

압전형 서어보 감쇠기를 이용한 외팔보계의 진동제어

Vibration Control of a Cantilever Beam by using a Piezoelectric Servo-Damper

○ 이 상호*
Sang-Ho Lee

지 원호**
Won-Ho Jee

이 종원**
Chong-Won Lee

I. 서 론

최근 자동화기술의 발달에 따라 산업용 로봇팔의 경량화, 고속화를 실행하게 되는 경우와 우주, 원자력발전소 등과 같은 특수한 환경하에서 매니퓰레이터 (manipulator)를 제어하게 되는 경우가 많아지고 있는데, 이때 팔의 강성이 충분하지 않으면 위치결정시 목표점에서의 과도진동이 발생하게 되어 위치결정정도와 작업효율이 저하된다. 그러므로 이러한 경량화된 장비들의 진동특성을 파악하고 운동시 발생하는 진동을 효율적으로 제어할 수 있는 제어기 (controller)를 설계하여 잔류진동을 감쇠시키므로써 위치결정시간을 줄일 수 있고, 전체 작업행정시간이 단축되므로써 작업효율을 향상시키는 효과를 가져오게 된다.

이때 원하고자 하는 제어를 하기 위해서는 제어대상 (plant)의 계규명 (system identification)을 정확히 하여야 하는데 해석적으로 계를 규명하기가 까다로운 경우 제어기를 설계하는 것이 사실상 어렵게 되므로 이러한 경우 실험적인 방법으로 주파수응답함수 (Frequency Response Function)를 구해 계의 모형 (model)을 구하는 방법이 널리 사용되고 있다.

이 분야에 있어서 기존의 논문들은 팔의 변위를 측정하여 진동을 제어하나 이러한 방법들은 간헐적으로 움직이는 산업장비 (예 : 로봇의 팔)의 과도응답을 제어하기에는 부적합하다. 따라서 본 연구에서는 이러한 장비들의 과도응답을 효과적으로 제어할 수 있도록 가속도계를 사용, 가속도를 측정하여 변위를 제어하고자 한다.

II. 이론 해석

압전소자란 힘이나 가속도를 가하면 전하가 발생하거나 반대로 전하를 가할 때 변위가 발생하는 결정체로서 이러한 압전소자에 전압이 가해질 때 그 변위는 항상 일정한 관계를 유지하는 것은 아니며 약간의 히스테리시스를 갖게 된다. 따라서 전압과 변위사이의 관계를 선형화할 필요가 있는 경우 기준 구동전압을 설정해야 한다 [1].

무한자유도를 갖는 외팔보는 진동특성상 1차 모드가 지배적이므로 Rayleigh method에 의해 외팔보계를 등가질량과 등가탄성계수를 갖는 1자유도계로 단순화하였다. 여기에 1자유도계로 간략화한 동력전달계로써 압전형 서어보 감쇠기를

포함시키면 그림 1와 같이 2자유도계로 고려할 수 있다. 이때 외팔보 - 감쇠기로 이루어진 전체계의 운동방정식은

$$\begin{aligned} M_b \ddot{X} &= -C_p \dot{X} - K_p X - c_p \{ \dot{X} - \dot{x} - \Delta \dot{L}(t) \} - k_p \{ X - x - \Delta L(t) \} \\ m \ddot{x} &= -c_p \{ \dot{x} - \dot{X} + \Delta \dot{L}(t) \} - k_p \{ x - X + \Delta L(t) \} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 M_b, C_p, K_p 는 각각 외팔보계의 등가질량, 등가감쇠계수, 등가탄성계수이며 m, c_p, k_p 는 각각 압전형 서어보 감쇠기의 질량, 감쇠계수, 탄성계수이고 $X(t)$ 와 $x(t)$ 는 각기 외팔보 끝단 및 압전형 서어보 감쇠기질량의 절대변위를 나타낸다. 여기서 $\Delta L(t)$ 는 순수한 인가전압에 의해서 발생하는 압전소자의 변위량이 되며 따라서 $c_p \Delta \dot{L}(t) + k_p \Delta L(t)$ 는 인가전압에 의해 서어보 감쇠기에서 발생하는 순수한 힘이 된다 [2].

