

부착슬립 효과를 고려한 유한요소 모델
Finite Element Model Considering the Bond-Slip Effect

최창근* 곽효경**
Choi, Chang-Koon Kwak, Hyo-Gyoung

ABSTRACT

An accurate and efficient analytical model describing the bond effect between reinforcing steel and concrete without taking the double nodes is presented. To increase the efficiency of the solution and reduce the number of degrees of freedom, the reinforcing bar elements are considered to be embedded in the concrete elements. Relative degrees of freedom accounting for the relative slip between reinforcing steel and concrete are condensed out during the stiffness formation phase. However, these degrees of freedom can be taken into account explicitly by solving the constructed global equilibrium equation for each reinforcing steel. The usefulness of proposed model is established through the comparison with the experimental data subjected on push and push-pull loadings.

1. 서론

철근콘크리트 구조물에서 철근과 콘크리트 사이의 부착에 의한 힘의 전달은 구조물의 비선형 거동에 있어서 중요한 요소중의 하나이며 특히 부착효과는 균열이 발생한 영역이나 철근이 콘크리트에 정착된 영역(anchorage zone)에서 현저하게 나타난다. 그러나 이러한 효과를 고려함으로써 야기되는 요소 및 절점 수의 증가로 인해 대부분 철근콘크리트 구조물의 비선형 유한요소 해석에 있어서 콘크리트의 변형과 철근의 변형이 같다고 보는 완전부착의 가정을 사용하는데 이는 응력이 그다지 크지 않은 영역에서는 타당하지만 균열이 야기된 영역에서는 부착응력의 효과가 현저하게 나타나므로 완전부착의 가정은 타당치 않다. 따라서, 균열이 발생한 이후 또는 철근이 항복한 이후 철근콘크리트 구조물의 비선형 거동을 정확히 파악하기 위해서는 부착효과를 고려해야 한다.

철근콘크리트 구조물의 유한요소 해석시 부착효과를 고려하기 위한 방법은 크게 두가지로 분류된다. 첫번째 방법은 Ngo와 Scordelis(7)에 의해 제안된 bond link element를 사용하는 것이다(그림 1). 이 요소는 인접한 철근과 콘크리트 절점 사이의 전단응력과 연직응력의 전달을 물리적인 길이를 갖지 않는 두개의 연직 스프링으로 표현한 것이다. 반면 bond zone element를 사용하는 두번째 방법은 de Groot (5)등에 의해 제안된 것으로 첫번째 방법과의 가장 큰 차이점은 부착응력이 유한한 물리적 길이를 갖는 철근과 콘크리트의 마찰영역에 의해 전달된다고 가정하는 것이다(그림 2).

