

# 彈·塑性 Work-Hardening 모델에 대한 Program개발

- Lade모델을 中心으로 -

*1	朴炳基
*2	鄭銀聖
*3	林聖喆
*4	康權修

## Abstract

In recent years, finite element methods have been used with increasing effectiveness in analysis of displacements and stresses within soil masses. However, one of the weakest links in the analytical representations used in these methods is the models of the material behaviour.

Herein is described a modification to the finite element methods that allows solution problems with realistic stress-strain relation for soils.

A finite element program for the precision prediction of the stress distribution within foundation has been developed using the elasto-plastic Work-Hardening model.

The developed program is verified by comparing the results of this study with the tested results for Sacramento river sand.

The main results obtained from the numerical examples are as follows:

The vertical total stress increments are insensitive to drainage and constitutive equation of materials.

The horizontal total stress increments are considerably affected by the drainage and constitutive equation of materials.

The maximum shear stresses are affected by the drainage only in elasto-plastic materials.

The excess pore water pressures and the volumetric strains not only are considerably affected by the constitutive equation of materials, but also have almost similar distribution.

## 1. 序論

盛土構造物이 外力으로서 基礎地盤에 作用할 경우 地盤내에서의 應力-變形 그리고 間隙水壓의 발생을 數學的으로 解析할 경우 現場의 境界條件이나 排水條件을 도입하여 해석하고 예측한다. 이때 쓰이는 解析技法은 最近에 단연 有限要素解析法이 그 주류를 이루고 있다. 그러나 이 解析에 導入 되어야 할 여러가지 요소 가운데서 가장 어려운 점은 해석에 사용되는 재료의 수학적인 暴動모델이다. 재료의 構成式이라고 부르고 있는 이 모델링은 實驗室 試驗에서 관측 할 수 있는 應力-變形率 및 強度特性의 여러가지 지면을 충분하고도 정확하게 표현 할 수 있는 構成式이 요구되고 있다. 이 가운데 Hyperbolic 應力-變形率모델은 그 概念과 構成式이 비교적 단순 하면서도 흙의 非線形 反應을 잘 나타 낼 수 있기 때문에 흙 구조물의 暴動解析을 위한 構成式으로 널리 알려져 있으며 이에 관한 研究 또한 여러 단계의 발전을 거듭해왔다.

- 
- \*1 全南大學校 工科大學 土木工學科 教授
  - \*2 圓光大學校 工科大學 土木工學科 教授
  - \*3 鎭湖 엔지니어링 專務理事
  - \*4 全南大學校 工科大學 土木工學科 博士課程

즉 Kondner<sup>1)</sup>가 개발한 탄성 Hyperbolic 모델을 Duncan과 Chang<sup>2)</sup> 및 Clough와 Duncan<sup>3)</sup>이 수정하여 널리 사용되어 왔다. 이 모델은 軸對稱條件에서 軸差應力은 軸變形率에 의한 쌍곡선 함수로써 표현하는 것이다. 그러나 이 모델이 모든 彈性 모델에서와 마찬가지로 剪斷應力 아래서 體積 변화가 일어나는 것을 설명하지 못하는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 보다 정교한 모델이 Lade와 Duncan<sup>4)</sup>에 의하여 제안되었다. 이 모델은 Lade형이라 부르는 立方體型 三軸試驗機를 이용한 모래의 試驗結果를 기본으로 해서 연구된 것이다. 그러나 이 모델도 문제점 즉 연화과정을 설명할 수 없고, 등방응력에 대해서 塑性壓縮이 고려되어 있지 않아 이를 보완한 새로운 탄소성 Work-hardening 모델이 다시 Lade<sup>5)</sup>에 의해 제안되었다.

이 모델은 降伏規準, 비관련유동칙 그리고 全 塑性일을 應力水準의 쌍곡선 함수로 표현하는 일경화법칙(work hardening rule)을 수용하고 있다. 이 모델은 기존의 어떤 모델보다도 응력-변형률관계를 정확하게 나타낼 수 있을 뿐만 아니라 간극수압등 일반적인 흙의 거동을 매우 정도높게 표현할 수 있으며 또한 이 모델을 정의하는데 필요한 매개변수들은 통상적인 三軸壓軸試驗 結果로부터 결정할 수 있다. 그러나 이 모델은 매개변수 결정의 계산과정이 복잡할 뿐만 아니라 두개의 降伏面과 비관련유동칙이 적용되므로 解析상의 어려움이 있어 실제지반의 舉動解析에까지는 실용화하지 못한 상태에 있다.

本文은 基礎地盤의 응력-변형률 舉動을 해석할 수 있는 有限要素 program의 개발과 함께 이 모델의 Parameter를 정확하고 손쉽게 결정할 수 있는 Parameter결정 Program을 아울러 개발하므로써 이 탄소성 Work-hardening 모델을 기초지반의 거동해석에 이용할 수 있도록 하였다. 그리고 개발된 Program을 사용한 일련의 數值例題를 Lade들이 사용한 실험결과와 비교하여 예시하였다.

## 2. Lade 모델의 理論

### 2.1 序說

彈·塑性理論에 의한 흙의 應力-變形率 舉動을 모델링 할 목적으로 全變形率增분 ( $d\epsilon_{ij}$ )을 彈性成分(Elastic strain :  $d\epsilon^e_{ij}$ ), 塑性破砕成分(Plastic collapse strain :  $d\epsilon^c_{ij}$ ) 그리고 塑性膨脹成分(Plastic expansive strain :  $d\epsilon^p_{ij}$ )으로 나누고, 이들 變形率增분 성분중 彈性變形率 성분은 Hooke의 법칙을 이용하여 계산하고 塑性破砕變形率과 塑性膨脹變形率은 塑性理論을 적용하여 계산한다.

Fig. 2.1은 拘束壓力를 일정하게한 排水三軸壓縮試驗에서 軸差應力( $\sigma_1 - \sigma_3$ )과 體積變形率( $\epsilon_v$ )을 縱軸으로 하고 軸變形率( $\epsilon_1$ )을 橫軸으로한 관계를 나타내고있으며 각각의 變形率成分을 보여 주고 있다. 5, 6, 7) 상세한 배경이론은 文獻에 미루고 여기서는 필요한 數式을 열거하여 간단히 설명을 부친다.

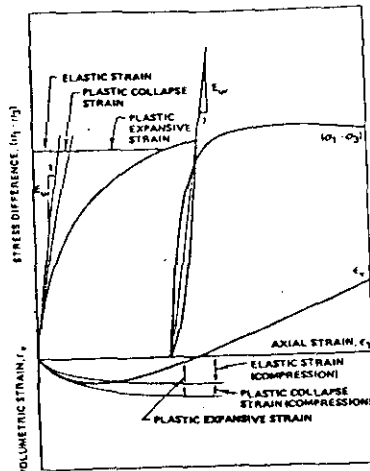


Fig. 2.1 Schematic illustration strain components in drained triaxial compression tests

## 2.2 塑性膨脹變形率(Plastic expansive strain)

塑性膨脹降伏面の方程式은 다음과 같다.

$$f_p = ( I_1^3 / I_3 - 27 ) ( I_1 / p_a )^m \quad (2.1a)$$

$$f_p = \eta_1 \quad \text{at failure} \quad (2.1b)$$

여기서  $I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$  (2.2)

$$I_3 = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z + \tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} + \tau_{yx} \cdot \tau_{zy} \cdot \tau_{xz} - ( \sigma_x \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zy} + \sigma_y \cdot \tau_{zx} \cdot \tau_{xz} + \sigma_z \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{yx} ) \quad (2.3)$$

대개변수  $\eta_1$ 과  $m$ 은 정해진 흙에 대하여 요구된 밀도에 따라 결정된 土質常數이며,  $P_a$ 는 이 方程式에 사용된 應力과 같은 단위를 사용한 대기압이다. 塑性膨脹變形率을 구하는데 비관련유동칙이 적용되며 이때의 塑性膨脹 potential 函數는 다음과 같다.

$$g_p = I_1^3 - ( 27 + \eta_2 \cdot ( P_a / I_1 )^m ) \cdot I_3 \quad (2.4)$$

여기에서  $\eta_2$ 는 拘束壓力( $\sigma_c$ )과  $f_p$ 의 주어진 값에 대하여 결정되는 媒介變數이다. 일의硬化 혹은 軟化를 표현하는 식은 塑性膨脹일의 函數로 다음과 같이 나타낸다.

$$f_p = a \cdot e^{-bW_p} ( w_p / P_a )^{1/q} \quad q > 0 \quad (2.5)$$

여기서,  $a, b, q$ 는 土質媒介變數이고  $e$ 는 자연대수의 밑이다.

## 2.3 塑性 破碎 變形率(Plastic collapse strain)

塑性破碎降伏面の方程式은 다음과 같다.

$$f_c = I_1^2 + 2I_2 \quad (2.6)$$

여기서

$$I_2 = \tau_{xy} \cdot \tau_{yx} + \tau_{yz} \cdot \tau_{zy} + \tau_{zx} \cdot \tau_{xz} - ( \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_z \cdot \sigma_x ) \quad (2.7)$$

塑性破碎 potential 函數는 塑性破碎降伏函數와 같으며 결코 破壞狀態에 도달하지 않는다.

$$g_c = I_1^2 + 2I_2 \quad (2.8)$$

그러므로 相關유동법칙이 성립되며, 일의경화를 표현하는 식은 塑性破碎 일의 函數로 다음과 같이 나타낸다.

$$f_c = P_a^2 \cdot ( \frac{1}{C} )^{1/p} \cdot ( \frac{W_c}{P_a} )^{1/p} \quad (2.9)$$

여기서  $C$ 와  $P$ 는 土質媒介變數이다.

