

다중 지지된 主-副 구조물의 자유진동

Free vibration of primary-secondary structures with multiple connections

민 경 원*
Min, Kyung-Won

Abstract

The frequency window method has been extended to include strong coupling and multiple connections between the primary structure and the secondary structures. The rational polynomial expansion of the eigenvalue problem and the analytical methods for its solution are novel and distinguish this work from other eigenvalue analysis methods. The key results are: the identification of parameters which quantify the resonance and coupling characteristics; the derivation of analytical closed-form expressions describing the fundamental modal properties in the frequency windows; and the development of an iterative procedure which yields accurate convergent results for strongly-coupled primary-secondary structures.

1. 서론

중량의 주구조물(primary structures)에 여러 개의 경량 부구조물(secondary structures or equipments)이 다중 지지(multiple supports)로 연결된 주-부 구조물(primary-secondary structures)은 건설분야에서 많이 찾아볼 수 있는 데 대표적인 예로는 원자력 발전소의 파이핑 시스템(piping system)과 건물에 부착된 설비장치나 cladding system 등이 있다. 이러한 부구조물들은 심각한 지진이나 풍하중이 왔을 때 자체의 안전은 물론 주구조물의 안전이나 운영지속에 결정적인 영향을 미치기 때문에 주-부 구조물의 진동특성에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다.

대표적인 연구 성과로는 구조물의 모드의 상호작용(interaction)으로 인한 동조 영향(tuning effects) (Sackman and Kelly 1979), 감쇠비(damping ratio)차이로 인한 비고전적감쇠(nonclassical damping) (Igusa et al 1984; Suarez and Singh 1989), 부구조물의 다중지지로 인한 공간 커플링(spatial coupling) (Igusa and Der Kiureghian 1985; Burdizzo and Singh 1987)와 불확실성(uncertainties)

(Igusa and Der Kiureghian 1988; Soong and Chen 1989)을 고려한 주-부 구조물의 연구들 들 수 있다.

그러나 위 연구는 주-부 구조물 해석의 어려움으로 인하여 2자유도계나 집중질량(lumped mass)된 다자유도의 주구조물에 연결된 oscillator로 단순화된 모델을 대상으로 하였을 뿐만 아니라 부구조물의 질량이 상대적으로 주구조물에 비하여 매우 적어 주와 부구조물간의 커플링이 약한 경우에만 적용이 되었던 제한이 있었다. 이러한 한계를 극복하기 위해 최근 본포질량된 주-부 구조물의 진동해석을 위한 새로운 Frequency window method(Igusa et al. 1991)가 제시되었는데 이 방법은 Lagrange multipliers formulation 에 기초를 두고 모드합성법(mode synthesis), 매트릭스 이론과 섭동법(perturbation method)을 응용하여 새로운 형태의 특성방정식(characteristics equations)을 유도하고 모드의 커플링을 단순화시켜 해석의 간편화를 이룬 새로운 방법이다.

본 연구에서는 일점 지지(single point support)된 주-부 구조물을 대상으로 개발된 Frequency window method를 다중 지지된 주-부 구조물의 해석으로 발전시켰으며 부구조물의 질량이 증가됨으로 생기는 강한

* 정회원 삼성중합건설 기술연구소 공학박사

커플링에도 적용이 될 수 있도록 개선시켰다.

2. 특성 방정식 유도

주부 구조물의 모델로는 그림 1과 같이 영역 Ω_k , $k=1, \dots, n$ 의 n 개의 부구조물이 다중지지점 영역 Ω 의 주구조물을 대상으로 하였으며 각각의 부구조물은 주구조물에 다음과 같은 다중 지지점에 단순 지지되어 있다.

$$\mathbf{x}_k = [x_{k1}, \dots, x_{kj}]$$

자유 지지의 주구조물은 모드형상 $\Phi_k(\mathbf{x})$, 고유진동수 ω_k , 질량 $\rho(\mathbf{x})$ 으로 표현되며 모드형상은 질량에 대하여 표준화(normalization) 시켰다. 마찬가지로 지지점을 고정시킨 부구조물 k 는 모드형상 $\Psi_k(\mathbf{x})$, 고유진동수 ω_k , 질량 $\rho_k(\mathbf{x})$ 으로 표현된다.