식 (1)을 정리하여 Laplace 변환한 후, 외팔보 끝단 및 감쇠기질량의 절대변위에 관하여 나타내면

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} X(s) \\ x(s) \end{Bmatrix} &= \frac{1}{\Delta(s)} \begin{Bmatrix} ms^2 + c_p s + k_p & (c_p s + k_p) \\ (c_p s + k_p) & M_b s^2 + (C_p + c_p)s + (K_b + k_p) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix} (c_p s + k_p) \Delta L(s) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $X(s), x(s), \Delta L(s)$ 는 각기 $X(t), x(t), \Delta L(t)$ 의 Laplace 변환이며 $\Delta(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= m M_b s^4 + \{ m(C_b + c_p) + M_b c_p \} s^3 + \{ (c_p C_b + k_p M_b \\ &+ m(K_b + k_p)) \} s^2 + (c_p K_b + C_b k_p) s + K_b k_p \end{aligned} \quad (3)$$

순수 인가전압에 의해 압전형 서어보 감쇠기에서 발생하는 힘 $(c_p s + k_p) \Delta L(s)$ 를 $F(s)$ 라고 할 때 $F(s)$ 를 입력으로 하고 외팔보 끝단의 절대변위 $X(s)$ 를 출력으로 하는 전달함수 $G(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{ms^2}{\Delta(s)} \\ &= \frac{s^2}{M_b} \\ &= \frac{1}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

* (주)기아자동차 중앙기술연구소

** 한국과학기술원 기계공학과

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{C_b + c_p}{M_b} + \frac{c_p}{m} \\
 a_2 &= \frac{C_b c_p}{m M_b} + \frac{K_b + k_p}{M_b} + \frac{k_p}{m} \\
 a_3 &= \frac{c_p K_b + C_b k_p}{m M_b} \\
 a_4 &= \frac{k_p K_b}{m M_b}
 \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)로 주어진 계의 모형에서 특기할 만한 것은 전달함수의 분자가 s^2 으로 표현되는 점이며 본모의 항에서 결정되는 2개의 모드는 각기 외팔보 지배 모드 및 감쇠기 지배 모드로 구분되는데 일반적으로 압전소자의 강성계수가 매우 높으므로 2차 모드 고유진동수는 1차 모드 고유진동수에 비해 매우 높게 나타난다. 충격가진실험을 통해 계의 주파수응답함수를 구해보면 위 모형의 1차 모드인 6.4 Hz와 압전형서보감쇠기에 의한 2차 모드인 2.4 kHz 사이에는 보의 여러 고차 모드가 나타나고 있으므로 앞서 구한 모형은 계의 특성을 충분히 반영하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 잔류진동에서 지배적인 1차 모드의 주파수대역에서 랜덤가진실험을 행하여 구한 실험적 모형으로부터 계의 매개변수를 규명하고자 하며 이때 구하고자 하는 전달함수는 작동기에 가해지는 랜덤신호(random signal)를 입력으로 하고 센서에서 측정된 변위신호를 출력으로 하는 주파수응답함수가 된다.

그림 2와 같이 실험장치에 부착되어 있는 작동기로 관심 있는 1차 모드에 해당하는 주파수대역의 대역제한 랜덤가진(band limited random noise excitation)을 계에 가하여 그림 3에 보인 바와 같은 주파수 응답함수를 구한 후, 적절한 극점(pole)과 영점(zero)의 개수를 결정하고 곡선근사화를 하여 계의 주파수응답함수를 구하게 된다. 그림 3에 보인 바와 같이 0 ~ 10 Hz 주파수대역에서는 1자유도계로 단순화할 수 있으므로 극점의 개수를 2개로 정하였고 주파수가 커짐에 따라 주파수응답함수의 값이 일정하게 유지되는 경향을 보이므로 영점의 개수도 극점의 개수와 같이 2개로 하였다. 이때 구한 주파수응답함수는 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$G_s(s) = \frac{0.001755s^2 - 0.0009437s - 0.0009372}{s^2 + 0.109s + 1618.6} \quad (6)$$

실험적으로 구한 식(6)의 주파수응답함수는 s -영역에서 계의 영점이 우평면 허수축 가까이에 위치하는 non-minimum phase 계로 나타나고 있다 [3]. 그러나, 수학적 모형에서 구한 전달함수의 분자항에는 s^2 항만이 있는 것으로 미루어 실험적으로 구한 전달함수의 분자항에도 s^2 만이 남는 것이 타당하다고 보아진다. 이러한 전달함수형태로 곡선근사화를 한 결과는 그림 4와 같으며 이때의 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 G_s(s) &= \frac{0.0017954s^2}{s^2 + 0.109s + 1618.6} \\
 &= \frac{as^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}
 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 \text{여기서 } a &= 0.0017954 \\
 \zeta &= 0.00135 \\
 \omega_n &= 40.23 \text{ (rad/sec)} \\
 f_n &= \omega / (2\pi) = 6.4 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