## 2.4 塑性變形率 増分の 合成

Fig. 2.2에서는 두개의 降伏面 變化를 발생하게 하는 應力變化의 結果를 三軸面上에 나타내고 있다. 이 應力空間에서 塑性變形率増分 벡터는 두 벡터의 합성에 의하여 나타낸다. (7.8)

應力상태가 A점으로 부터 B점으로 變化할 때 두 개의 降伏面の 膨脹을 가져오므로 塑性破碎 變形率増分 벡터와 塑性膨脹變形率増分 벡터가 동시에 발생한다. 塑性變形率増分 벡터의 크기와 방향은 합벡터에 의해서 Fig. 2.2 같이 나타 낼 수 있다.

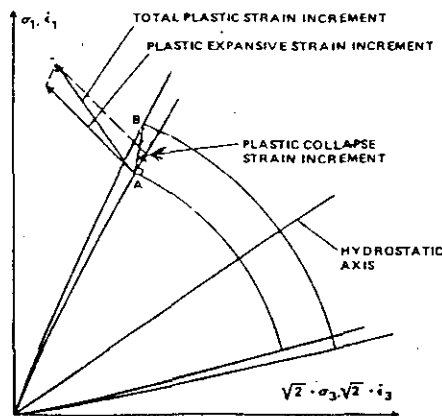


Fig. 2.2 Schematic diagrams of yielding process with both yield surfaces activated and combination of plastic strain increments.

## 2.5 Lade 모델을 사용한 數値解析 結果와 實驗結果치의 比較

Lade 모델에 의한 立方體삼축시험 結果의 應力-變形率 관계를 나타낸 것이 Fig. 2.3 이다. 본 開發프로그램(중분식 프로그램, 후술)에 이들의 사용값을 入力, 出力하여 프로그램의 정도를 확인한 바 排水 및 非排水擧動이 精確하게 일치 될 뿐만 아니라(Fig. 2.3) 中間主應力의 상대적 크기를 나타내는 계수  $b(=\sigma_2-\sigma_3/\sigma_1-\sigma_3)$  값이 0 인 조건의 시험 data로부터 얻은 Parameter를 사용하여  $b$  값이 0 이 아닌 여러 應力經路의 해석도 그림 2.35.6.9)에서 보는바와 같이 精確하게 일치하고 있다. 이점은 Lade 모델이 排水 및 非排水擧動 뿐만 아니라 一般應力狀態의 거동을 아주 精確하게 표현한다는 장점을 보이는 것이며 다만 이렇게 하기 위해서는 14개의 Parameter를 결정해야 할 복잡성이 있어 實用化 되지 못한 것으로 안다.

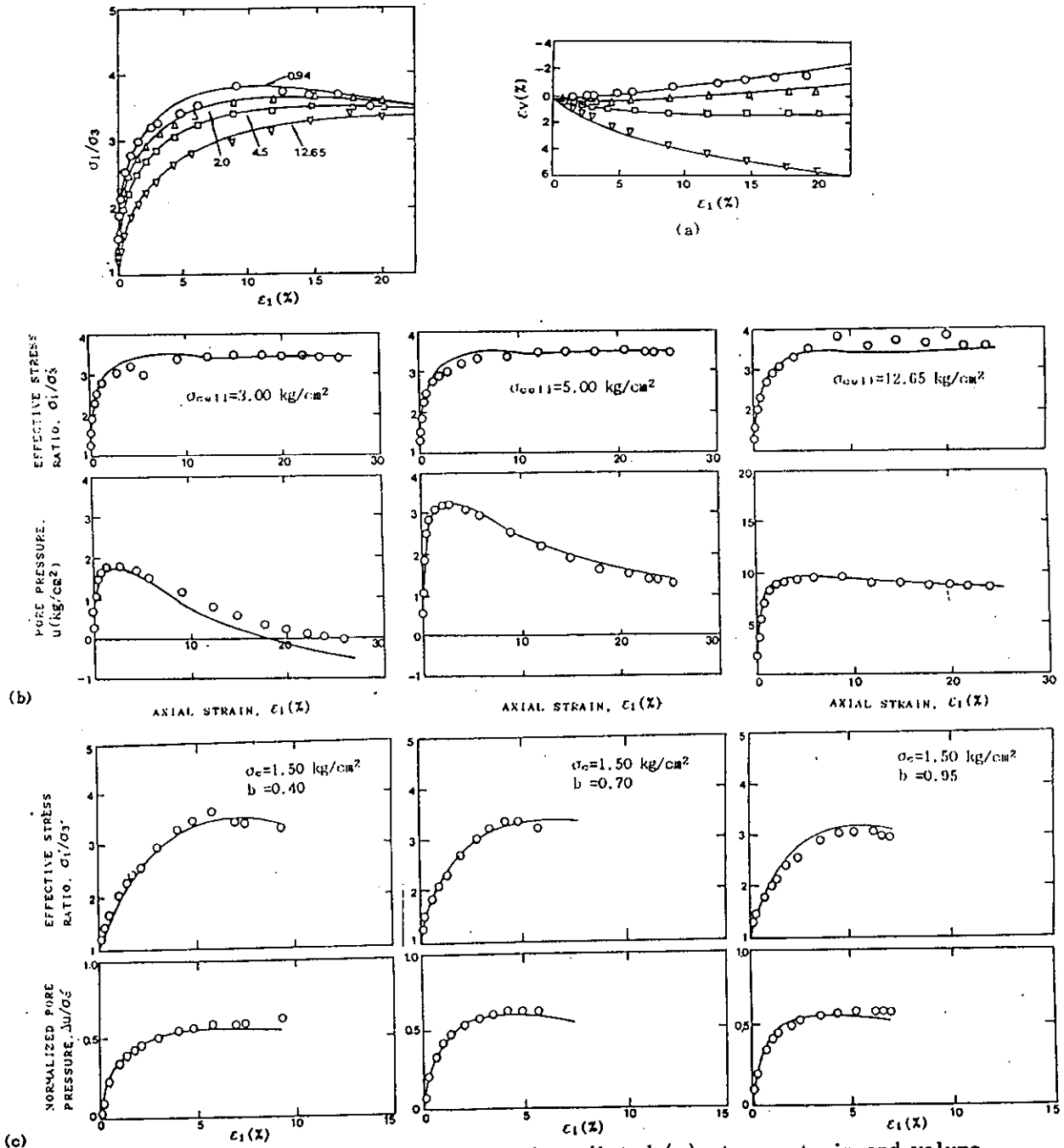


Fig. 2.3 Comparison between measured and predicted (a) stress-strain and volume change behaviour for loose Sacramento River sand (b) stress-strain and Pore pressure relations for loose Sacramento River sand (c) stress-strain and pore pressure relations for cubical triaxial tests on Grundite clay.

### 3. Parameter 決定 프로그램

#### 3-1. 序論

1950년대 後半에 Drucker등<sup>10)</sup>에 의해 흙의 彈·塑性모델화의 指針이 제시된 수 년 후 Roscoe<sup>11)</sup>를 중심으로하는 이른바 Cambridge學派에 의해 Cam-clay모델이 제안된 이래 지금까지 수많은 構成모델이 제안되었다. 그러나 최근에 와서 이들 모델 가운데 Lade 모델은 전술한 바와같이 매우 精巧하게 수식화 되어있어 Fig.2.2, 2.3에서 본 바와같이 그 精確성이 매우 높다. 그러나 이를 數值解析 하기 위해서는 적절한 試驗으로 부터 決定되어지는 14개의 土質 媒介變數가 필요하다.

따라서 이들을 實驗室 試驗으로 부터 決定할 때 많은 時間과 식건이 必要하며 더욱이 手作業으로 이들 데이터로부터 土質 媒介變數를 決定하는 過程에서 인지하기 어려운 많은 誤謬를 범할 수 있으며 結果적으로 적절한 土質 媒介變數를 얻지 못할 경우가 허다하다.

이러한 이유때문에 室內試驗 데이터에서 몇가지의 기본적인 데이터만 精確히 얻어진다면 나머지는 이로부터 正確하고 信賴性있는 土質 媒介變數를 얻을 수 있는 알고리즘의 開發 必要性을 느끼고 土質 媒介變數를 실험실 데이터로 부터 直接決定할 수 있는 프로그램을 개발하게 된 것이다.

#### 3.2 프로그램의 概要

本 土質 媒介變數決定 프로그램은 線形回歸分析과 非線形回歸分析을 사용하였다. 그리고 높은 精度的 媒介變數(이하 Parameter)를 얻기 위하여 相關係數( $r^2$ )가 0.8以下인 데이터는 排除하는 方法을 택하였다.

本 프로그램은 三軸試驗에서 얻은 데이터를 入力데이터로 이용하여 각각의 필요한 계산을 수행한 후 그 計算結果를 回歸分析하여 각각의 Parameter를 決定한다.