다중 지지점 부구조물의 응답은 동적 응답(dynamic response) 외에도 다중지지점의 변위 차이로 인한 각 부구조물 k 의 유사 정적 응답(pseudo-static response)의 영향이 있는데 벡터 $\mathbf{P}_k(\mathbf{x})$ 와 매트릭스 \mathbf{S}_k 를 다음과 같이 정의함으로써 위 영향을 고려할 수 있다. 벡터 $\mathbf{P}_k(\mathbf{x})$ 는 유사 정적 응답을 나타내는 함수로써 i 번째 요소는 모든 지지점을 고정시키고 i 번째 지지점에 단위변위를 일으켰을 때의 2차 구조시스템 k 의 변위를 말한다. 또한 정적인 강성 매트릭스(static stiffness matrix) \mathbf{S}_k 의 (ij) 번째 요소는 모든 지지점을 고정시키고 j 번째 지지점에 단위력을 가했을 때의 i 번째 지지점에서의 반력을 의미한다.

조화응답(harmonic response)의 자유진동 변위계(free vibration displacement fields)는 주구조물의 경우

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) = \sum_i a_i \Phi_i(\mathbf{x}) e^{-i\omega t} \quad (1)$$

부구조물 k 의 경우

$$\mathbf{w}_k(\mathbf{x}, t) = \left[\sum_j b_{kj} \Psi_{kj}(\mathbf{x}) + \mathbf{f}_k^T \mathbf{P}_k(\mathbf{x}) \right] e^{-i\omega t} \quad (2)$$

로 표현된다. a_i 와 b_{kj} 는 모드좌표이며 \mathbf{f}_k 는 지지점의 직진변위(translation)를 나타낸다. 다음에 설명될 부분에서는 모든 식에 나타나는 $e^{-i\omega t}$ 를 편의상 생략하기로 한다.

지지점 \mathbf{x}_k 에서의 주구조물과 부구조물의 변위를 함께 함으로써 정의되는 Lagrange multiplier와 Lagrange 방정식을 이용하면 다음과 같은 특성방정식을 얻는다.

$$[\mathbf{I} + \mathbf{N}(\omega) \text{diag}\{\mathbf{Z}_1(\omega) \dots \mathbf{Z}_n(\omega)\}] \mathbf{f} = 0 \quad (3)$$

$\mathbf{N}(\omega)$ 는 다음과 같은 주구조물의 모빌리티 매트릭스이며

$$\mathbf{N}(\omega) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11}(\omega) & \dots & \mathbf{N}_{1n}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{N}_n(\omega) & \dots & \mathbf{N}_{nn}(\omega) \end{bmatrix} = \sum_i \frac{-i\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \Phi_i \Phi_i^T \quad (4)$$

$$\mathbf{N}_{kk}(\omega) = \sum_i \frac{-i\omega}{\omega_i^2 - \omega^2} \Phi_{ki} \Phi_{ki}^T \quad (5)$$

부구조물 k 의 임피던스 매트릭스 $\mathbf{Z}_k(\omega)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{Z}_k(\omega) = -i\omega \left\{ \mathbf{M}_{kpp} - \frac{\mathbf{S}_k}{\omega^2} + \sum_j \frac{\omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \mathbf{M}_{kj} \mathbf{M}_{kj}^T \right\} \quad (6)$$

여기서 부구조물 k 인 경우

$$\mathbf{M}_{kpp} = \int_{\Omega_k} \rho_k(\mathbf{x}) \mathbf{P}_k^T(\mathbf{x}) \rho_k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (7)$$

은 질량 매트릭스인데 (ij) 요소는 $\mathbf{P}_k(\mathbf{x})$ 의 i 번째와 j 번째 요소간의 커플링을 의미한다.

$$\mathbf{M}_{kj} = \int_{\Omega_k} \rho_k(\mathbf{x}) \Psi_{kj}^T \rho_k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (8)$$