식(7)로 주어진 전달함수를 갖는 계의 잔류진동을 제어하기 위해서는 계에 감쇠(damping)를 부여할 수 있는 적분 또는 비례적분제어기(I 또는 PI-controller)를 사용하며 제어기의 전달함수 $G_c(s)$ 를 $K_p + (K_I/s)$ 라 할 때 계와 제어기를 포함한 전달함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 G_{\text{closed}}(s) &= \frac{G_c(s)G_s(s)}{1 + G_c(s)G_s(s)} \\
 &= \frac{\left(K_p + \frac{K_I}{s}\right) \frac{as^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}}{1 + \left(K_p + \frac{K_I}{s}\right) \frac{as^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}} \\
 &= \frac{as(K_p s + K_I)}{(1 + aK_p)s^2 + (aK_I + 2\zeta\omega_n)s + \omega_n^2}
 \end{aligned} \quad (8)$$

이 계의 특성방정식은 다음과 같다.

$$s^2 + \frac{aK_I + 2\zeta\omega_n}{1 + aK_p}s + \frac{\omega_n^2}{1 + aK_p} = 0 \quad (9)$$

식(9)로부터 적분제어기 이득이 증가할수록 계의 감쇠비가 증가하게 되며 동일한 적분제어기 이득에서 비례제어기 이득이 증가할수록 계의 감쇠특성이 나빠짐을 알 수 있다. 결론적으로 순수 적분제어를 하는 경우 감쇠특성을 극대화할 수 있음을 알 수 있다.

III. 실험 장치 및 방법

외팔보 끝단에 있는 가속도계로부터 측정된 가속도는 대역폭과 필터 및 적분기를 내장한 전하증폭기(model: B & K Type no. 2635)를 거쳐 변위신호로 관측되어지고 피뢰증폭기를 통과한 신호는 압전형 서보 감쇠기를 구동하게 된다. 이때 실험장치간의 불특정도를 그림 5에 나타내었다. 실험에서 사용한 외팔보는 S45C steel 로써 질량이 1.1 Kg, 보의 길이 0.700 m, 높이 0.01 m, 폭 0.02 m이며 컴퓨터는 Televideo AT. (Rev D)를 사용하였고 A/D, D/A 변환기(converter)로는 DT 2821 변환기를 사용하였다. 압전형 서보 감쇠기는 그림 6에 보인 바와 같이 어댑터(adaptor)는 외팔보계와 압전형 서보 감쇠기를 연결시켜주는 역할을 하고 압전형 서보 감쇠기는 적층형 압전소자(model: NLA10*10*18, 제조업체: Tokin, 탄성계수: 55 Gpa, 최대인가전압 + 100 V, 최대변위: +15 μ m). 서보 감쇠기질량(S45C steel, 질량 m = 0.810 Kg, 외경: 0.09 m, 내경: 0.048 m, 폭: 0.026 m)으로 구성되며 압전소자는 어댑터와 서보 감쇠기 질량사이에 놓이게 되어 계의 진동을 제어할 수 있는 형태를 갖게 된다. 본 실험은 컴퓨터를 사용한 on-line 이산적분제어(digital integral control) 방식을 취하므로 샘플링 신호에 대한 이산적분을 컴퓨터에서 수행해야 한다. 이때 수치적분에 의해 발생하는 DC 오프셋(offset)을 제거하기 위해 비교적

간단한 1 차 고주파통과 필터인 디지털필터 (digital filter) 를 1 개, 2 개 또는 3 개를 직렬로 사용한 후 제어를 하였다 [4] .

실험에서 사용된 필터의 전달함수 $G_f(s)$ 는

$$G_f(s) = \frac{s}{s+a} \quad (10)$$

가 되며 여기서 a 는 필터의 cut-off frequency 이다.

s - 영역에서 설계된 필터를 z - 영역에서의 디지털필터로 바꾸기 위해 Tustin 의 근사화를 사용하였다. 제어샘플링시간 간격을 h 라 할 때 필터의 이산화 전달함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} G_f(z) &= G_f(s) \Big|_{s=\frac{2}{h}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)} \\ &= \frac{1}{\frac{2}{h}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)+a} \\ &= \frac{h(z+1)}{(ha+2)z+ha-2} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 1 Hz 이상의 고주파수만을 통과시키기 위해서 cut-off frequency a 를 2π (rad/sec) 로 정하면 계의 고유진동수 6.4 Hz 부근에서의 필터에 의한 출력신호 크기 및 위상지연은 다음과 같다.