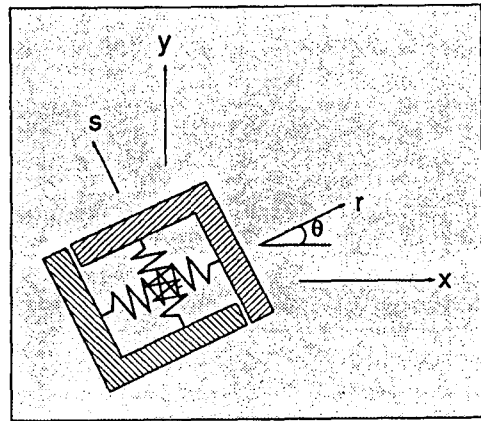


그림 1 Bond-link 요소

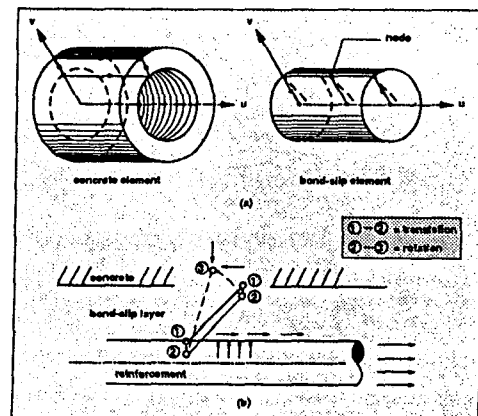


그림 2 Bond zone 요소

* 정회원, 한국과학기술원 교수

** 정회원, 한국과학기술원 연구원

최근에는 Yankelevsky(9)가 단조증가 하중시 사용할 수 있는 부착모델을 제안하였다. 이 모델의 특징은 단조증가 하중을 표현하는 부착모델의 포락선(envelope)을 몇 개의 선형구간으로 구분하고 각 영역에서 단지 부착효과에 의한 강성만을 분리하여 정의 하였으므로 반복하중시의 해석이 어렵고 특히, 콘크리트의 변형을 고려할 수 없으므로 사용상의 제한이 있다. 그밖에 Keuser와 Mehlhorn(6)은 에너지 개념의 토대에서 고차의 변위함수를 이용하여 부착슬립을 표현하였다. 이 모델은 기본적으로 bond link element를 사용하며 2중절점(double nodes) 사이의 변위함수를 선형이 아닌 고차의 형상함수를 사용하기 때문에 보다 개선된 결과를 주지만 이 모델 역시 2중절점으로 인한 사용상의 제약이 있다.

앞에서 언급한 부착모델들은 적은 수의 유한요소를 이용하여 철근콘크리트 구조물에서의 부착효과를 파악할 경우에는 사용이 가능하지만, 보-기둥 접합부 또는 구조물이 복잡하여 많은 유한요소를 사용하여야 할 경우 콘크리트와 철근의 상대적 변위를 고려하기 위해 한점에서 2중절점(double nodes)으로 구조물을 모델링하여야 하기 때문에 절점의 수가 과다하게 증가한다. 따라서, 구조물의 비선형 거동시 부착효과를 고려하기가 곤란하다.

본 논문에서는 철근과 부착 응력의 평형조건을 이용하여 2중절점을 잡지 않고 부착효과를 고려할 수 있는 새로운 모델을 제안하였으며, 예제해석을 통해 제안된 모델의 효율성을 검증하였다.

2. 제안된 해석모델

그림 3a에 표시된 바와 같이 철근이 콘크리트 요소에 묻혀있는 경우 철근요소와 콘크리트 요소를 분리할 수 있으며, 분리된 철근요소의 끝단(그림 3b의 절점 i와 j)에 부착거동을 나타내는 부착요소가 붙어 있다고 가정한다. 구조물의 변형후 콘크리트와 철근의 상대적 변위가 각각 점 1,3과 점 2,4로 표현되어 진다고 가정하면(그림 3c), 각 절점에서의 부착강성과 철근강성 사이의 관계는 식(1)의 평형방정식으로 표현할 수 있다. 이를 다시 콘크