은 모드질량 벡터인데 \mathbf{M}_{kj} 의 i 번째 요소는 $\mathbf{P}_k(\mathbf{x})$ 의 i 번째 요소와 부구조물 k 의 j 번째 모드형상과의 커플링을 의미한다. 또한

$$\Phi_i = [\Phi_{i1}^T \dots \Phi_{in}^T]^T \quad (9)$$

이며 \mathbf{f} 는 지지점의 변위벡터이다.

$$\mathbf{f} = [f_1^T \dots f_n^T]^T \quad (10)$$

이상의 과정은 Lagrange 방정식을 이용하여 모빌리티와 임피던스의 형태로 이루어진 다중 지지점 주부 구조물의 특성방정식을 구한 것이다. 특성방정식 (3)은 점으로 연결된 주부 구조물의 특성방정식(Igusa et al. 1991)과 형태가 동일하나 다중 지지점의 불균일 변위로 인한 유사 정적 변위 함수, $\mathbf{P}_k(\mathbf{x})$ 과 정적 강성 함수, \mathbf{S}_k 가 차이점이다. 다음 장에서는 Frequency window method를 이용하여 특성방정식을 해석하여 주부 구조물의 모드특성을 파악하기로 한다.

3. Frequency window method

특성방정식의 모드 커플링은 해석하고자하는 진동수 영역을 의미하는 Frequency window를 이용함으로써 간단히 표현될 수 있다. 식 (6)와 (4)에 있는 다항식은 각각 다음과 같이 구분할 수 있다.

$$\mathbf{Z}_k(\omega) \approx \mathbf{Z}_{k0}(\omega, \omega_b, \delta) + \mathbf{Z}_{k1}(\omega_b, \delta) \quad (11)$$

$$\mathbf{N}(\omega) \approx \mathbf{N}_0(\omega, \omega_b, \delta) + \mathbf{N}_1(\omega_b, \delta) \quad (12)$$

윗식들의 첫번째 함수의 pole은 Frequency window내에 있는 반면에 그의 함수의 pole은 Frequency window밖에 있다. ω_0 는 Frequency window의 중심 진동수이며 δ 는 Frequency window의 크기이다.

참고 논문(Igusa et al. 1991)을 따르면 다음과 같이 모드의 분류 집합을 나타내는 식에 따라

$$R(\omega_0, \delta) = \{ \text{all } j \text{ such that } |\omega_j - \omega_0| < \delta \} \quad (13)$$

$R(\omega_0, \delta, k) = \{ \text{all } k_j \text{ such that } |\omega_{k_j} - \omega_0| < \delta \}$ (14)
 임피던스와 모빌리티의 지배항(dominant terms)인 $Z_{k0}(\omega, \omega_0, \delta)$ 와 $N_0(\omega, \omega_0, \delta)$ 와 비지배항(non-dominant terms)인 $Z_{k1}(\omega_0, \delta)$ 와 $N_1(\omega_0, \delta)$ 로 나눌 수 있다.

$$Z_{k0}(\omega, \omega_0, \delta) = \sum_{j \in R(\omega_0, \delta, k)} \frac{-i a_0^2}{\omega_{k_j}^2 - \omega^2} \mathbf{M}_{k_j} \mathbf{M}_{k_j}^T \quad (15)$$

$$N_0(\omega, \omega_0, \delta) = \sum_{j \in R(\omega_0, \delta)} \frac{-i a_0}{\omega_j^2 - \omega^2} \Phi_j \Phi_j^T \quad (16)$$

$$Z_{k1}(\omega_0, \delta) = -i a_0 \left\{ \mathbf{M}_{k_{pp}} - \frac{\mathbf{S}_k}{a_0^2} + \sum_{j \in R(\omega_0, \delta, k)} \frac{a_0^2}{\omega_{k_j}^2 - a_0^2} \mathbf{M}_{k_j} \mathbf{M}_{k_j}^T \right\} \quad (17)$$

$$N_1(\omega_0, \delta) = \sum_{j \in R(\omega_0, \delta)} \frac{-i a_0}{\omega_j^2 - a_0^2} \Phi_j \Phi_j^T \quad (18)$$

윗식 (15)-(18)을 특성방정식 (3)에 대입하면 모드 커플링이 대폭적으로 감소된 특성방정식으로 변환이 된다. 본 논문에서는 커플링이 강한 다중 지지된 주-부구조물에도 정확한 결과를 얻을 수 있도록 임피던스와 모빌리티에 있는 고차수의 항(higher order terms)까지 해석에 포함시키고 반복기법(iterative technique)을 도입함으로써 Frequency window method를 보완 발전시킨다. 다음 장에서는 기본적인 한개의 모드만이 window에 있는 경우(one-mode window)만을 고려하여 주-부 구조물의 모드 특성을 구하고 다음 연구에 여러 개의 모드가 고려된 multi-mode window를 다루기로 한다.

