# 자재조달문제에 있어 z-변환의 응용

張 夏 富 · 柳 井 浩

慶應義塾大學 管理工學科

ABSTRACT

Military material-supply problem is one of the most important logistic problems under conscription system.

Formally, two approaches were followed to this problem.
① Needs for material per soldier is estimated by past experience. The total demand for the material is estimated by multiplication of this coefficient and the number of soldiers given in the governmental programme.
② The total demand for the material is estimated by the forcast based on the past statistics. The material supply system based on these estimates, however, relies too much on past statistics ; lack of flexibility is feared to adapt itself to changes in conscription programme, life-time of materials and so on.

In this paper, the author has followed new approach :
The conscription system itself is a linear input-output system, in which sequences of enlistment and dischargement are regarded as input and output. And the sequencial demands for the material are related by another linear transformation to the former sequences.

In this regard z-transformation is applied to construct to transfer functions associated with this system.
With these transfer functions, methods are established to determine the material demand corresponding to conscription programme and life-time distribution.

Numerical methods by computers are also prepared.

1. 서론

본연구는 자재조달에관한 z - 변환의 응용에대한 것이고, 연구복적은 자재조달에있어서 z - 변환을 응용하는 방법을 제시하는 것이다. 종래, 자재조달은 대개 경험적인 방법에의해서 예측을 하고 이것을 기본으로해서 물자을 준비해 조달할려고 하기때문에 수요가 발생할 때마다 자재를 조달하므로 자재가 부족하거나 남거나 하는 것이 적지 않게 많았다.

본연구에서는 종래와는 다른 새로운 방법으로 이 문제에 접근하기위하여 레를 한국의 육군에있어서 병사용의 피복, 즉 쯔봉을 선정했다. 그리고 이 문제에 접근하기위하여 우선 병사의 복부기간과 제대율, 바꿔말하면 잔존율 그리고 쯔봉의 지급기준과 수명분포 등을 가상해서, 이것에 z - 변환을 이용해 수리적구조를 확립햇다. 또한 계산기를 사용해서 그 응용의 가능을 수치레로서 확인해봣다. 그리고 누적그라프에의한 실용화의 준비와 분포의 실제를 추정하기위하여 지수평활법의 응용도 준비햇다.

2. 모델의 전제 및 가정

(1) 시간단위는 1개월

(2) 주어진 수치는 전부 가상적인 수치

(3) 쯔봉은 6개월마다 신품이 지급되고, 파손되면 즉시 신품으로 지급

(4) 병사는 제대와 동시에 예비역에 편입

(5) 병사는 매월 1만명씩 입대하고, 복부기간은 1년

3. 모델의 정식화

(1) 기호의 설명

$f(t)$ : 제t 월차에 징병수

$h(t)$ : 제t 월차에 현역병수

$h_D(t)$;제t 월차에 제대병수

$g(t)$:제t 월차에 병사의 잔존율

$d(t)$:제t 월차에 병사의 제대율

$p(t)$ : 제t 월차에 쯔봉의 손모율

$w(t)$:제t 월차에 쯔봉의 수요

(2) 용어의 설명

(z - 변환) : 관수$f(t)$ $t=0,1,2,...$가 주어셨을때, $f(t)$의 z-변환 $F(z)$ 는 다음과같이 정의된다.

$$F(Z)=\sum_{t=0}^{\infty} f(t)z^{t}$$

(잔존율) : 동시에 입대한 병사들 중에서 만기이외에 질병, 사고, 학업등 여러가지 이유로 제대하고, 입대후 제t 월차에 잔존하고 있는 비율
(제대율) : 잔존율을 차분한것

$$\Delta g(t) = g(t+1) - g(t)$$
$$d(t) = g(t)$$

$$D(Z) = \sum_{t=0}^{\infty} d(t) z^{t}$$

(손모율) : 제t 기에 쯔봉을 갈아입고나서 t+1 월차에 사용할수 없는 확율

(3) 관계식

현역 및 제대병수에대한 관계식은 다음과같다.

$$H(Z) = F(Z)G(Z)$$

$$H_D(Z) = F(Z)D(Z)$$

쯔봉의 월차수요에대한 관계식은 다음과같다.