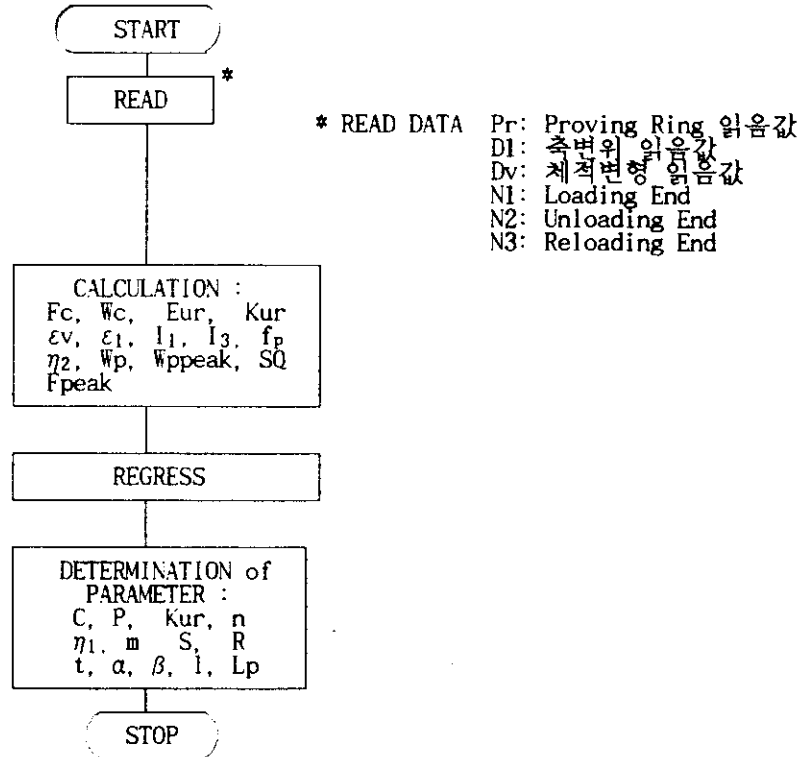


Fig. 3.1 Flow chart of Program for determined Parameter

#### 3.3 프로그램의 檢證

Scramento River Sand의 Parameter를 사용하여 개발된 본 立方體 삼축시험의 응력-변형률해석용 프로그램에서 拘束壓力을 1kg/cm<sup>2</sup>, 3kg/cm<sup>2</sup>, 5kg/cm<sup>2</sup>의 응력-변형률 data와 또한 등방압밀-팽윤관계 곡선 data를 出力시키고 이 data를 Parameter결정 프로그램에 대입하여 입력된 Parameter값과 출력된 Parameter값이 일치 하도록하여 프로그램의 誤謬를 제거하였다.

### 3.4 應力經路의 影響

중간주응력의 상대적 크기를 나타내는  $b=(\sigma_2-\sigma_3/\sigma_1-\sigma_3)$  계수를 달리한 실험 data 를 얻어  $b$  값의 變化에 따른 Parameter의 變化를 檢證한 결과 Parameter가 變하지 않음을 확인하므로써 어떠한 應力經路 즉 일반적인 응력상태 뿐만아니라 平面變形率 조건과 같은 지반의 應力-變形 暴動解析을 精確하게 할 수 있음을 알았다.

## 4. 地盤의 排水 및 非排水 暴動解析을 위한 有限要素 프로그램

### 4.1 應力-變形率 増分式의 誘導<sup>7)</sup>

전술한 바와 같이 通常의 삼축시험에서 얻어진 값을 Parameter를 결정하는 프로그램에 자동입력하여 필요한 Parameter가 출력된다. 여기서 얻어진 Parameter는  $b$  값의 영향을 받지 않으므로 어떠한 應力狀態에서도 이용할 수 있음을 알았고 따라서 배수 또는 비배수조건에 따라 지반의 變形解析을 할수있는 FEM프로그램을 유도한다. 이 유도는 Lade<sup>(7)</sup> et al의 방법을 따르지만 平面變形率과 여러 軸對稱條件에도 적합하도록 개발한 것이다. 彈-塑性 Work-Hardening 모델<sup>4)</sup>에서 全 變形率増分은 다음과 같이 세 부분으로 표시된다.

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^c + d\epsilon_{ij}^p \quad (4.1)$$

그리고 彈性應力-變形率 増分관계는 후크의 법칙에 따라 다음과 같이 표시된다.

$$d\sigma_{ij} = C ( d\epsilon_{ij}^e - d\epsilon_{ij}^c - d\epsilon_{ij}^p ) \quad (4.2)$$

塑性破碎降伏面函數( $f_c$ )와 塑性膨脹降伏面函數( $f_p$ )의 全微分을 취하면 다음과 같다.

$$df_c = \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f_c}{\partial w_c} \cdot \frac{\partial w_c}{\partial \epsilon_{ij}^c} d\epsilon_{ij}^c = 0 \quad (4.3)$$

$$df_p = \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f_p}{\partial w_p} \cdot \frac{\partial w_p}{\partial \epsilon_{ij}^p} d\epsilon_{ij}^p = 0 \quad (4.4)$$

한편 塑性變形率 増分은 直交條件에 따라 다음과 같이 표시된다.

$$d\epsilon_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.5)$$

$$d\epsilon_{ij}^p = \lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.6)$$

(4.5)式과 (4.6)式을 (4.2)式에 대입하면 다음과 같다.

$$d\sigma_{ij} = C^e [ d\epsilon_{ij} - \lambda_c \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} - \lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} ] \quad (4.7)$$

여기서  $\lambda_c, \lambda_p$ 은 比例常數이며 이 값을 구하는 과정은 다음과 같다.

(4.3)式과 (4.4)에 (4.2)式을 代入하여 다음식을 얻는다.

$$\frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \cdot C^e ( d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{ij}^c - d\epsilon_{ij}^p ) + \frac{\partial f_c}{\partial w_c} \frac{\partial w_c}{\partial \epsilon_{ij}^c} d\epsilon_{ij}^c = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} \cdot C^e ( d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{ij}^c - d\epsilon_{ij}^p ) + \frac{\partial f_p}{\partial w_c} \frac{\partial w_p}{\partial \epsilon_{ij}^p} d\epsilon_{ij}^p = 0 \quad (4.9)$$

(4.8)式과 (4.9)式에 각각(4.5) (4.6)式을 代入하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} C^e (d\epsilon_{ij} - \lambda_c \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} - \lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}}) + \frac{\partial f_c}{\partial w_c} \frac{\partial w_c}{\partial \epsilon_{ij}^c} \lambda_c \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} C^e (d\epsilon_{ij} - \lambda_c \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} - \lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}}) + \frac{\partial f_p}{\partial W_p} \frac{\partial W_p}{\partial \epsilon_{ijp}} \lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} = 0 \quad (4.11)$$

위 式을 정리하면 다음과 같다.

$$\lambda_c L_{11} + \lambda_p L_{12} = T_1 \quad (4.12)$$

$$\lambda_c L_{21} + \lambda_p L_{22} = T_2 \quad (4.13)$$

여기서

$$L_{11} = \left\langle \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle^T [C^e] \left\langle \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial f_c}{\partial W_c} \right\rangle \langle \sigma \rangle^T \left\langle \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \quad (4.14)$$

$$L_{22} = \left\langle \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle^T [C^e] \left\langle \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial f_p}{\partial W_p} \right\rangle \langle \sigma \rangle^T \left\langle \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \quad (4.15)$$

$$L_{12} = \left\langle \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle^T [C^e] \left\langle \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \quad (4.16)$$

$$L_{21} = \left\langle \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle^T [C^e] \left\langle \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \quad (4.17)$$

$$T_1 = \left\langle \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle^T [C^e] \langle d\epsilon \rangle \quad (4.18)$$

$$T_2 = \left\langle \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle^T [C^e] \langle d\epsilon \rangle \quad (4.19)$$

$\lambda_c$  와  $\lambda_p$  값을 구하기 위하여 (4.12)式과 (4.13)式을 연립하여 풀면 다음과 같다.

$$\lambda_c = \frac{L_{22} T_1 - L_{12} T_2}{L_{11} L_{22} - L_{12} L_{21}} \quad (4.20)$$

$$\lambda_p = \frac{L_{11} T_2 - L_{21} T_1}{L_{11} L_{22} - L_{12} L_{21}} \quad (4.21)$$

그리고 (4.20)式과 (4.21)式을 (4.17)式에 代入하면 다음과 같이 彈·塑性應力-變形率增分式이 얻어진다.

$$d\sigma_{ij} = C^{ep} d\epsilon_{ij} \quad (4.22)$$

여기서

$$[C^{ep}] = [C^e] - \frac{[C^e]}{A} \left( \left\langle \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \{b_c\}^T + \left\langle \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \{b_p\}^T \right) [C^e] \quad (4.23)$$

$$A = L_{11} L_{22} - L_{12} L_{21} \quad (4.24)$$

$$\{b_c\} = L_{22} \left\langle \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle - L_{12} \left\langle \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \quad (4.25)$$

$$\{b_p\} = L_{11} \left\langle \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle - L_{21} \left\langle \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle \quad (4.26)$$

위 方程式에 사용되는 개별적인 성분은 平面變形率 및 軸對稱條件에 맞도록 다음과 같이 유도된다.