3.1 모드 {k}

One-mode window로써 mode {k}가 고려되는데 편의상 $k=1$ 로 가정을 한다. 첫번째 부구조물의 j번째 고유 진동수만이 유일하게 frequency window내에 있으므로 모드 분류집합은 $R(\omega_0, \delta) = \{ \}$, $R(\omega_0, \delta, 1) = \{1\}$,와 $b=1$ 일때 $R(\omega_0, \delta, b) = \{ \}$ 가 되며 초기 추정 진동수를 $\omega_0 = \omega_{1j}$ 로 한다. 분류집합에 따라 임피던스와 모빌리티를 분류하여 특성방정식(3)을 변환하면 다음과 같다.

$$\left[\mathbf{I} + \mathbf{N}(\omega_0) \text{diag} \{ Z_{10}(\omega, \omega_0, \delta) + Z_{11}(\omega_0, \delta) Z_2(\omega_0) \dots Z_n(\omega_0) \} \right] \mathbf{x} = 0 \quad (19)$$

한편

$$Z_{10}(\omega, \omega_0, \delta) = \frac{-i a_0^2}{\omega_{1j}^2 - \omega^2} \mathbf{M}_{1j} \mathbf{M}_{1j}^T \quad (20)$$

$Z_{11}(\omega_0, \delta)$ 는 식 (17)와 같다.

임피던스와 모빌리티의 고차항을 고려하기 위해 식 (19)에 다음을 앞에 곱하고

$$\hat{\mathbf{I}} = \left[\mathbf{I} + \mathbf{N}(\omega_0) \text{diag} \{ Z_{11}(\omega_0, \delta) Z_2(\omega_0) \dots Z_n(\omega_0) \} \right]^{-1}$$

정리하면 다음의 결과를 얻는다.

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{I}_{11} + \sum_n \hat{\mathbf{I}}_{1n} \mathbf{N}_{n1}(\omega_0) Z_{10}(\omega, \omega_0, \delta) \right] \mathbf{x}_1 \\ & = \left[\mathbf{I}_{11} + \frac{-i a_0^2}{\omega_{1j}^2 - \omega^2} \sum_n \hat{\mathbf{I}}_{1n} \mathbf{N}_{n1}(\omega_0) \mathbf{M}_{1j} \mathbf{M}_{1j}^T \right] \mathbf{x}_1 \\ & = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

윗식에서 \mathbf{I}_{k_j} 와 $\hat{\mathbf{I}}_{k_j}$ 는 각각 \mathbf{I} 와 $\hat{\mathbf{I}}$ 의 부매트릭스(submatrix)를 의미하며 2차 구조 시스템 k와 j의 지지점의 자유도에 관계된 것이다. 매트릭스 $\hat{\mathbf{I}}_{1n}$ 는 임피던스와 모빌리티의 고차수의 항을 포함하고 있으며 참고 논문(Igusa et al. 1991)에서는 고려하지 않았던 사항이다.