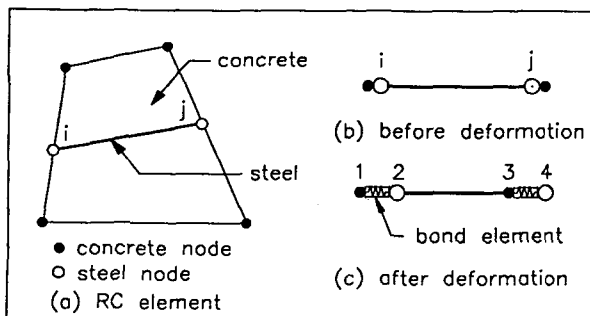


그림 3 철근콘크리트 요소

리트의 변형과 철근의 변형 항으로 재정리 하면 식(2)와 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_B^i & -K_B^i & 0 & 0 \\ -K_B^i & K_S+K_B^i & 0 & -K_S \\ 0 & 0 & K_B^j & -K_B^j \\ 0 & -K_S & -K_B^j & K_S+K_B^j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 i와 j는 각각 철근요소의 끝단을, K_S 는 철근요소의 강성계수를($K_S=A_S E_S/L$), 그리고 K_B 는 부착 강성계수($K_B=A_b E_b=\pi d_s L E_b$)를 나타낸다.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_3 \\ P_2 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_B^i & 0 & -K_B^i & 0 \\ 0 & K_B^i & 0 & -K_B^i \\ -K_B^i & 0 & K_S+K_B^i & -K_S \\ 0 & -K_B^i & -K_S & K_S+K_B^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_3 \\ \delta_2 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

식(2)에서 철근의 변형을 표현하는 점2와 4의 항을 응축(condensation) 시킴으로써 식(3)으로 정리되며 철근의 변형은 식(5)로 표현되어 진다.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_3 \end{Bmatrix} + \frac{1}{1+K_S \left(\frac{1}{K_B^i} + \frac{1}{K_B^j} \right)} \begin{bmatrix} 1+\frac{K_S}{K_B^i} & \frac{K_S}{K_B^j} \\ \frac{K_S}{K_B^i} & 1+\frac{K_S}{K_B^j} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_2 \\ P_4 \end{Bmatrix} = [K_{eq}]_S \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서

$$[K_{eq}]_S = \frac{K_S}{1+K_S \left(\frac{1}{K_B^i} + \frac{1}{K_B^j} \right)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta_2 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_2 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{1+K_S \left(\frac{1}{K_B^i} + \frac{1}{K_B^j} \right)} \begin{bmatrix} \frac{K_S}{K_B^i K_B^j} + \frac{1}{K_B^i} & \frac{K_S}{K_B^i K_B^j} \\ \frac{K_S}{K_B^i K_B^j} & \frac{K_S}{K_B^i K_B^j} + \frac{1}{K_B^j} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_2+K_B^i \delta_1 \\ P_4+K_B^j \delta_3 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

식(3)과 식(4)에서 만약 완전부착인 경우는 K_B^i 와 K_B^j 가 무한대의 값을 갖는다고 가정하므로 철근이 탄성의 트러스 모델과 동일하게 된다. 그러나 한 요소 자체 만으로는

철근의 부재력(식3의 P_2 와 P_3)을 알지 못하기 때문에 콘크리트의 변형을 알지라도 식(3)의 평형방정식을 직접 풀지 못한다. 따라서, 이를 해결하기 위해 인접한 두 철근요소에 있어서의 평형 관계식을 이용한다. 즉, k 번째 요소와 k+1 번째 요소에서 부착력은 크기와 방향이 동일한 반면 철근의 부재력은 크기는 같지만 방향이 반대이다. 이러한 관계를 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}^{k+1} \quad (6)$$

또는

$$\{P_j\}^k = S \cdot \{P_j\}^{k+1} \quad (7)$$

식(7)의 관계식을 사용하여 전체 철근요소의 조합에 의한 구성방정식을 형성하기 위해 식(3)을 k번째 요소의 절점 i와 절점 j의 선형관계식으로 재구성한다.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}_i^k = \begin{bmatrix} \frac{K_B^i + K_B^j}{K_B^i K_B^j} & \frac{K_B^j}{K_S} \\ -\left(1 + \frac{K_B^i + K_B^j}{K_B^i K_S}\right) & -\left(1 + \frac{K_B^j}{K_S}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix}_j^k + K_B^i \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{Bmatrix}^k \quad (8)$$

또는

$$\{P_i\}^k = T_k \cdot \{P_j\}^k + Q_k \cdot \{u_c\}^k \quad (9)$$

그리고 식(7)과 식(9)의 관계식을 사용하면 최종적으로 다음과 같이 임의의 절점갯수 n개로 모델링된 철근의 각 끝단 절점 1과 절점 n의 작용하중과 각 요소의 누적된 콘크리트 변형의 항으로 표현할 수 있다.