$$\left\langle \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle = 2 \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ 2\tau_{xy} \\ \sigma_z \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial f_c}{\partial W_c} = \frac{P_a}{C \cdot P} \left[ \frac{f_c}{P_a^2} \right]^{1-P} \quad \text{여기서, } C, P \text{는 소성파쇄변형의 매개변수} \quad (4.28)$$

$$\langle \sigma \rangle^T \left\langle \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} \right\rangle = 2 \cdot I_1^2 + 4 \cdot I_2 = 2 \cdot g_c \quad (4.29)$$

$$\left\langle \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} \right\rangle = \frac{I_1^2}{I_3^2} \cdot \left( \frac{I_1}{P_c} \right)^m \begin{bmatrix} 3I_3 - \sigma_y \sigma_z \cdot I_1 \\ 3I_3 - \sigma_z \sigma_x \cdot I_1 \\ 2I_1 \sigma_x \tau_{xy} \\ 3I_3 - (\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \cdot I_1 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \frac{m}{P_a} \left( \frac{I_1}{P_a} \right)^{m-1} \quad (4.30)$$

$$\left\{ \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\} = - \left( 27 + \eta_2 \left( \frac{P_a}{I_1} \right)^m \right) \begin{bmatrix} \sigma_y \sigma_z \\ \sigma_z \sigma_x \\ -2(\sigma_z \tau_{xy}) \\ \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left( 3I_1^2 + \left( \frac{I_3}{I_1} \right) m \eta_2 \left( \frac{P_a}{I_1} \right)^m \right) \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial f_p}{\partial W_p} = \frac{f_p}{P_a} \left[ \frac{P_a}{qW_p} - bP_a \right] \quad (4.32)$$

$$\{ \sigma \}^T \left\{ \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \right\} = 3 \cdot g_p + m \cdot \eta_2 \cdot \left( \frac{P_a}{I_1} \right)^m \cdot I_3 \quad (4.33)$$

#### 4.2 排水 및 非排水學動解析을 위한 有限要素의 定式化

앞에서 설명한 彈·塑性 Work-hardening 모델을 사용하기 위하여 増分形式을 사용하여 平面變形率條件과 軸對稱條件에 동시에 이용 할 수 있는 有限要素式을 다음과 같이 誘導 한다.

全應力増分벡터  $\{\Delta\sigma\}$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\{\Delta\sigma\}^T = \{\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\tau_{xy}, \Delta\sigma_z\} \quad (4.34)$$

有效應力増分벡터  $\{\Delta\sigma'\}$ 는 다음과 같다.

$$\{\Delta\sigma'\}^T = \{\Delta\sigma'_x, \Delta\sigma'_y, \Delta\tau_{xy}, \Delta\sigma'_z\} \quad (4.35)$$

그리고 間隙水壓増分벡터  $\{\Delta U\}$ 는 다음과 같다.

$$\{\Delta U\}^T = \{\Delta U, \Delta U, 0, \Delta U\} \quad (4.36)$$

有效應力原理에 의하면 全應力増分벡터  $\{\Delta\sigma\}$ 는 다음과 같다.

$$\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma'\} + \{\Delta U\} \quad (4.37)$$

變形率増分벡터  $\{\Delta\varepsilon\}$ 은 다음과 같다.

$$\{\Delta\varepsilon\}^T = \{\Delta\varepsilon_x, \Delta\varepsilon_y, \Delta\gamma_{xy}, \Delta\varepsilon_z\} \quad (4.38)$$

有效應力増分과 變形率増分과의 관계식은 다음과 같다.

$$\{\Delta\sigma'\} = [C^{\sigma p}] \cdot \{\Delta\varepsilon\} \quad (4.39)$$

表面作用荷重増分벡터를  $\{\Delta P\}$ , 體積力増分벡터를  $\{\Delta b\}$ ,  $\{\Delta V\}$ 를 變位増分벡터라 하고  $\delta$ 를 임의의 微少假想増分 이라하면 가상일의 原理에 의하여 다음과 같이 표현 된다. 13)

$$\int_s \{\Delta P\}^T \delta\{\Delta V\} ds + \int_v \{\Delta b\}^T \delta\{\Delta V\} dv = \int_v \{\Delta\sigma\}^T \delta\{\Delta\varepsilon\} dv \\ = \int_v \{\Delta\sigma\}^T \delta\{\Delta\varepsilon\} dv + \int_v \{\Delta U\}^T \delta\{\Delta\varepsilon\} dv \quad (4.40)$$

要素 内部의 임의 지점에서의 變位増分은 節點座標 x, y의 線形函數로 가정 하였으며 다음식으로 표시된다.

$$\{\Delta V\} = [M] \cdot [A]^{-1} \cdot \{\Delta V_N\} \quad (4.41)$$

이 式에서  $[M]$ 은 x 와 y 의 1차항을 포함하고  $[A]^{-1}$ 은 節點變位増分벡터  $\{\Delta V_N\}$ 을 선형전개를 하기위한 적절한 계수로 변환시키는 행렬 표기이다. 式(4.41)을 미분하여 變形率増分을 다음식으로 표현한다.

$$\{\Delta\varepsilon\} = [B] \cdot \{\Delta V_N\} \quad (4.42)$$

式(4.39), (4.41), (4.42)를 式(4.40)에 代入하고 계속적으로 代數演算을 하면 다음과 같이 행렬이 구해진다.

$$\delta\{\Delta V_N\}^T \{\Delta P_N\} = \delta\{\Delta V_N\}^T (\{[K_N]\} \{\Delta V_N\} + \int_v [B]^T \{\Delta U\} dv) \quad (4.43)$$

여기서  $\delta\{\Delta V_N\}$ 의 크기는 임의로 정 할 수 있으므로 단위벡터를 취하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\{\Delta P_N\} = [K_N] \{\Delta V_N\} + \int_v [B]^T \{\Delta U\} dv \quad (4.44)$$

여기서

$$\{\Delta P_N\} = [A]^{-1} (\int_s [M]^T \{\Delta P\} ds + \int_v [M]^T \{b\} dv) \quad (4.45)$$

$$\{K_N\} = \int_v [B]^T [C^{\sigma p}] [B] dv \quad (4.46)$$



式(4.44)는 節點變位增분벡터 $\{\Delta V_N\}$ 을 節點力增분벡터 $\{\Delta P_N\}$ 에 剛性 행렬로 關係 시키고 있다. 일반적인 有限要素式에는 間隙水壓이 解析에 考慮되지 않기 때문에 式(4.44)의 마지막 항이 없으나 비배수조건에서는 間隙水壓이 平衡에 關係되기 때문에 間隙水壓 항이 포함된 것이다.

더 상세하게 마지막 항을 검토하면 다음과 같다.

$$\{\Delta U\}^T = [1, 1, 0, 1] \Delta U \quad (4.47)$$

따라서

$$\{G\}^T = [1, 1, 0, 1] \quad (4.48)$$

로 정의하면 편리하다. 式(4.44)의 마지막 항은  $\{G\} \cdot [B] \cdot \Delta U \cdot Vol.$  로 되며, Vol은 요소의 體積이다. 2개의 미지수를 크기가 같도록 하기 위하여 間극 수압을 體積係數( $K_B = E/3(1-2\nu)$ )로 나누어서 새로운 미지수  $\Delta H_N$ 를 다음과 같이 나타낸다.

$$\Delta H_N = \frac{\Delta U}{K_B} \quad (4.49)$$

따라서

$$\{\Delta P_N\} = [K_N] \cdot \{\Delta V_N\} + [K'_N] \cdot \Delta H_N \quad (4.50)$$

여기서

$$[K'_N] = \{G\} \cdot [B] \cdot Vol. \cdot K_B \quad (4.51)$$

(4.50)式은 일반적인 有限要素式에는 없는 間隙水壓인 미지수가 포함되어 있다. 그리하여 두개의 미지수에 하나의 式이 되므로 이 문제를 풀려면 하나의 式이 더 필요하며 이 式은 體積變化制御에 關係한 式이며 다음과 같다. 이때 軸對稱條件에서 體積變形率增분  $\Delta \epsilon_v$ 는 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_v &= \Delta \epsilon_x + \Delta \epsilon_y + \Delta \epsilon_z = [1 \ 1 \ 0 \ 1] [B] \{\Delta V_N\} \\ &= \{G\}^T [B] \cdot \{\Delta V_N\} \end{aligned} \quad (4.52)$$

(4.52)式 양변에  $K_B \cdot Vol.$ 를 곱하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_B \cdot Vol. \cdot \Delta \epsilon_v &= \{G\}^T \cdot [B] \cdot \{\Delta V_N\} \cdot Vol. \cdot K_B \\ &= [K'_N]^T \cdot \{\Delta V_N\} \end{aligned} \quad (4.53)$$

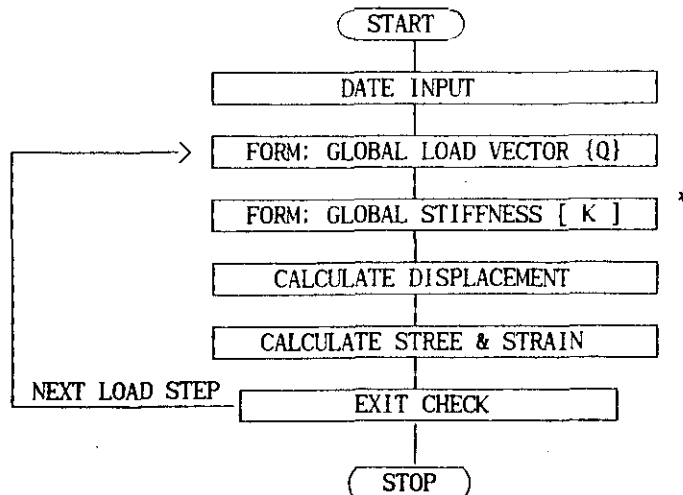
式(4.50)과 式(4.53)을 結合하면 要素에 대한 일반화된 다음과 같은 行列方程式을 얻을 수 있다.

$$\left[ \begin{array}{c|c} K_N & K'_N \\ \hline K'_N{}^T & 0 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} -\Delta V_N \\ \Delta H_N \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} -\Delta P_N \\ K_B \cdot Vol. \cdot \Delta \epsilon_v \end{array} \right] \quad (4.54)$$

여기서  $Vol. \cdot \Delta \epsilon_v$ 은 要素內的 體積變化增分量이며, 非壓縮性인 경우는 0이다. 그리하여 非排水解析을 할 경우  $K_B \cdot Vol. \cdot \Delta \epsilon_v = 0$ 으로 하여 미지수  $\Delta H_N$ 을 구하여 要素의 過剩間隙水壓을 계산하고 排水條件일때는  $\Delta H_N = 0$ 으로 하여 要素의 體積變形率增분을 구한다.