식 (21)에 \mathbf{M}_{1j}^T 을 앞에 곱하고 다음과 같은 식을 이용하면

$$\mathbf{m}_1 = \frac{a_0^2}{\omega_{1j}^2 - \omega^2} \mathbf{M}_{1j}^T \mathbf{x}_1 \quad (22)$$

아래와 같은 스칼라 형태의 새로운 특성방정식을 얻는다.

$$\left[a_{1j}^2 - \omega^2 - i a_0^2 \mathbf{M}_{1j}^T \sum_n \hat{\mathbf{I}}_{1n} \mathbf{N}_{n1}(\omega_0) \mathbf{M}_{1j} \right] \mathbf{m}_1 a_0^2 = 0 \quad (23)$$

따라서 윗식에서 주-부구조물의 고유진동수 식을 다음과 같이 얻는다.

$$\omega = \omega_{1j} \left(1 - \frac{a_0^2}{a_{1j}^2} \gamma_1 \right)^{1/2} \quad (24)$$

윗식에서의 γ_1 은 지지점 연성변수(support flexibility parameters)로 정의는 다음과 같다.

$$\gamma_1 = i a_0 \mathbf{M}_{1j}^T \sum_n \hat{\mathbf{I}}_{1n} \mathbf{N}_{n1}(\omega_0) \mathbf{M}_{1j} \quad (25)$$

이 시점에서 수학적으로 주-부구조물 모드간의 커플링을 정의하는 것이 필요하다. Frequency window method의 개념으로 볼때 커플링은 모드 그룹간의

상호작용에 의한 것으로 모드 그룹을 window 안과 밖의 모드 그룹으로 분류할 수 있다. window 밖의 모드 그룹간의 커플링 정도(coupling degree)는 \hat{I} 의 두번째 항인 $N(\omega_b) \text{diag} \{Z_{11}(\omega_b, \delta), Z_{22}(\omega_b), \dots, Z_{nn}(\omega_b)\}$ 로 설명이 된다. 또한 window 안과 밖의 모드 그룹간의 커플링 정도는 γ_1 로 설명이 된다. 이러한 항들이 1보다 적어 무시할만 하면 약한 커플링(weak coupling)이 되며 그렇지 않을 때에는 강한 커플링(strong coupling)이 된다.

위에서 설명한 커플링의 수학적 정의를 식 (24)에 적용하면 흥미로운 관찰을 할 수 있다. 약한 커플링일 때는 $\hat{I}_{11} \approx I$ 와 $\omega \approx 1$ 일 때 $\hat{I}_{1n} \approx 0$ 이 되며 식 (24)와 (25)는 한 점으로 연결된 주-부구조물의 결과와 동일하다는 것을 알 수 있다. 여기에서는 단지 첫번째 부구조물의 1번째 모드와 주구조물의 모드만을 포함하고 있을 뿐이다. 그러나 강한 커플링일 때는 위에서 정의한 바와 같이 window 밖의 모드 그룹간의 커플링을 무시할 수 없기 때문에 모든 모드들 고려해야 한다는 것을 알 수 있다.

식 (19)-(25)에 있는 추정치 진동수 ω_b 는 모드 1/에 대응된 주-부구조물의 고유진동수를 구하기 위해서 추정된 진동수이다. 약한 커플링일 경우에는 γ_1 이 매우 적어 주-부구조물의 고유진동수는 첫번째 부구조물의 1번째 고유진동수 ω_{11} 와 거의 같게 된다. 따라서 이러한 경우에는 추정치로서 ω_{11} 를 사용하여도 정확한 결과를 얻을 수 있다. 그러나 강한 커플링일 때는 γ_1 이 1에 비하여 적지 않기 때문에 반복기법을 사용하여 정확성을 향상시킬 수가 있다. 반복기법의 순서로는 ω_{11} 를 첫번째 추정치로 사용하고 식 (24)의 결과를 두번째 추정치로 이용을 한다. 이러한 과정은 결과치인 주-부구조물의 고유진동수가 수렴을 할 때까지 반복이 된다.

또한 부구조물 k 의 지지점의 상대변위(이하 모드형상) f_k 는 식 (24)에서 구한 결과를 식 (19)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$f_k = 1/\omega_b \sum_{i=1}^n \hat{I}_{ki} N_{i1}(\omega_b) M_{1i} \quad (26)$$

약한 커플링일 때의 모드형상 f 는 첫번째 부구조물의 지지점에 $\omega_b^2 M_{11}$ 의 크기를 갖는 외력(harmonic force)을 가한 결과 주구조물의 변위를 의미한다. 또한 강한 커플링일 경우에는 \hat{I}_{ki} 에는 무시 못할 off-diagonal 항이 존재함으로 부구조물 지지점의 반력으로 인한 복잡한 커플링 영향을 받게 된다.