. 입대 직후 6개월에 대한 식

$$W(Z) = \frac{2F(Z)G(Z)}{1 - ZP(Z)}$$

. 또, 그후에 있어서도 위의 식을 수정하면 좋고 , 여기서는 다음의 6개월(병사의 복무기간 1년)의 식을 써왔다. 그 이후에 대해서도 마찬가지 방법이다.

$$W(Z) = 2F(Z)\{\sum_{j=0}^{1} Z^{6j} \sum_{i=0}^{5} Z^{i} r(i)\}$$

$$= \frac{2F(Z)(1-Z^{12})G(Z)}{(1-Z^{6})\{1-ZP(Z)\}}$$

## 4. 수치적용

지금까지 전개해온 것에 수치례을 적용해보자.

앞에서도 말한바와같이 현실적인 데이타는 그대로 나타낼 수는 없지만 이런 수치례에 대해서도 아주 똑같은 방법에 의해 취급이 가능한 것은 말할 것도 없다.

또 이와같은 계산에는 다항식의 4측연산을 행하는 계산기에 의한 프로그람을 개발해서 이것을 이용했다. 이 수치례에서는 매월 1만명씩 입대하는 것으로서, 잔존율과 제대율, 그리고 쯔봉의 수명이 다음과같이 된다고 가정해보았다.

(1) 기본수치

| 월별 | 징병인원 F(Z)만명 | 잔존율 G(Z) | 제대율 B(Z) | 쯔봉수명 P(Z) |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0.07 |
| 2 | 1 | 0.98 | 0.02 | 0.12 |
| 3 | 1 | 0.98 | 0 | 0.18 |
| 4 | 1 | 0.96 | 0.02 | 0.25 |
| 5 | 1 | 0.94 | 0.02 | 0.34 |
| 6 | 1 | 0.92 | 0.02 | 1 |
| 7 | 1 | 0.91 | 0.01 | |
| 8 | 1 | 0.89 | 0.02 | |
| 9 | 1 | 0.88 | 0.01 | |
| 10 | 1 | 0.87 | 0.01 | |
| 11 | 1 | 0.84 | 0.03 | |
| 12 | 1 | 0 | 0.84 | |

(2) 계산결과

제t 월차에 현역병수와 제대병수에대한 계산결과는 다음과같이된다.

단위 : 만개

| 월 별 | 현역병수 H(Z)만명 | 제대병수 $H_D$(Z) 만명 | 수명주기고려시 쯔봉의 수요 |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 2 |
| 1 | 2 | 0 | 4 |
| 2 | 2.98 | 0.02 | 6.1 |
| 3 | 3.96 | 0.02 | 8.44 |
| 4 | 4.92 | 0.04 | 11.1 |
| 5 | 5.86 | 0.06 | 14.24 |
| 6 | 6.78 | 0.08 | 20.12 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 7.69 | 0.09 | 28.1 |
| 8 | 8.58 | 0.11 | 36.4 |
| 9 | 9.46 | 0.12 | 45.52 |
| 10 | 10.33 | 0.13 | 55.82 |
| 11 | 11.17 | 0.16 | 67.66 |
| 12 | 11.17 | 1.00 | 79.96 |

5. 제원의 추정

(1) 누적그라프에의한 발주점의 결정

다음은 누적그라프에의한 발주점의 결정에대해 생각해보자. 누적그라프에의한 발주점의 결정은 횡축에 월차를 취하고, 종축에 조달해야되는 수량의 누적을 취해 그린 것, 즉 각월차에 있어서 수요량의 화분의 z-변환이다.

쯔봉의 누적량에있어서 전월의 발주도 있고, 제0월1일에는 70만개의 재고와 평상시에 3개월분의 안전재고를 확보하기위한 관계식은 다음과같이 된다.