크기 지연 :

$$1 - \frac{2\pi \cdot 6.4}{\sqrt{(2\pi \cdot 6.4)^2 + (2\pi)^2}} = 0.0120 \quad (14)$$

위상 지연 :

$$\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{2\pi \cdot 6.4}{2\pi}\right) = 8.88^\circ \quad (15)$$

가속도계로부터 샘플된 변위신호를 $u(k)$ 라 할 때 $u(k)$ 를 입력으로 하며 디지털 필터를 1 개 사용할 때 디지털 필터링된 변위적분신호 $y(k)$ 를 출력으로 하는 경우 $y(k)$ 에 관한 식을 써보면 다음과 같다.

$$y(k) = \frac{1}{2+ha} \{ (2-ha)y(k-1) + hu(k) + hu(k-1) \} \quad (16)$$

2 개 또는 3 개의 디지털 필터를 직렬로 사용하는 경우에 최종적으로 필터링된 출력은 위의 유사한 방법으로 구할 수 있다.

파워증폭기 (power amplifier) 의 출력제한 (+ 30 V, 2A) 으로 인해 서어보 감쇠기인 압전소자에서 얻어지는 최대변위는 $5\mu\text{m}$ 이하이며 증폭기에 이보다 더 큰 입력신호가 들어오면 출력포화가 생기므로 압전소자에서 더 이상의 변위를 얻을 수는 없다. 이로 인해 제어기에서 비포화제어가 실현되어질 수 있는 이득이 제한을 받게 된다[5]. 이러한 제어기 이득의 제한과 관련된 제어성을 관찰하기 위해 제어신호에 포화가 일어나지 않는 제어기 이득의 범위내에서 뿐만

이 아니라 제어신호에 완전히 포화가 일어나는 이득범위에서도 실험을 수행하여 그 특성을 비교하였다.

실험결과 및 고찰

제어기 이득에 따른 계의 감쇠비 이끈값과 실험값을 각각 구하여 그 결과를 표 1 에서 비교하였다. 감쇠비는 시간영역에서 대수감쇠율 (Logarithmic Decrement) 관계식을 이용하여 구하였으며 이값의 이론적인 경향과 실험상에서 구한 경향과는 잘 맞고 있으며 구체적인 수치도 거의 비슷한 것으로 미루어 실험으로 구한 모델이 1 차 모드 주파수대역에서 외팔보-감쇠기계를 비교적 정확히 반영한다고 할 수 있다.

그림 7-a) 는 제어를 하지 않았을 경우 정적 초기변위에 대한 계의 자유진동응답으로 감쇠가 매우 작다 ($\zeta = 0.00135$) 는 것을 알 수 있으며, 그림 7-b) 는 순수 적분제어 ($K_p = 500$) 를 하였을 경우 초기변위에 대한 제어효과를 나타내고 있는데 감쇠가 크게 증가한 것을 알 수 있다.

이는 앞서 예측한 경향과 일치하는 것을 알 수 있다. 특히 할 것은 비례제어 이득이 큰 경우 ($K_p = 10$) 인 그림 7-c) 에서 알 수 있듯이 잔류진동이 다소 존재하는 것으로 보아 순수 적분제어가 가장 좋은 제어효과를 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한 그림 8 에서 볼 수 있듯이 적분제어를 하고 있으므로 제어신호가 계의 응답보다 90° 지연되고 있음을 보여주고 있다.

적분제어기 이득을 증가시키면서 실험을 수행하다 보면 이득이 10000 인 그림 9 의 경우에는 제어가 시작된 지 약 3 초후에 제어신호의 DC 옵셋자체가 포화되어 실질적으로 잔류진동이 존재함에도 불구하고 제어가 이루어지지 않고 있음을 알 수 있다. 따라서 이러한 DC 옵셋으로 인해 제어신호가 포화되는 것을 없애기 위해 식 (10) 과 같은 고주파통과 디지털필터를 추가로 설계하고 그 필터로 제어신호를 필터링하여 실험하였다. 직렬로 필터 2 개를 사용하였을 경우인 그림 10 은 필터를 1 개만 사용하였을 경우에 나타나던 DC 옵셋이 없어져 제어결과가 향상되었다. 3 개의 고주파통과 필터를 직렬로 사용하였을 경우에는 2 개를 사용하였을 경우에 비해 미소하지만 제어효과가 떨어지는 것을 볼 수 있는데 이는 순수 적분제어시 응답과 제어신호간의 위상차가 90° 인데 반해 필터 3 개를 사용하면 2 개의 필터를 사용하는 경우보다 위상지연이 무시할 수 없는 값이 되어 순수한 적분제어가 제대로 이루어질 수 없기 때문이다.