4. 예제

다중지지된 주-부구조물의 예로 그림 2에 있는 2개의 작은 보가 1개의 보에 다중지지된 구조물을 해석대상으로 하였다. 주구조물은 자유지지 오일러 보(Euler

beam)로써 부구조물인 2개의 작은 보가 각각 주구조물에 3개의 지지점에 단순지지로 연결되어 있다. 모든 보는 동일한 탄성계수 E 를 지니며 관성모멘트와 길이당 질량을 주구조물인 경우에는 I 와 m , 부구조물인 경우에는 I_s 와 m_s 로 한다. 편의상 무명수 값의 변수(nondimensional parameters)를 정의하면 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{m_s}{m} \quad \text{와} \quad r\lambda = \frac{EI_s}{EI} \quad (27)$$

여기서 λ 는 질량비율 나타내며 $r\lambda$ 는 강성비율 나타낸다. 축방향 변위는 무시하며 감쇠 영향은 고려하지 않는다. 변수 I_s 는 부구조물 k 의 길이를 나타내며 주구조물의 길이로 표준화시킨 것이다. $I_1, I_2,$ 와 I_3 는 지지점을 나타내며 각 부구조물의 가운데 지지점은 부구조물의 중심에 위치하여 있다. 보의 길이는 표 1에 나타나 있으며 4가지 질량비 $\lambda = 0.05, 0.15, 0.5, 1.5$ 와 변수 $r = 0.25$ 를 이용하였다.

각 경우 정확해와 Frequency window method를 이용한 근사해를 구하여 비교하였다. 정확해의 경우 수렴해를 구하기 위해 많은 수의 모드들 이용하여 원래의 특성방정식 (3)을 해석한 반면에 첫번째 근사해는 본논에서 구한 식 (24)와 (26)에 의해 구하였고 두번째 근사해는 반복기법을 이용하여 수렴해를 구하였다. 해석결과 반복기법을 이용한 근사해는 몇차례의 반복을 통해 정확해에 수렴한다는 것이 밝혀졌다.

첫번째 부구조물의 첫번째 고유진동수 ($k_f = 1,1$)에 대응되는 주-부구조물의 모드특성을 파악하였다. 근사해는 식 (24)와 (26)을 이용하였으며 $\omega_b = \omega_{11}$ 로 표준화된 주-부구조물의 고유진동수가 여러 질량비에 관해서 그림 3에 나타나 있다. 정확해와 첫번째 근사해는 각각 네모와 세모로 표시되어 있는데 반복기법에 의한 근사해는 정확해와 일치하기 때문에 별도로 표시하지 않았다. 또한 표 2에서는 모드 질량으로 표준화시킨 지지점의 모드형상이 나타나 있다.

지지점 연성 변수인 γ_1 는 질량비 λ 에 대하여 그림 4에 나타나 있다. λ 값이 적을 때에는 γ_1 은 거의 영에 가까운 값을 가짐에 따라 표준화된 진동수의 비가 1에 접근하여 주-부구조물의 고유진동수가 부구조물의 고유진동수와 비슷하여진다. 이러한 사실은 지지점이 강성인 효과에 의한 것이며 중량의 주구조물 위에 경량의 부구조물이 진동한다는 것으로 해석할 수 있다. 이러한 경우에는 부구조물의 주구조물에 대한 반력이 매우 미미하기 때문에 지지점의 변위는 적다.

또한 λ 값이 커짐에 따라 γ_1 은 절대값은 점차 커지는데 이러한 사실은 부구조물의 질량이 커짐에 따라 무시 못할 반력을 유발시켜 주구조물의 거동에 영향을 미치는 것으로 해석할 수 있다. (그림 3과 표 2 참고) 음수 값은 주구조물의 지지점의 거동은 부구조물의 거동과

위상차이가 180° 인것을 의미하고 있다. 주-부구조물을 스프링과 질량으로 된 Oscillator로 변환을 하면 거동의 이해가 명확해지는데 지점과 Oscillator가 180° 위상차이를 보이면서 거동을 하는 것을 의미한다. 또한 $\lambda = 0.5$ 일때의 모드형상은 그림 5에 나타나 있는데 실선과 점선은 정확해와 근사해를 의미한다. 첫번째 부구조물의 첫번째 모드에 동조(tuned)된 시스템이기 때문에 뚜렷한 부구조물의 첫번째 모드 형상을 볼 수 있다.

