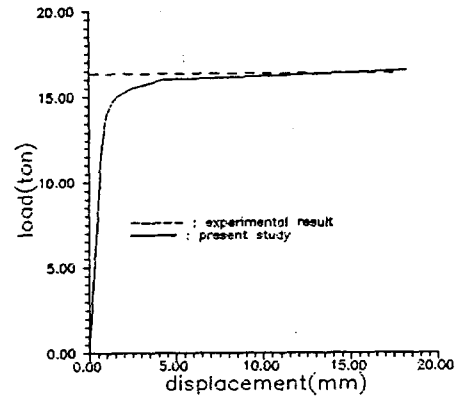


Fig.6 The load-displacement history of mesh no.5

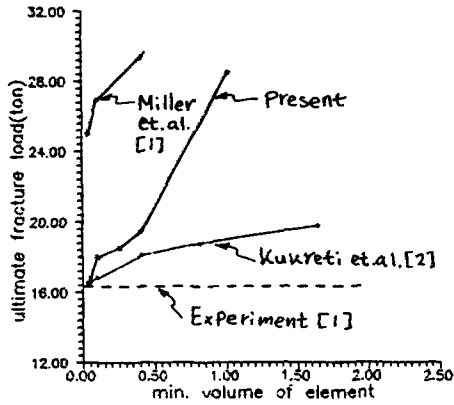


Fig.7 The ultimate fracture load for each element mesh size

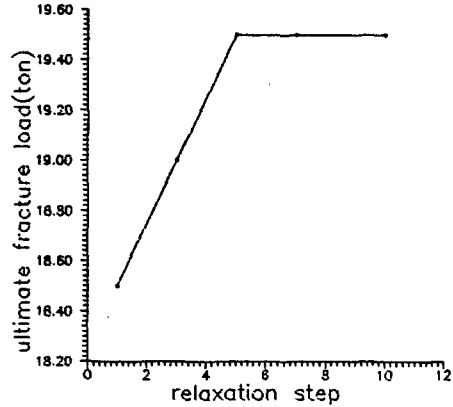


Fig.8 The effect of relaxation step for accumulated reaction force

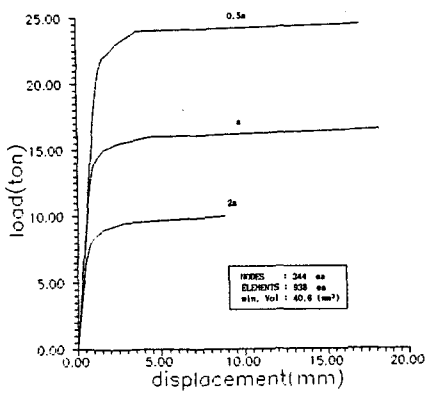


Fig.9.a The load-displacement history for different initial crack length

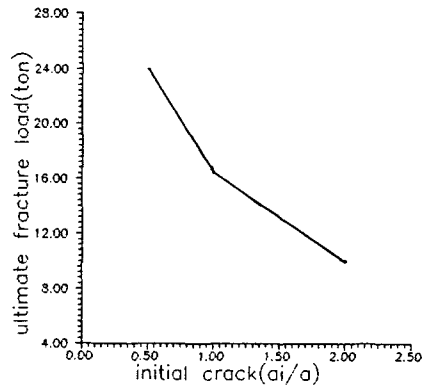


Fig.9.b The effect of initial crack length

않은 주위에서 흡수해야 한다. 이때의 반력을 한꺼번에 소거시키면 탄소성거동을 제대로 추적할수 없으므로 몇단계로 나누어 소거시킬 필요가 있다. Fig.8에는 반력의 소거회수에 따른 최종 파괴강도의 변화를 보여주고 있다. 본 해석대상의 경우, 반력의 소거회수를 5회 이상으로 하는 경우는 그 영향이 거의 없고, 균열성장으로 인하여 발생하는 반력은 5회 정도로 나누어 소거시켜 주면 된다.