$$\{P_i\}^1 = R_{n-1} \cdot T_n \cdot \{P_j\}^n + \sum_{r=1}^n R_{r-1} \cdot Q_r \cdot \{u_c\}^r \quad (10)$$

여기서 R_0 는 2×2 의 단위행렬이며, R_r 은 다음과 같다.

$$R_r = T_1 \cdot S \cdot T_2 \cdot S \cdots T_r \cdot S \quad (11)$$

식(10)에서 우측의 누적된 각 절점의 콘크리트 변형은 유한요소 해석에 의해 알고 있는 값이므로 만약 철근의 양 끝단에 작용하는 힘의 성분(2개의 철근 부재력과 2개의 부착력) 중 임의의 성분 2개를 알면 식(10)을 풀 수 있게 된다.

식(10)에 의해 철근의 양단 부재력이 결정되어 지면 각 요소의 평형관계식인 식(8) 또는 식(3)에 의해 각 요소의 부재력을 산정한다. 또한 식(5)에 의해 각 요소의 철근 변형량을 산정하며 최종적으로 콘크리트와 철근 변형량의 차이에 의한 부착슬립을 계산한다. 만약 임의 요소에서 가정한 철근 재료성질이나 부착 강성계수가 변할 경우에는 새로운 각 재료의 강성계수를 사용하여 재료의 성질이 모든 요소에서 변화하지 않을 때 까지 반복하여 식(10)을 재구성한 후 평형방정식을 다시 풀게 된다.

3. 재료성질의 모델

(가) 철근의 재료모델 : 단조증가 및 반복하중을 받을 때 1축응력 상태에서 철근의 구조적 거동은 매우 잘 정의되어 지며 이러한 재료적 성질을 표현할 수 있는 많은 수학적 모델이 있다. 이 중 본 연구에서는 하중상태에 따라 계속해서 변화하는 변형이력(strain history) 효과와 Bauschinger 효과를 잘 표현하는 Ciampi(1) 등에 의해 제안된 철근모델을 사용하였다.

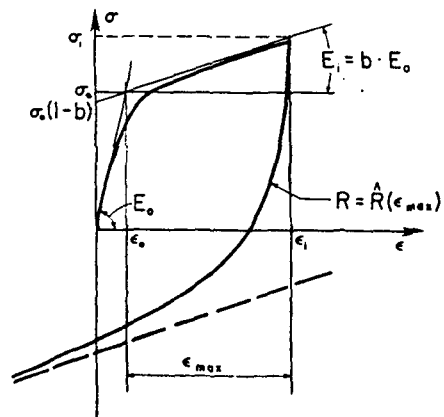


그림 4 철근모델

(나) 부착모델 : 반복하중이 작용하는 경우 철근과 콘크리트 사이의 부착응력과 슬립(slip)의 관계를 수학적인 모델로 표현하기 위해 많은 노력이 이루어져 왔다. 이러한 모델 가운데 Eligehausen(2) 등은 많은 실험을 토대로 상당히 큰 변형상태 까지도 정확히 고려할 수 있는 부착모델을 개발하였다. 본 연구에서는 그림 5에 표시된 바와같이 원래의 Eligehausen이 제안한 모델에서 하중이 감소하는 영역(unloading)인 번호 4의 영역을 수평선이 아닌 감소된 포락선(번호 5)과의 교차점으로 수정함으로써 그 구조적 거동을 개선시킨 Filippou(4)의 수정모델을 사용하였다.