### 4.3 흐름도

본 프로그램에서 사용된 주 알고리즘의 흐름도는 Fig. 4.1에 나타내었으며 강성 매트릭스([K])를 만드는 알고리즘은 Fig. 4.2에 나타낸다.



\* Fig. 4.2참조

Fig. 4.1 Flow Chart of Main Program

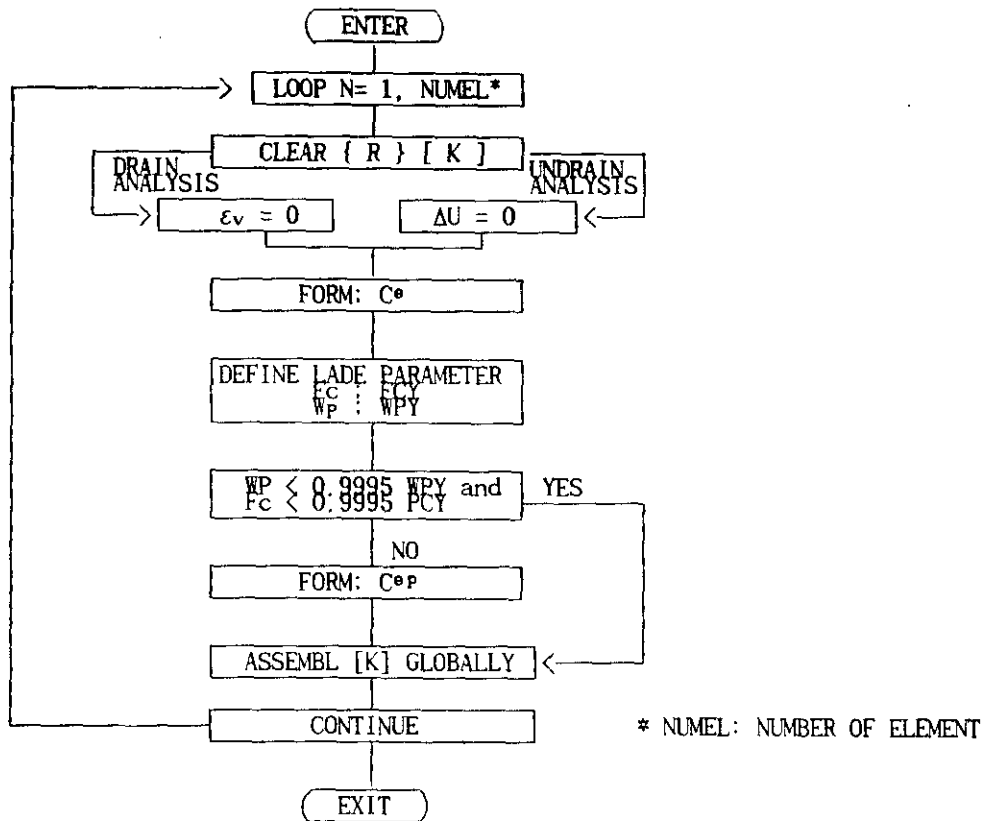


Fig. 4.2 Flow Chart of Global Stiffness Assembly

#### 4.4 흙의 排水舉動豫測

본 彈·塑性 Work-hardening 모델의 有限要素 프로그램의 정도를 확인하고 효용성을 검증하기 위해 앞서 개발한 증분프로그램(정해에 가까움)을 사용하여 계산한 결과와 有限要素프로그램으로 數値解析한 결과를 비교하기 위하여 그림 4.3에 Sacramento river sand의 排水三軸壓縮試驗結果와 함께 나타내었다.

Fig. 4.3은 排水三軸壓縮試驗結果를 應力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )와 軸變形率( $\epsilon_1$ )의 관계 및 體積變形率( $\epsilon_v$ )과 軸變形率( $\epsilon_1$ )의 관계로 나타낸 것이다. 이 그림에서 실선은 정해에 가까운 증분프로그램의 해석결과이며 파선은(보이지 않음) 有限要素프로그램으로 數値解析한 결과로서 軸變形率( $\epsilon_1$ )과 應力比의 관계 및 軸變形率( $\epsilon_1$ )과 體積變形率( $\epsilon_v$ )의 관계는 그림에서 보는 바와 같이 모델을 사용해 직접계산한 값과 數値解析結果는 거의 일치 하고있다. 이것으로 본 개발 프로그램의 정도가 높다는 것을 확인 할 수 있다.

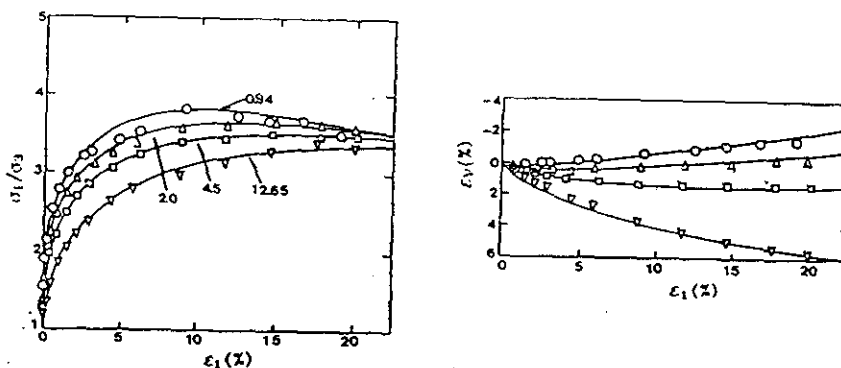


Fig. 4.3 Comparison between measured and FEM predicted stress-strain and volume change behaviour for loose Sacramento River sand

#### 4.5 흙의 非排水 舉動 豫測

非排水 條件에서 흙의 間隙水壓을 豫測하는데 여러 方法이 사용되어 왔다. 그중에서도 間隙水壓係數의 概念을 소개한 Skempton<sup>14)</sup> 方法이 가장 간단 하면서도 널리 사용되어왔다. 그는 포화된 흙에 대해서 間隙水壓變化量( $\Delta U$ )을 다음 식으로 표현했다.

$$\Delta U = \Delta\sigma_1 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) \quad (4.55)$$

여기서  $\Delta\sigma_1$  과  $\Delta\sigma_3$ 는 全主應力의 増分量 이다. 그리고 A는 實驗으로 결정되는 間隙水壓係數이다. 이 方法은 개념은 간단하나 몇가지 결점을 가지고있다. 즉 A의 값이 拘束應力과 應力水準에 따라 변화하고 또한 中間主應力의 影響이 포함되지 않은 것이다. 한편 Henkel은 平面應力 鉛直應力과 剪斷應力 増分量의 향으로 間隙水壓 變化量을 다음과 같이 표현했다.

$$\Delta U = 1/3 \left[ (\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3) + a\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \right] \quad (4.56)$$

여기서  $\Delta\sigma_1$ ,  $\Delta\sigma_2$ ,  $\Delta\sigma_3$ 는 全應力 増分量이고, a는 間隙水壓係數이다.

Henkel은 정규압밀된 Weald clay에 대한 三軸壓縮과 引張試驗에서 파괴시  $\Delta U$ 는 동일한 값을 갖는다고 지적하였다.<sup>15)</sup> Shibata와 Karube<sup>16)</sup>는 再成形된 Sakai 점토에 대한 軸應力試驗에서 모든 中間主應力값에 대하여 발생된 間隙水壓값이 (4.56)식의 표현 方法을 잘 따른다고 하였다. 위에서 나타난 식들은 全應力 變化量을 알면 間隙水壓 變化량은 추정 할수 있지만 흙에서 일어나는 變形率에 대응하여 결정된 것은 아니다. 한편 Roscoe등<sup>11, 17)</sup>이 제안한 Cam-clay 모델에서는 間隙水壓의 變化량은 非排水試驗에 대한 이상화시킨 有效應力經路에 근거하여 계산 할 수 있다. 이때는 흙의 變形율이 고려되었다. 위에 말한 여러 方法과는 달리 本文에서는 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 構成式으로 선정하였기 때문에 荷重 增加가 있을 때 體積變化가 생기지 않는다는 條件에 근거하여 본 有限要素法을 사용하여 間隙水壓增加量을 계산한다.