#### 4) 초기균열 길이의 영향

다음으로, 초기균열 길이의 변화가 판의 최종파괴강도에 미치는 영향을 해석하였다. Fig.9.a 및, Fig.9.b에는 초기균열의 길이를  $1/2a(=63.5\text{mm})$ ,  $a(=127\text{mm})$  및  $2a(=254\text{mm})$ 로 변화시켰을 때의 최종 파괴강도의 변화를 보여주고 있다. 그림으로부터 알 수 있는 바와같이( a: Miller등의 실험에서 설정된 균열길이 )초기균열의 길이가 증가함에 따라 최종 파괴강도는 거의 직선적으로 급격하게 감소하고 있다.

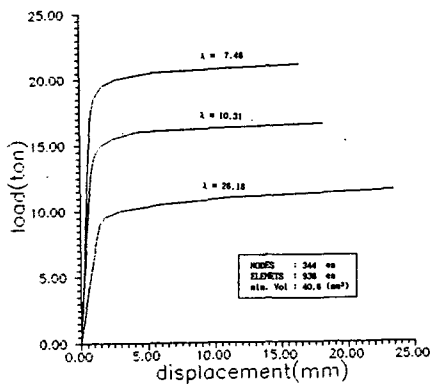


Fig.10.a The load-displacement history for different slenderness ratio

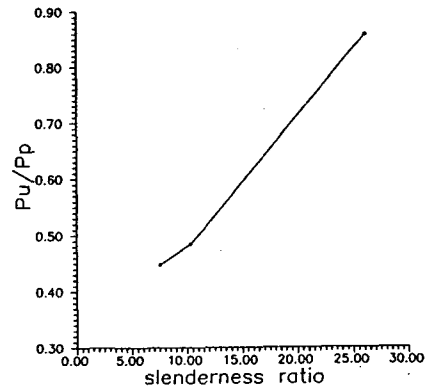


Fig.10.b The effect of slenderness ratio

#### 5) 판의 細長比(Slenderness Ratio)의 영향

마지막으로, 판의 세장비가 최종 파괴강도에 미치는 영향을 해석하였다. 여기서는, 동일한 길이 및 초기균열을 가진 판에 대해 세장비( $\lambda=b/t\sqrt{\sigma_0/E}$ )가 각각 26.18( $t=1.0\text{mm}$ ), 10.31( $t=2.54\text{mm}$ ) 및 7.48( $t=3.5\text{mm}$ )인 경우의 최종 파괴강도를 해석하였다. Fig.10.a, 및 Fig.10.b에는 판의 세장비가 최종 파괴강도에 미치는 영향을 판의 전단면 소성강도에 대해 무차원화하여 보여주고 있다. 그림으로부터 알수 있는 바와 같이 세장비가 작을수록(즉, 판두께가 두꺼울수록) 최종 파괴강도의 저하비율은 매우크게 나타나고 있다.

#### 4. 結 論

3차원 Isoparametric Solid 유한요소를 사용하여 초기균열을 가진 구조물이 큰 하중을 받는 경우의 균열성장거동 및 최종 파괴강도 해석이론을 개발하고, 전종균열을 가진 판이 인장하중을 받는 경우에 적용하여, 본 해석이론의 정도와 유용성을 확인하였다. 이상의 연구결과 다음의 결론을 얻었다.

- 1) 본 해석 이론은 실험결과와도 잘 일치하고 있으며, 본 해석법의 정도와 유용성을 확인할 수 있었다.
- 2) 초기균열의 길이가 커짐에 따라 최종 파괴강도는 급격히 저하된다.
- 3) 판두께가 두꺼울수록 초기균열이 최종 파괴강도에 미치는 영향은 매우 심각하다.

#### 5. 參考文獻

1. R.E. Miller, Jr., B.F. Backman, H.B. Hansteen, C.M. Lewis, R.A. Samuel and S.R. Varanasi, Recent Advances in Computerized Aerospace Structural Analysis and Design, Computer & Structure, Vol.7, pp315-326, 1977.
2. A.R. Kukreti, A.S. Khan and A. Kumar, A Three-dimensional Finite Element Program to Predict Ultimate Fracture Failure Load, Computer & Structure, Vol.32, No.6, pp1325-1345, 1989.