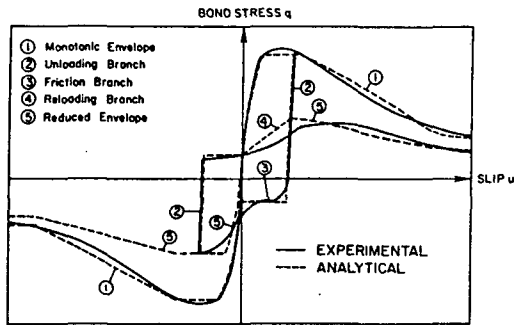


그림 5 부착모델

(다) 콘크리트 모델 : 한편, 본 논문에서 제안한 유한요소 모델의 효율성을 검증하기 위해 일차적으로 사용된 실험치는 상대적으로 큰 콘크리트 블럭 중앙에 위치한 철근의 끝단에 하중이 작용하는 경우이다. 따라서, 콘크리트의 변형에 의한 효과가 극히 작다고 가정하여 무시하였다. 그러나 콘크리트의 변형에 의한 효과를 고려할 경우에는 반복 하중상태를 적절히 고려할 수 있는 콘크리트의 재료모델을 사용할 수 있다.

4. 수치예제

제안된 해석모델의 효율성을 검증하기 위해 Viwathanatepa(8) 등에 의해 수행된 철근콘크리트 블럭의 실험결과를 사용하였다. 이 실험치들은 수치모델을 검토할 때 널리 이용되는 것으로, 본 연구에서는 No. 8 철근을 사용한 실험치가 사용되었다(그림 6). 사용된 재료상수는 철근의 경우 항복강도 σ_y 는 68 ksi, 항복 변형률 ϵ_y 는 0.0023이며, 그림 5에서 부착모델을 정의하기 위한 변수로 실험치에 토대를 둔 $S_1 = 0.0256$ in, $S_2 = 0.07874$ in, $S_3 = 0.2756$ psi, $\tau_1 = 2350$ psi, $\tau_2 = 870$ psi의 값을 사용하였다. 시편의 길이는 25 in이며, 25개의 철근으로 모델링하였고, 시편의 모든 점에서 동일한 부착모델을 사용하였다.

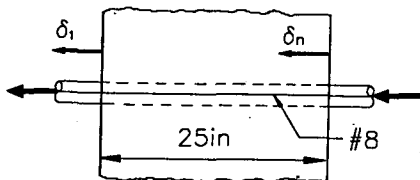


그림 6 철근콘크리트 요소의 이상화

또한 콘크리트의 변형은 철근에 비해 무시할 정도로 작기 때문에 다른 사람들의 경우와 마찬가지로 그 변형효과를 무시한 무한강성의 블럭으로 가정하였다.

그림 7a~그림 7c는 한쪽 방향에서 하중이 단조증가할 경우(push test) 각 절점의 철근응력을 나타낸 것이며 그림 8a~그림 8c는 양쪽 방향에서 동시에 하중이 단조증가할 경우(push-pull test)의 각 절점 철근응력을 표시한 것이다. 동일한 예제를 해석함에 있어 Viwathanatepa(8) 등은 콘크리트의 균열과 변형을 고려하기 위해 평면 응력요소를 사용하였으며 bond link 요소에 의해 부착거동을 모델링 하였다. 또한 Yankelevsky(9)는 부착모델을 직선으로 모델링 하였으며 부착 슬립의 크기에 따라 각 영역에서 서로 다르게 정의된 강성을 사용하였다. 이 그림들에서 보듯이 본 논문에서 제안한 모델이 단조증가 하중상태에서 훌륭히 거동함을 볼 수 있다. 특히, 부착변형이 심하게 생기는 콘크리트 블럭의 끝단 영역에서 성질이 다른 부착모델을 별도로 고려하지 않고도 그 거동을 잘 표현할 수 있음을 알 수 있다.

또한 그림 9에서 보듯이 가장 심각한 하중상태인 양쪽 끝단에서 반복하중이 동시에 작용할 경우에도 좋은 구조적 거동을 보임을 알 수 있다. 그러나 하중이 감소할 경우 부착모델에서 마찰과파괴가 발생하는데 이 영역의 구조적 거동을 정확히 표현하기 위해서는 하중스텝을 작게 잡아 구조적인 불안정성을 제거해야 한다.