IV. 결 론

압전형 서어보 감쇠기를 제작하여 외팔보 끝단의 진동을 감소시키기 위한 제어기를 구성, 실험한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 실험결과에 나타난 바와 같이 압전형 서어보 감쇠기를 이용한 외팔보의 잔류진동 감소는 적분제어만 행하는 경우에도 매우 효과적이며 비례제어가 첨가되는 것은 별 의미가 없다.
2. 압전형 서어보 감쇠기의 출력이 한정되어 있거나 계의 교란이 큰 경우에는 적분제어기 이득을 충분히 크게 하여 제어신호를 포화시켜 사용하는 것이 유리하나 큰 이득을 가진 적분제어를 행하므로 제어신호의 DC 옵셋을 줄이기 위해 고주파통과 필터를 적절히 사용하여야 한다.

참고 문헌

1. 'Multilayer Piezoelectric actuator,' 3rd ed. Tokin, Cat. No. FR - 21E K881010p3, 1988.
2. T. Higuchi, M. Watanabe and K. Kudou, "Precise Positioner Utilizing Rapid Deformations of a Piezoelectric Element," J. The Japan Society Of Precision Engineering Vol. 54 No. 11, Nov. pp. 76 - 77, 1988.
3. G. F. Franklin, J. D. Powell and A. E. Naeni, Feedback Control of Dynamic System, Addison Wesley Publishing Co., 1986.
4. K. J. Astrom, B. W. Mark, Computer Controlled Systems: Theory and Design, Prentice - Hall International Editions, 1984.
5. Min - Sig Kang, Chong - Won Lee, "Weighted Minimum Variance Control of Servo-damper System with Input Energy Constraint," J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, March, pp. 73 - 76, 1988.

$K_p \backslash K_v$	100	300	500
0	.0035861 (.003795)	.0080489 (.007248)	.012511 (.010012)
.1	.0035858 (.004424)	.0080482 (.007288)	.012510 (.010771)
1	.0035829 (.003850)	.0080417 (.007494)	.012500 (.009675)
10	.0035543 (.004941)	.0079776 (.007553)	.012401 (.008013)