그리고 본 문에서 사용한 方法의 타당성을 확인하기 위하여 Seed and Lee<sup>18)</sup>에 의해서 Sacramento river sand의 實驗結果와 비교한 것이 Fig. 4.4이다. Fig. 4.4로부터 알 수 있는 바와 같이 測定値와 計算結果値가 잘 일치하고 있다. 따라서 배수뿐만 아니라 非排水舉動解析을 할 때 에도 본 유한요소프로그램의 적용성이 높다.

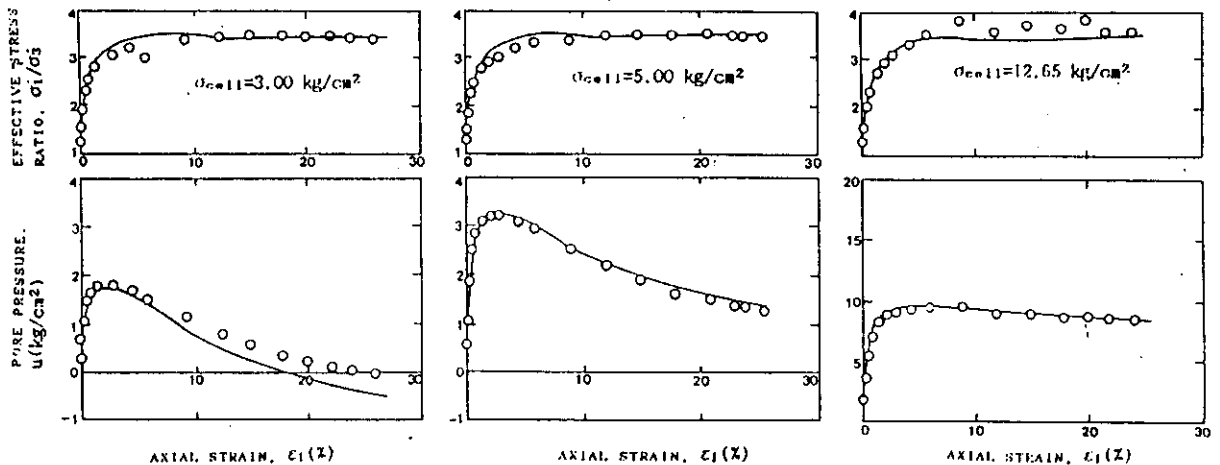


Fig. 4.4 Comparison between measured and FEM predicted stress-strain and Pore pressure relations for loose sacramento River sand

#### 5. 模型地盤의 應力-變形 舉動解析 例

이상과같이 2 가지의 개발프로그램을 통해서 彈塑性 Work-Hardening 모델에 의한 지반의 應力-變形에 관한 電算프로그램을 提案하였다. 그리고 그결과는 매우 만족스러울 정도로 實驗結果를 뒷받침하고 있음을 알았다. 따라서 본 프로그램을 이용하여 다음과같은 가상지반에 適用하여 얻어지는 結果를 정리해본다.

### 5.1 模型 地盤의 解析 條件

1) 모형 지반의 解析 영역은 지름 40m 길이 12m 地盤에 直徑 8m의 圓形 荷重이 作用한 경우로 하고 軸對稱이므로 반쪽만을 취하여 7層 70개 要素 88節點으로 분할하였으며 Fig. 5.1과 같다.

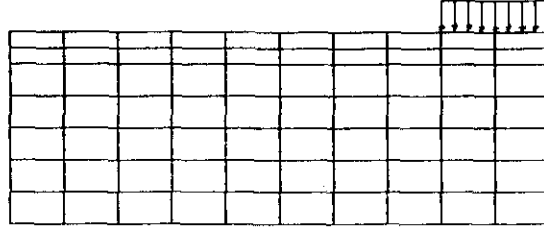


Fig. 5. 1 Finite Element Grids

- 2) 荷重은 非排水強度의 破壞에 가까운  $15\text{t/m}^2$ 까지 每段階  $1\text{t/m}^2$ 씩 增加 시킨다.
- 3) 模型地盤의 境界條件은 바닥은 水平變位만 許容하고 側面은 鉛直變位만 許容한다.
- 4) 數值解析에 사용한 土質常數값은 Table 1에 나타냈으며 初期應力은 깊이에 따라 變化시켰다.

Table 1 토질 매개변수 (주문진 표준사의 실험결과)

Kur	n	$\nu$	c	P	$\eta$	m
676	0.675	0.265	0.00031	0.716	37	0.156
S	t	P	r	l	$\alpha$	$\beta$
0.475	-1.97	0.08	1.23	1.82	2.43	0.40

### 5.2 解析結果 및 考察

#### 5.2.1 鉛直應力

Fig. 5.2a에는 彈性地盤으로 假定하고 全鉛直應力增分값을 구하여 이것을 作用荷重( $15\text{t/m}^2$ )으로 나누어 規準化한 값을 排水와 非排水 조건을 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 彈性地盤에서는 全鉛直應力增分값이 兩者가 거의 같은 값을 나타내고 있다. 이것은 全鉛直增分應力은 排水條件에 무관함을 알 수 있다. Fig. 5.2b에는 地盤을 彈·塑性材料로 가정하여 規準化한 全鉛直應力增分값을 排水와 非排水 경우를 비교한 것이다. 정도의 차이는 있으나 彈·塑性地盤에서도 두 條件에서 얻은 값이 거의 비슷하게 나타나고 있다.

Fig. 5.2c는 排水條件에서 彈性和 彈·塑性的 경우를 비교하여 나타내었으며, Fig. 5.2d는 非排水條件에서 彈性地盤과 彈·塑性地盤을 비교한 것이다. 이 두 경우도 彈·塑性地盤과 같은 정도로 거의 비슷한 값을 나타내고 있다. 이것은 材料의 剛性이 全鉛直應力增分發生에 무관함을 나타내고 있음을 알 수 있으며, Boussinesq의 地中應力 解析에서 全鉛直應力增分값은 彈性土質媒介變數( $E, \nu$ )와 무관하다는 사실과도 관련이 있는 듯 하다.

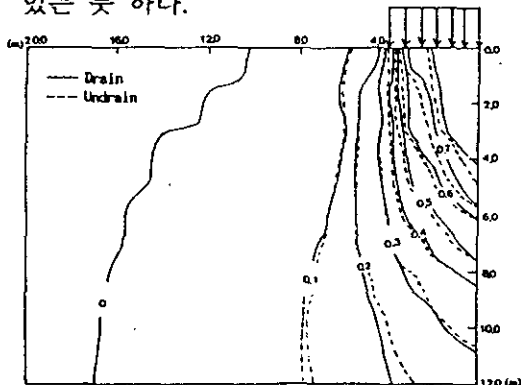


Fig. 5-2a. Comparison of Elastic Drained Condition with Elastic Undrained Condition for Normalized Total Vertical Stress Increments.

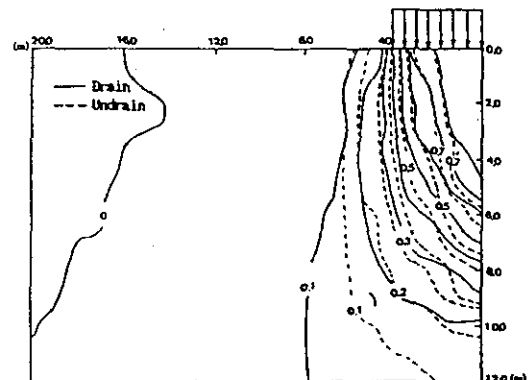


Fig. 5-2b. Comparison of Elasto-Plastic Drained Condition with Elasto-Plastic Undrained Condition for Normalized Total Vertical Stress Increments.

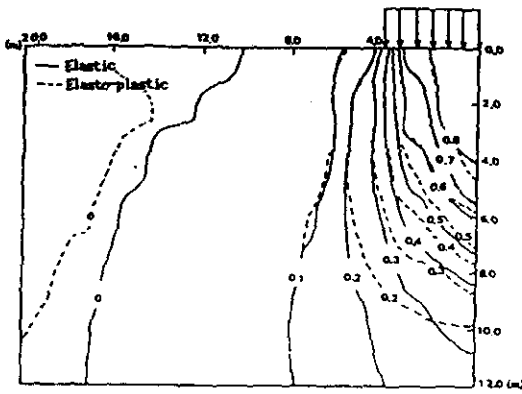


Fig. 5-2c. Comparison of Elastic Drained Condition with Elasto-Plastic Drained Condition for Normalized Total Vertical Stress Increments.

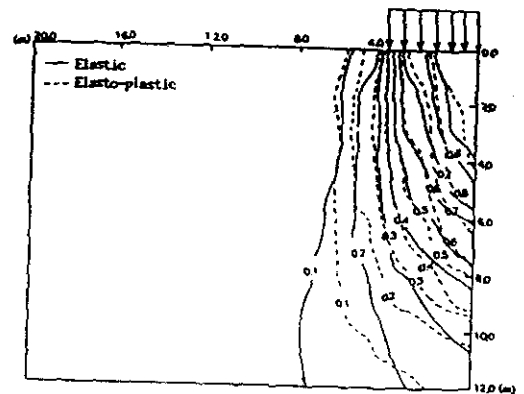


Fig. 5-2d. Comparison of Elastic Undrained Condition with Elasto-Plastic Undrained Condition for Normalized Total Vertical Stress Increments.