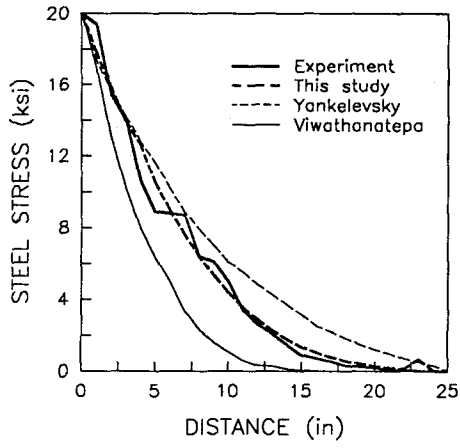
5. 결론

본 논문에서는 2중절점(double nodes)을 사용하지 않고 구조물의 부착거동을 정확히 표현할 수 있는 새로운 유한요소 모델을 제시하였으며, 예제해석을 통해 그 효율성을 검토하였다.

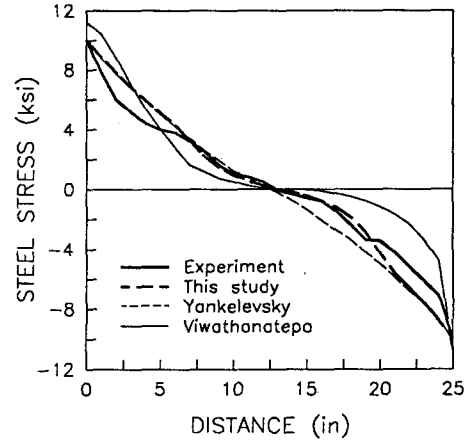
제안된 모델은 단지 2개의 양단 절점만으로 구조적 거동을 표현하는 철근콘크리트 보, 2차원 및 3차원으로 모델링 되는 구조물의 유한요소 해석에서 유용하게 사용될 것이며 알고리즘의 전산코드화가 용이하다. 또한 Filippou(3)에 의해 제안된 shooting 알고리즘이나 Keuser(6) 등에 의해 제안된 고차의 변위함수를 사용함으로써 제안된 모델의 효율성을 개선할 수 있을 것이다.

참고문헌

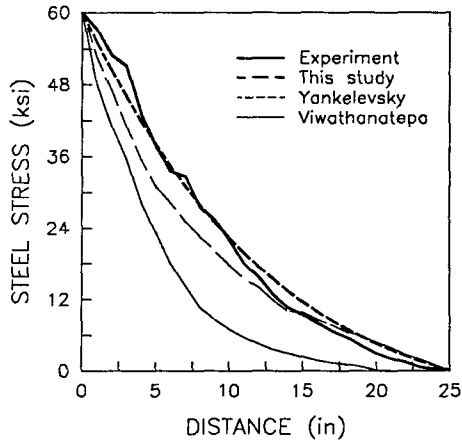
1. Ciampi, V., Eligehausen, R., Bertero, V. V. and Popov, E. P., "Analytical Model for Concrete Anchorages of Reinforcing Bars under Generalized Exitations," UBC/EERC-82-23, University of California, Berkeley, 1982.
2. Eligehausen, R., E. P. Popov and V. V. Bertero, "Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Exitations," UCB/EERC-83/23, University of California, Berkeley, 1983.