. 쯔봉의 누적량 : $C(Z)=W(Z)/(1-Z)$

. 3개월분의 안전재고를 확보하기위한 누적납입량의 하한

$$c_3(t)=c(t+3)$$

$$C_3(Z)=\{C(Z)-Z^2C(2)-Z^1C(1)-C(0)\}/Z^3$$

. 재고기본수의 상한 70만개일 때, 누적납입량의 상한

$$u(t)=c(t)+70$$

$$U(Z)=\{W(Z)+70\}/(1-Z)$$

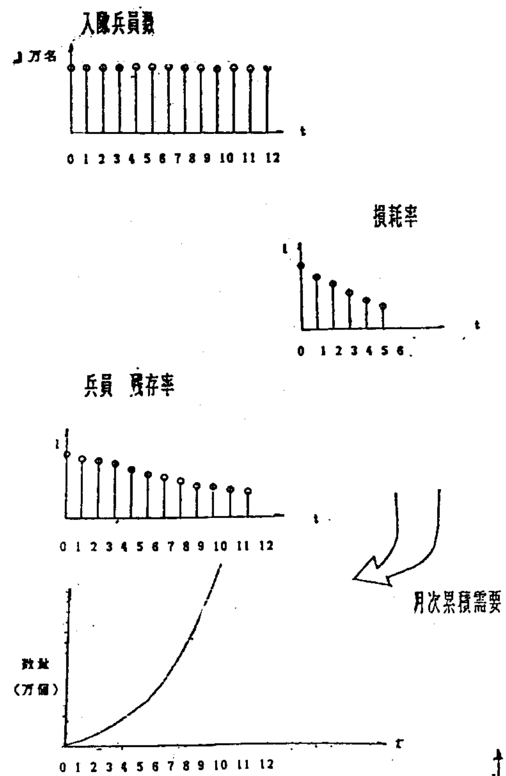
다음은 제t 월차에있어서의 쯔봉의 수요량과 누적량, 재고수준 70만개 그리고 3개월분의 안전재고가 다음과같이된다.

단위 : 만개

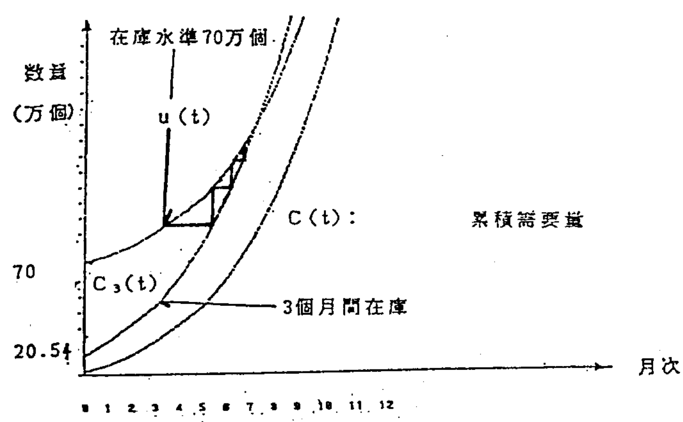
| 월차 | 쯔봉의 수요량 | 쯔봉의 누적량 | 재고수준 70만개 | 3개월분 안전재고 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 2 | 72 | 20.54 |
| 1 | 4 | 6 | 76 | 31.64 |
| 2 | 6.1 | 12.1 | 82.1 | 45.9 |
| 3 | 8.44 | 20.54 | 90.54 | 66.02 |
| 4 | 11.1 | 31.64 | 101.64 | 94.12 |
| 5 | 14.24 | 45.9 | 115.9 | 130.52 |
| 6 | 20.12 | 66.02 | 133.02 | 176.04 |
| 7 | 28.1 | 94.12 | 164.12 | 231.86 |
| 8 | 36.4 | 130.52 | 200.52 | 299.52 |
| 9 | 45.52 | 176.04 | 246.04 | 379.48 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 55.82 | 231.86 | 301.86 | 379.48 |
| 11 | 67.66 | 299.52 | 369.52 | 379.48 |
| 12 | 79.96 | 379.48 | 449.48 | 379.48 |

여기서 누적수요를 봤으나, 이것은 발주점등을 정하는 데에 유용하기 때문이다. 예를들면 누적량이 지금과같은 형태로 주어졌다면 이것에대해 다음의 단계식으로 나타내지는 발주와 납입을 계획할수가 있다. 또 다음의 그림은 창고의 최대수용능력이 70만개이고, 3개월분의 재고를 명받았을 때 누적수요가 그림과같이 추이한다면, 만나는 점에서 창고가 가득차게된다. 이와같이 사전에 준비할 필요량을 이 그림에서 읽을 수가 있다.




(월차누적수요)




(누적그라프)

(2) 지수평활법에의한 제원의 추정

지금까지 설명해 온 데이타는 가상의 수치례이고 현실의 데이타는 아니다. 현실의 데이타를 사용할 경우에도 이런 것은 시시각각 변화해가기때문에 손모율이나, 잔존율등은 이것에 대응해서 수정해 가지않으면 안된다. 그래서 여기서는 지수평활법을 적용할 준비를 해보았다.