5. 결론

Frequency window method를 다중 지지되고 커플링이 강한 주-부 구조물의 해석에 적용이 될 수 있도록 부구조물의 유사 정적 변위와 반복기법을 고려하였다. 개선된 frequency window method에 의해 구해진 다항식의 합으로 표현된 특성방정식과 주-부 구조물의 해석적인 모드특성식은 기존의 고유치 해석(eigenvalue analysis)의 결과와는 다른 새로운 것이다. 주요 결과로는 주와 부구조물간의 커플링 특성과 공진 효과(resonance effects)를 정량적으로 알 수 있는 매개 변수, frequency window 내의 모드 특성을 의미하는 해석적인 식, 강한 커플링의 주-부 구조물의 정확한 해석을 위한 반복기법등이 있다.

예제 해석의 결과에서 알 수 있듯이 개선된 Frequency window method는 부구조물의 질량이 상대적으로 증가되어 나타나는 주와 부구조물간의 강한 커플링의 해석에도 매우 정확한 결과를 줄뿐만 아니라 매개변수와 해석적인 식이 유도가 되어 주-부 구조물의 진동특성의 파악을 용이하게 할 수 있다.

6. 참고문헌

Burdisso, R. A., and Singh, M. P., "Multiple supported secondary systems Part I: Response spectrum analysis" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* Vol. 15(1), pp. 53-72, 1987.

Igusa, T., Achenbach J. D., and Min, K-W, "Resonance characteristics of connected subsystems: theory and simple configurations" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146(3), pp. 407-421, 1991.

Igusa, T., Achenbach J. D., and Min, K-W, "Resonance characteristics of connected subsystems: general configurations" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146(3), pp. 423-437, 1991.

Igusa, T. and Der Kiureghian, A., "Dynamic response of multiply supported MDOF secondary systems" *ASCE Journal of Engineering Mechanics* Vol. 111, No. 1, pp. 20-41, 1985.

Igusa, T. and Der Kiureghian, A., "Response of uncertain systems to stochastic excitation" *ASCE Journal of Engineering Mechanics* Vol. 114, No. 5, pp. 812-832, 1988.

Igusa, T., Der Kiureghian, A., and Sackman, J. L., "Modal decomposition method for stationary response of non-classically damped systems" *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* Vol. 12(2), pp. 121-136, 1984.

Sackman, J. L., and Kelly, J. M., "Seismic analysis of internal equipment and components in structures" *Engineering Structures* Vol. 1, pp. 179-190, 1979.

Soong, T. T. and Chen, Y. Q., "Stochastic response sensitivity of secondary systems to primary structural uncertainties" *Structural Safety* Vol. 6, No. 3, pp. 311-321, 1989.

Suarez, L. E., and Singh, M. P., "Dynamic synthesis of nonclassically damped substructures" *ASCE Journal of Engineering Mechanics* Vol. 115, No. 1, pp. 52-70, 1989.