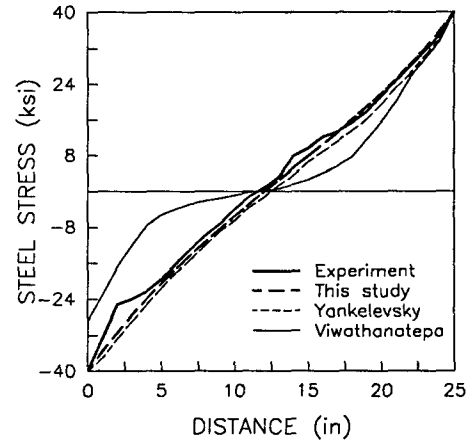
(a)



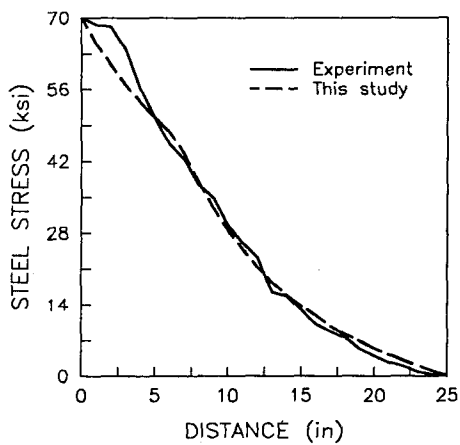
(a)



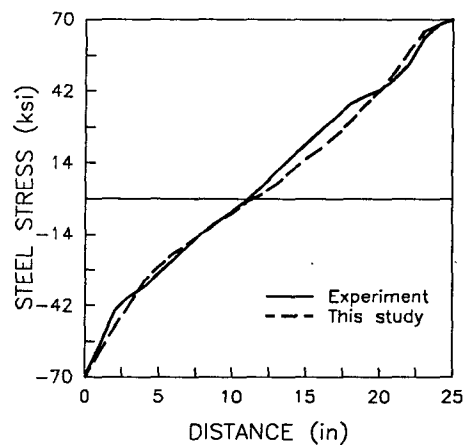
(b)



(b)



(c)



(c)

그림 7 Push하중 작용시 각 절점의 철근응력

그림 8 Push-pull 하중 작용시 각 절점의 철근응력

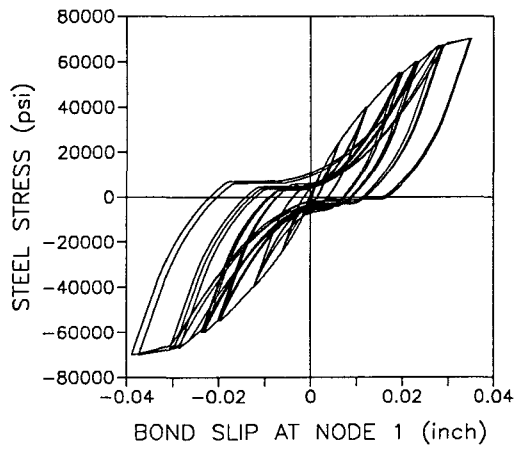


그림 9 반복하중시 철근콘크리트 블록의 거동

3. Filippou, F. C., "A Simple Model for Reinforcing Bar Anchorages under Cyclic Excitations," UCB/EERC-85/05, University of California, Berkeley, 1985.
4. Filippou, F. C., Popov, E. P. and Bertero, V. V., "Effects of Bond Deterioration on Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Joints," UCB/EERC 83-19, University of California, Berkeley, 1983.
5. de Groot, A. K., Kusters, K. M. A. and Monnier T., "Numerical Modeling of Bond-Slip Behavior," Heron Concrete Mechanics, Vol. 26, No. 1B, 1981.
6. Keuser, M. and Mehlhorn, G., "Finite Element Models for Bond Problems," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, No. 10, PP. 2160-2173, 1987.
7. Ngo, D. and Scodelis, A. C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams," Journal of ACI, Vol. 64, PP. 152-163, 1967.
8. Viathanatepa, S., Popov, E. P. and Bertero, V. V., "Effects of Generalized Loadings on Bond of Reinforcing Bars Embedded in Confined Concrete Blocks," UCB/EERC-79/22, University of California, Berkeley, 1979.
9. Yankelevsky, D. Z., "New Finite Element for Bond-Slip Analysis," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 111, No. 7, PP. 1533-1542, 1985.