### 5.2.2 水平應力

排水 및 非排水條件에서 彈性모델과 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 각각 사용하여 구한 全水平應力增分값을 作用荷重( $15t/m^2$ )으로 나누어 規準化한 값을 서로 비교 하여 나타낸 것이 Fig. 5.3 이다. Fig. 5.3a에는 彈性排水와 非排水로 解析한 結果를 비교 한 것이고 Fig. 5.3b에는 彈·塑性排水와 非排水를 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 全水平應力增分값은 非排水條件이 排水條件보다 크게 나타난다. 이것은 흙의 橫方向土壓係數와 관련이 있으며 間隙水壓의 橫方向傳達壓力은 鉛直應力과 같음을 고려하면 當연한 結果라고 생각 할 수 있다. 그리고 水平應力에 좌우되는 옹벽등의 土압계산에 있어서 排水條件을 고려하는 것이 이해된다. Fig. 5.3c에는 排水條件에서 彈性모델과 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 서로 비교 하여 나타낸 것이고, Fig. 5.3d에는 非排水條件에서 彈性모델과 彈·塑性 Work-Hardening 모델로 解析한 結果를 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 어느경우나 彈·塑性일때가 彈性일때보다 큰 값을 나타내고 있다. 이것은 橫方向土壓係數가 흙이 연약 할 수록 크다는 것과 관련되며 합리적 結果라고 생각된다.

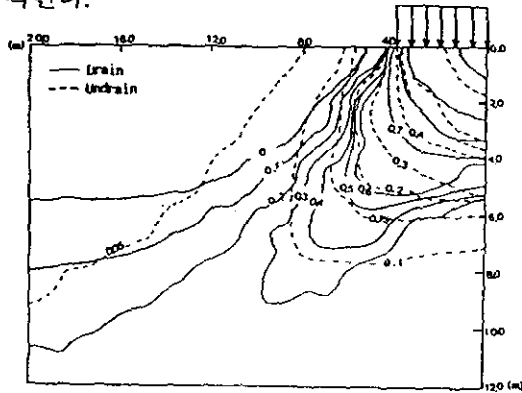


Fig. 5-3a. Comparison of Elastic Drained Condition with Elastic Undrained Condition for Normalized Total Horizontal Stress Increments.

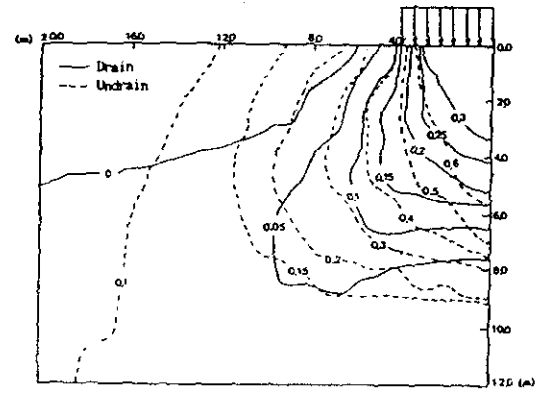


Fig. 5-3b. Comparison of Elasto-Plastic Drained Condition with Elasto-Plastic Undrained Condition for Normalized Total Horizontal Stress Increments.

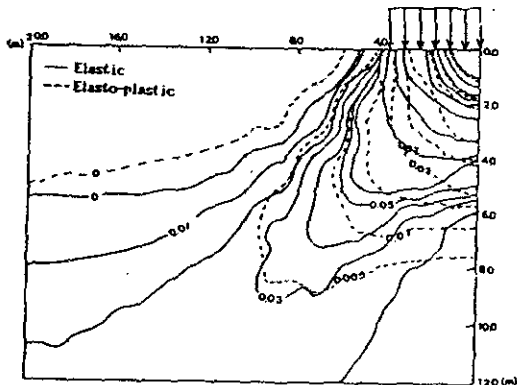


Fig. 5-3c. Comparison of Elastic Drained Condition with Elasto-Plastic Drained Condition for Normalized Total Horizontal Stress Increments.

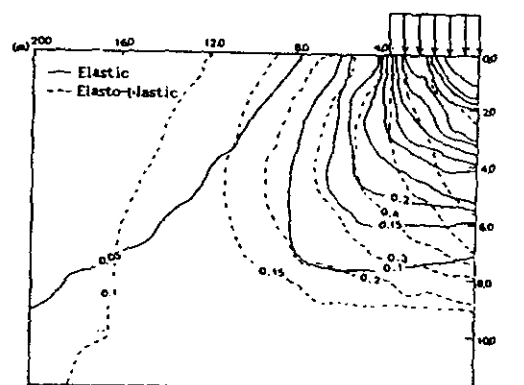


Fig. 5-3d. Comparison of Elastic Undrained Condition with Elasto-Plastic Undrained Condition for Normalized Total Horizontal Stress Increments.

### 5.2.3 最大剪斷應力

排水 및 非排水條件에 따른 彈性 및 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 사용하여 구한 最大剪斷應力을 作用荷重으로 나누어 規準化한 값을 서로 비교하여 Fig. 5.4에 나타냈다. Fig. 5.4a에는 彈性排水와 非排水로 解析한 結果를 비교하여 나타낸 것이고 Fig. 5.4 b에는 彈·塑性排水와 非排水를 비교하여 나타낸 것이다. 이 그림에 나타낸 바와 같이 最大剪斷應力은 彈性材料에서는 排水條件의 영향이 없으나 彈·塑性材料의 排水인 경우가 非排水일 때 보다 약간 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. Fig. 5.4c에는 排水條件에서 彈性모델과 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 비교하여 나타낸 것이고 Fig. 5.4d는 非排水條件에서 彈性모델과 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 비교하여 나타낸 것이다. 그림에 나타낸 바와 같이 彈·塑性 排水條件에서만 등고선이 鉛直方向에서 깊이 방향으로 이동하여 나타나고 있다. 결과적으로 最大剪斷應力은 彈·塑性 排水條件에서만 다른 값을 나타낸다고 말할 수 있다.

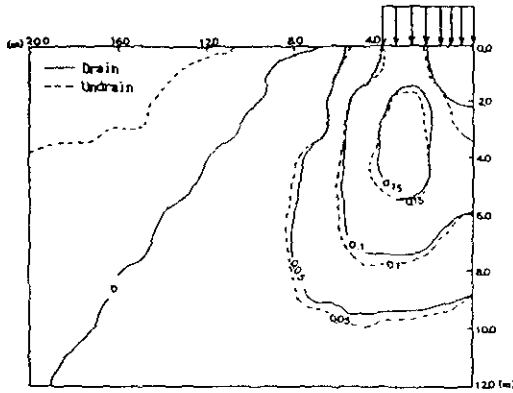


Fig. 5-4a. Comparison of Elastic Drained Condition with Elastic Undrained Condition for Maximum Shear Stresses.

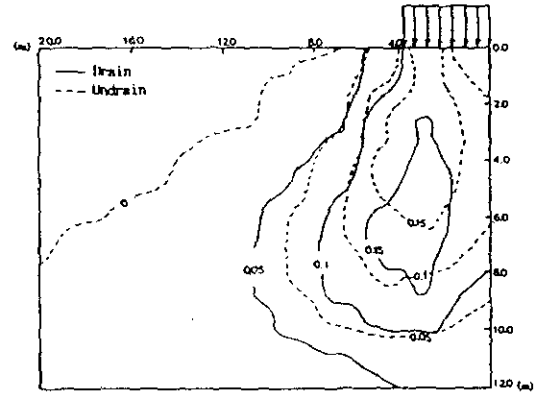


Fig. 5-4b. Comparison Elasto-Plastic Drained Condition with Elasto-Plastic Undrained Condition for Maximum Shear Stresses.

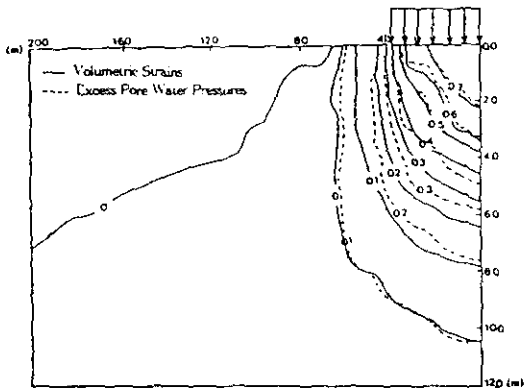


Fig. 5-5c. Relationship Volumetric Strains and Excess Pore Water Pressures Using the Elastic Model.

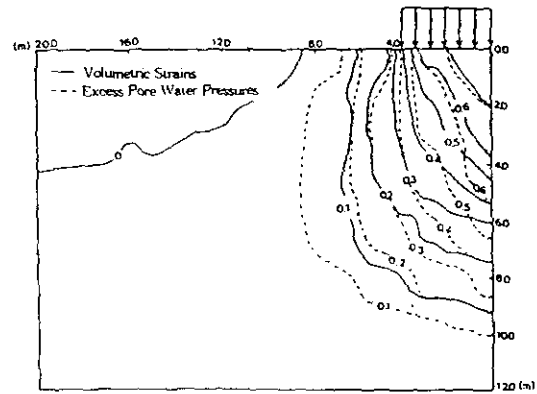


Fig. 5-5d. Relationship Volumetric Strains and Excess Pore Water Pressures Using the Elasto-Plastic Hyperbolic Model.