지수평활법은 시계열 데이타에 이동평균법을 응용한 예측모델이고, 그 시계열에대해서 명확히 한정된 모델이 만들어지는 경우에는 극히 유용한 방법이다.

지수평활법에대한 기본식은 다음과같다.

$$y(t)=ax(t)+(1-a)y(t-1)$$

또한 시각 t 에있어서 입대한 병사의 잔존율의 관측치는

$$G(Z)=\frac{W(Z)}{2F(Z)R(Z)}$$

으로 나타내고, 쯔봉의 수명분포의 관측치는 다음과같다.

$$P(Z)=\frac{\{R(Z)-1\}}{\{ZR(Z)\}}$$

아래그림은 병사의 잔존율과 쯔봉의 수명분포에대한 지수평활을 한 것이다.

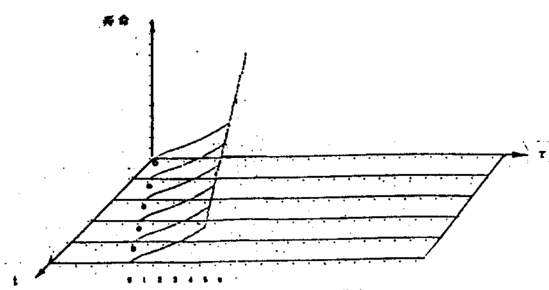


図 寿命分布

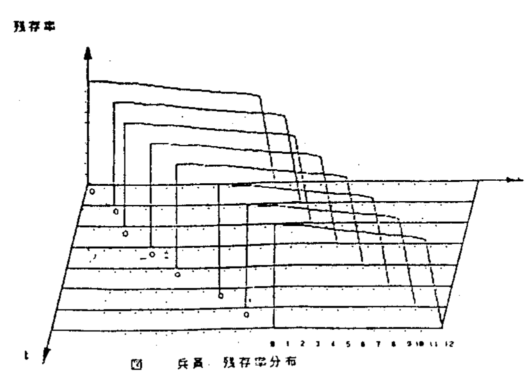


図 兵員 残存率分布

다음은 병사의 잔존율과 쯔봉의 수명분포에대한 지수 평활한 계산결과이다.

| 월차 | 병사의 잔존율 | 쯔봉의 수명분포 |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0. 07 |
| 2 | 0. 98 | 0. 12 |
| 3 | 0. 98 | 0. 18 |
| 4 | 0. 96 | 0. 25 |
| 5 | 0. 94 | 0. 34 |
| 6 | 0. 92 | 1 |
| 7 | 0. 91 | |
| 8 | 0. 89 | |
| 9 | 0. 88 | |
| 10 | 0. 87 | |
| 11 | 0. 84 | |
| 12 | 0 | |

## 6. 결론

이상이 본 연구의 요약이지만, 정리해보면 자재조달의 수리모델을 만들어 z-변환을 이용한 취급법을 확립한 것, 그리고 수치분석 및 고찰을 통해 일반상황에의 적용성을 검증한 것등 2가지로 정리할 수가 있다.

그리고, 앞으로의 문제점은 실제에있어서의 경험을 축적하는 것, 또, 제원추정에있어서 신뢰성을 향상시키는 것이다.

더욱이 향후 발전 및 응용시킬 것으로서는 대상을 변경해 볼수가 있다.

## 7. 참고문헌


①柳井 浩：" z－変換とその応用"，日科技連（1988）

②柳井 浩：" 数学の図解" ，共立出版（1985）

③柳井 浩：" 応用線形数学"，産図テクスト（1989）

④日科技連OR練習小委員会：" ORワークブック"，日科技連（1984）
PP 43 －44

⑤石川　廣美：”差分方程式入門”，コロナ社（昭和60年）
⑥楠　幸男：”無限級数入門”，朝倉書店（昭和49年）
⑦小野　寺力男：”グラフ理論の基礎”，森北出版（1970）
⑧C．L．リュー著：成嶋　弘，秋山　仁　訳：”組み合わせ構造とグラフ理論入門”，マグロウヒル　ブック（昭和58年）