() 안은 실험치

표1 비례적분제어기 이득에 따른 이론과 실험자료로부터 구한 계의 감쇠비

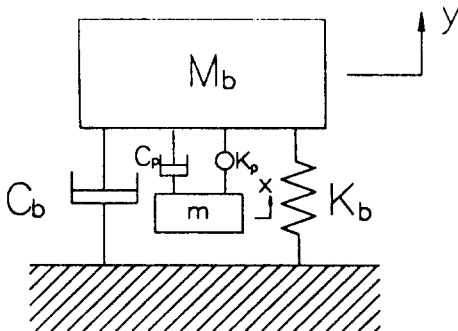


그림1. 외판보계와 동력전달계를 단순화한 2자유도계

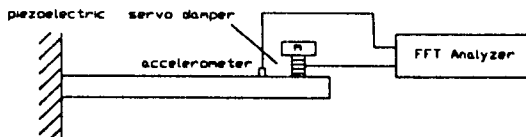


그림2. 계규명을 위한 실험장비 개략도

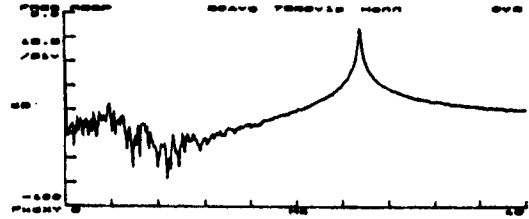


그림3. 모드해석으로부터 구한 계의 전달함수

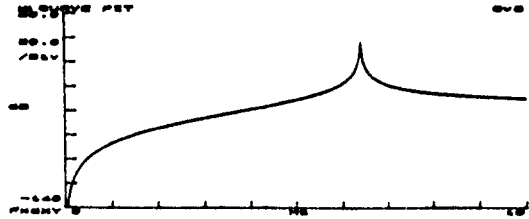


그림4. 개선된 전달함수

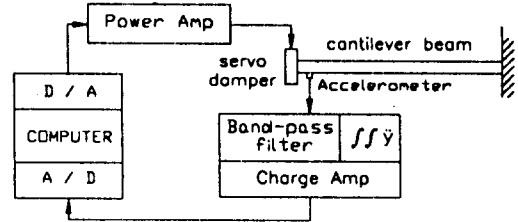


그림5. 실험장치개략도

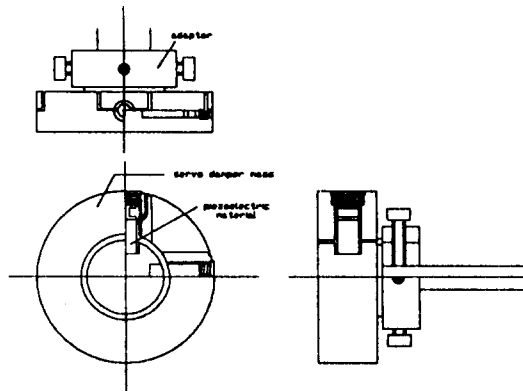


그림6. 압전형 서어보 감쇠기의 구조

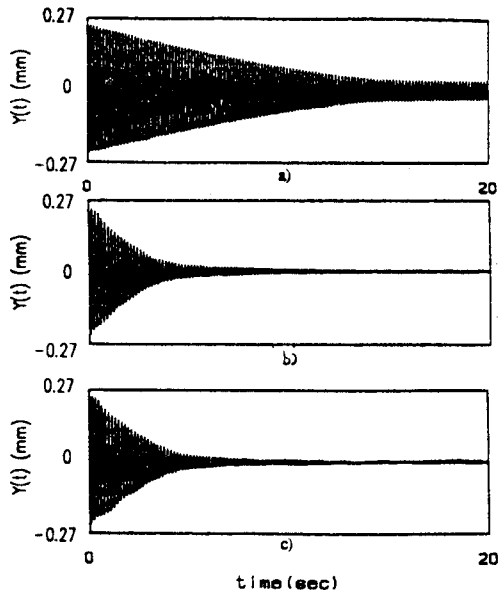


그림7. a) 자유진동응답

- b) 적분제어기 이득에 따른 계의 응답 ($K_i = 500$)
- c) 비례적분제어기 이득에 따른 계의 응답 ($K_p = 10$, $K_i = 500$)

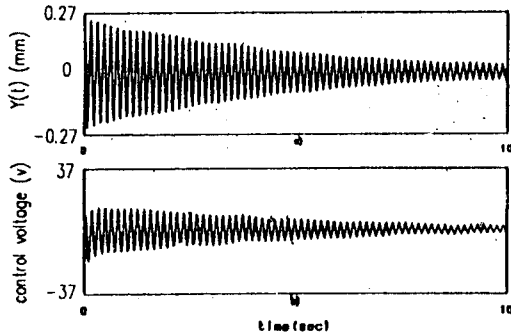


그림8. 제어계의 a) 변위 b) 제어신호 ($K_i = 100$, 필터 1개)

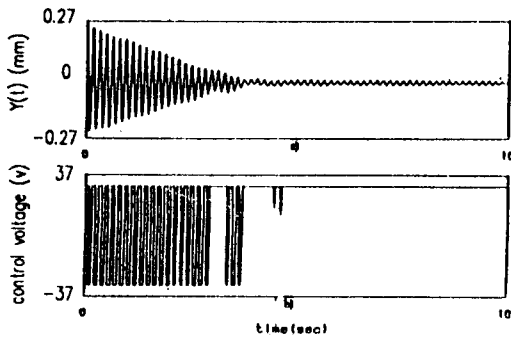


그림9. 제어계의 a) 변위 b) 제어신호 ($K_i = 10000$, 필터 1개)

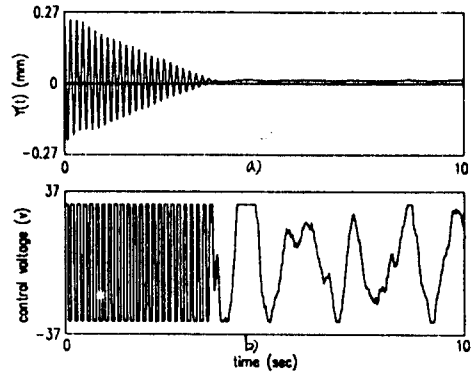


그림10. 제어계의 a) 변위 b) 제어신호 ($K_i = 10000$, 필터 2개)