### 5.2.4 間隙水壓과 體積變形率

非排水條件으로 彈性모델과 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 사용하여 구한 過剩間隙水壓을 作用荷重으로 나누어 規準化한 후 서로 비교하여 Fig. 5.5a에 나타냈다. 彈·塑性 Work-Hardening 모델의 경우가 彈性보다 間隙水壓이 10-15% 정도 크게 나타나고 있다. 이것은 排水條件일 때 彈·塑性인 경우 體積變形量이 크게 나타난 것과 관련이 있으며 壓縮性이 큰 彈·塑性材料의 間隙水壓이 크게 나타난 것으로 생각된다. Fig. 5.5b에는 排水條件으로 彈性모델과 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 사용하여 구한 體積變形率을 作用荷重으로 나누어 規準化하여 서로 비교한 것이다. 그림에 나타낸 바와 같이 彈·塑性 Work-Hardening 모델의 경우가 거의 일정하게 0.01% 정도 큰 값을 나타내고 있다. 이것은 彈·塑性材料가 壓縮性이 크다는 것을 의미한다. 그리고 Fig. 5.5c에는 彈性地盤에서 排水條件에서 얻은 體積變形率과 非排水條件일 때의 間隙水壓의 관계를 비교하여 나타냈고 5.5d에는 彈·塑性 Work-Hardening 모델을 사용하여 계산한 것을 서로 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서 보는바와 같이 體積變形率과 間隙水壓은 어떤 일정한 비례관계를 (다만 過剩間隙水壓의 0 인 선은 그림 밖에 存在하게 된다) 나타내고 있다. 이것을 荷重增加에 따른 體積變化가 억제 되면서 間隙水壓이 발생한 結果라고 생각된다.

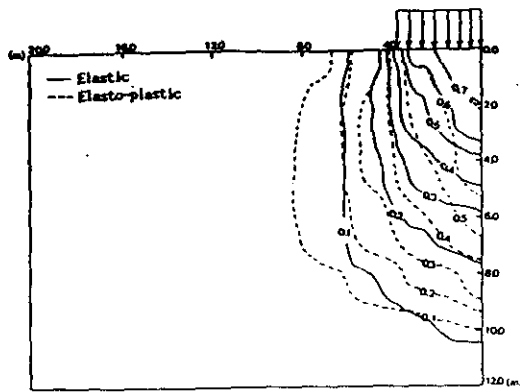


Fig. 5-5a. Comparison of Elastic Model with Elasto-Plastic Hyperbolic Model for Excess Pore Water Pressures.

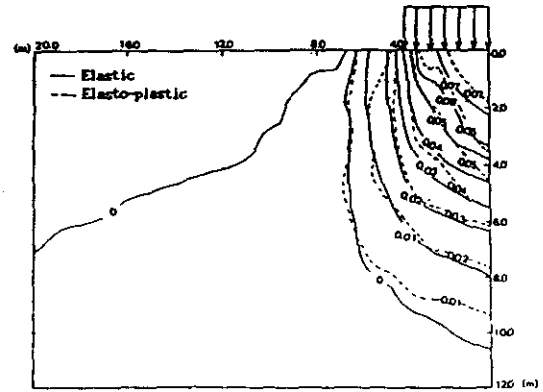


Fig. 5-5b. Comparison of Elastic Model with Elasto-Plastic Hyperbolic Model for Volumetric Strains.

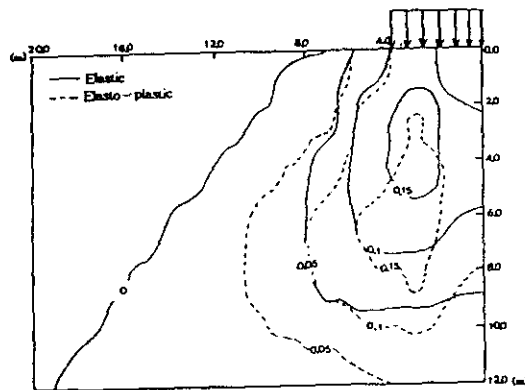


Fig. 5-4c. Comparison of Elastic Drained Condition with Elasto-Plastic Drained Condition for Maximum Shear Stresses.

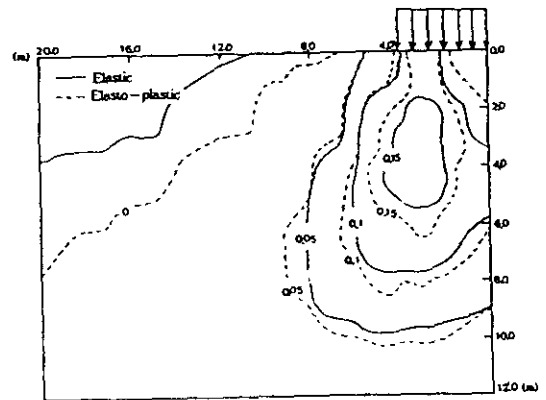


Fig. 5-4d. Comparison of Elastic Undrained Condition with Elasto-Plastic Undrained Condition for Maximum Shear Stresses.

## 6. 結 論

構成式으로서 Lade의 彈·塑性 Work-Hardening 모델은 실제 흙의 應力-變形率 관계를 매우 정도높게 說明할 수 있는 모델이지만 여기에 필요한 土質媒介變數가 매우 많고 복잡하여 實用化되지 못하였다. 본문은 이 媒介變數를 전산처리할 수 있는 알고리즘을 開發하고 동시에 이모델을 이용하는 地盤의 應力-變形解析用 유한요소 프로그램을 확장개발하여 實用화 하였다. 그리고 주문진 표준사에 의한 地盤모델을 가정하여 축대칭조건의 地盤解析을 한 결과 다음과같은 結論을 얻었다.

- 1) 全鉛直應力增分은 排水條件 및 材料의 構成式에 거의 영향을 받지 않는다.
- 2) 全水平應力增分은 排水條件 및 材料의 構成式에 따라서 상당한 영향을 받는다.
- 3) 最大剪斷應力은 彈·塑性材料에서만 排水條件의 영향을 받는다.
- 4) 過剩間隙水壓과 體積變形率은 構成式에 다소 영향을 받고 있으며 兩者의 분포는 거의 같은 경향을 나타낸다.

## 參考文獻

1. Kondner, R.L., 1963, " Hyperbolic Stress-Strain Response :Cohesive Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, No. SM1, pp. 115-143.
2. Duncan, M.J. and Chang, C.Y. 1970, " Nonlinear analysis of stress and strain in soil", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 96 No. SM5, pp.1629-1653.
3. Clough, R.W. and Duncan, J.M. 1971, " Finite element analasysis of retaining wall behaviour ". Journal of the soil mechanics and foundations Division, ASCE, Vol.97, No. SM12, pp 1657-1673
4. Lade. p.v.and Duncan, J.M. 1975, " Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil". Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.101, No. GT10, pp.1037-1053.
5. Lade, P.V. 1977, "Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces".Int. J. Solids and Structs,Pergamon press Inc. New York, Vol.13 pp. 1019-1035.
6. Lade. P.V. 1978. "Prediction of undrained behavior of sand". Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.104, No.GT6 pp.721-735
7. Lade. P.V.and Nelson, R.B. 1984, " Incrementalization Procedure for elasto-plastic constitutive model with multiple, intersecting yield surfaces". International Journal for numerical and analytical Methods in Geomechanics. Vol 8, pp. 311-323
8. Lade, P.V. 1986, " Three-Dimensional behaviour and parameter evaluation of an elastoplastic soil model", Geomechanical Modeling in Engineering practice, pp. 297-311.
9. Lade, P.V., 1979, " Stress-strain Theory for Normally Consolidated Clay".Proceedings of the Third International Conference on Numercal Method in geomechanics Aachen, West Germany, Vol.IV, PP1325-1337.
10. Druker, D.C., Gibson, R.E. and Henkel, D.J., 1957, " Soil mechanics and work-hardening theoris of plasticity", Trans. Vol.122 PP.333-345.
11. Roscoe, K. H., Schofield, A. N., and Worth, C.P., 1958. " On the Yielding of soil". Geotechnique. London, England, Vol. 8. No. 1 pp.22-52
12. Ko, H-Y. and Strue, S., 1989, " State of the art: data reduction and application for analytical Modeling, Constitutive equations for granular non-cohesive soils", ASTM, STP740, pp.329-386.
13. Christian, J.T. 1968, "Underained stress distributions by numerical method" Journal of the soil mechanics and foundations, Division, ASCE, Vol.94, No. SM6, pp. 1333-1345
14. Skempton, A.W., 1954 " The pore pressure coefficients A and B." Geotechnique, London, England, Vol. 4, No. 4, pp 143-147
15. Henkel, D. J., and Wade, N.H., 1966, " Plane strain tests on a saturated remolded clay." Journal of the soil mechanics and foundations, Division, ASCE. Vol.92, No. SM 6, pp. 67-80.
16. Shibata, T., and Karube, D., 1965. "Influence of the variation of the intermediate principal stress on the mechanical properties of normally consolidated clays". proceedings of the 6th international conference on soil mechanics and foundation engineering, Vol.I, pp 359-363.
17. Roscoe, K. H. and J. B. Burland., 1968. " On the generalized stress strain behaviour of 'wet' clay", Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press. pp. 535-609.
18. Seed, H.B. and Lee, K.L. 1967, " Undrained strength characteristics of cohesionless soils". Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.93, No. SM6, pp.333-360.

## 감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 1991년도 연구비 지원으로 이루어진 것으로 동재단의 지원에 감사합니다.