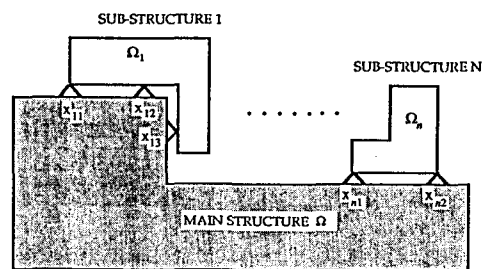


Figure 1 Structural system with multiple connections

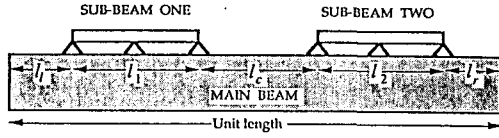


Figure 2 Multiply-connected beams

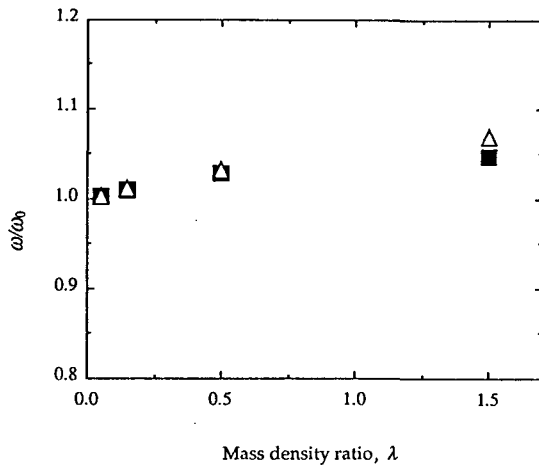


Figure 3 Frequency ratio, ω/ω_0 , vs. rib mass density ratio, λ , for mode $\{kj\}$ by both exact (■) and frequency window (Δ) method.

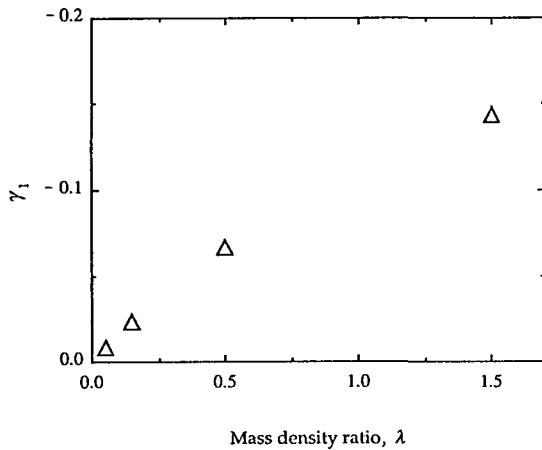


Figure 4 Support flexibility parameters, γ_1 , vs. rib mass density ratios, λ , for mode $\{kj\}$.

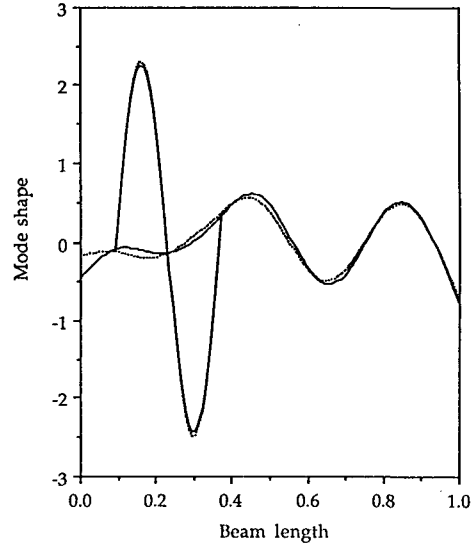


Figure 5 Mode shape for $\lambda = 0.5$ of mode $\{kj\}$ by exact (—) and frequency window (---) method

Configuration	$\{kj\}$	$\{i\}$
l_1	0.283	0.283
l_2	0.083	0.283
l_4	0.092	0.092
l_c	0.333	0.333
l_r	0.208	0.092

Table 1 Components of nondimensional length of main beam

	$\lambda = 0.05$		$\lambda = 0.15$		$\lambda = 0.5$		$\lambda = 1.5$	
	Exact	Apprx.	Exact	Apprx.	Exact	Apprx.	Exact	Apprx.
Freq. ratio	1.004	1.004	1.011	1.012	1.028	1.033	1.047	1.069
Mode								
x1	-0.06	-0.06	-0.10	-0.10	-0.10	-0.13	-0.01	-0.12
x2	-0.08	-0.08	-0.11	-0.11	-0.14	-0.15	-0.14	-0.15
x3	0.15	0.15	0.23	0.24	0.32	0.36	0.31	0.43
x4	-0.12	-0.12	-0.21	-0.20	-0.36	-0.31	-0.55	-0.42
x5	-0.00	-0.00	-0.01	-0.00	-0.04	-0.01	-0.09	-0.03
x6	0.12	0.12	0.19	0.20	0.30	0.29	0.43	0.37

Table 2 Exact and approximate frequency ratios and mode shape components for mode $\{kj\}$