'91 韓國自動制御學術會議論文集 1991. 10.22~24

전기유압 속도제어 시스템의 귀환 선형화 제어

°김 영 준 장 효 환
국방 과학 연구소 고려대학교 공과대학 기계공학과

Feedback Linearization of the Electro-Hydraulic Velocity Control System

Young-Jun Kim Hyo-Whan Chang
Agency for Defence Development Dept. of Mechanical Eng. Korea University

Abstract

In this paper the feedback linearization of the valve-controlled nonlinear hydraulic velocity control system and the implementation of the digital state feedback controller is studied. The C^∞ nonlinear transformation to the electro-hydraulic velocity control system, which transforms nonlinear system to linear equivalent one, is obtained. It is shown that this transformation is global one. The digital controller to this linearized model is obtained by using the one-step ahead state estimator and implemented to real plant. The proposed method in this paper is easier to implement than other proposed methods and it is posible to control in real time. The experiment and simulation study show that the implementation of the digital state feedback controller based on the feedback linearized model is successful.

1. 서 론

토크 모터로 구동되는 서보밸브 제어 방식 전기유압 속도제어 시스템은 서보밸브의 오리피스 방정식에서 비선형 특성 외에도 유압 모터의 손실 계수들에서도 비선형 특성을 가지고 있다.[1,2] 기존의 전기유압 속도제어 시스템을 선형화하기 위하여 사용해왔던 방법은 Taylor 선형화 방법이다.[3] 이 방법은 서보 밸브의 비선형 특성만 고려하였으며, 일반적으로 작동점 부근에서 선형화하므로, 속도의 변화나 외부 부하의 변화에 따라 작동점이 변하는 전기유압 속도제어 시스템의 경우 만족할 만한 선형화의 정확도를 얻지 못하므로 새로운 선형화 방법이 필요하다. 이러한 새로운 선형화 방법중의 하나로서 최근 비선형시스템을 선형화하는 새로운 방법으로서 비선형 변환(nonlinear transformation)에 의한 귀환 선형화(feedback linearization) 방법이 출현하여 많은 연구가 진행되고 있다. 이는 상태 공간상에서 미분 기하학을 이용하여, 비선형 시스템이 선형시스템과 같은 거동을 갖도록 좌표축 변환(coordinate transformation)과 상태 귀환(state feedback)을 이용하는 방법[4-7]으로서 최근 마이크로프로세서 기술의 급진적 발달에 따라 이러한 귀환 선형화 방법에 의한 비선형 제어를 디지틀 제어로 실현하려는 연구가 시도되고 있다. 귀환 선형화 방법을 사용하기 위하여는 연속적인 상태귀환이 필요하므로 디지틀 제어에서 이를 해결하는 근사적 방법으로서 다중 샘플링(multi-rate sampling) 방법[8], 근사화의 차수를 높이는 방법[9]등이 제안 되었으나 연산량이 많아지거나 까다로운 필요충분조건들이 추가 되므로 실제 디지틀 제어기로 실현하기에는 적합치 못하며 추가적인 연구가 필요하다.

본 연구의 목적은 비선형 변환에 의한 귀환 선형화 방법으로 전기유압 속도제어 시스템을 선형화하여 모든 작동범위에서 비선형 시스템과 동일한 거동을 갖는 등가 선형 시스템을 구하며, 구해진 등가 선형 모델에 근거한 디지틀 상태 귀환 제어기를 설계 및 실현하는 것이다.

본 연구에 사용된 전기유압 속도제어 시스템은 기본적으로 토크모터로 구동되는 유압 서보밸브, 유압모터, 속도검출 귀환회로, 유압 동력장치로 구성 되었으며, 고려된 비선형요소는 서보 밸브 오리피스에서의 비선형 유량 특성과, 유압모터의 총누설계수와 점성감쇠계수에서의 비선형 특성이다.

비선형 변환에 의한 귀환 선형화 방법을 사용하기 위하여 전기유압 속도제어 시스템이 전체적 변환(global transformation)의 필요 충분 조건을 만족함을 보였고, 비선형 시스템을 등가 선형 시스템으로 변환하기 위한 비선형 변환을 구하였으며, 이 비선형 변환을 사용하여 전기 유압속도 제어시스템이 작동점에 관계없이 모든 밸브스풀의 위치에서 비선형 시스템과 같은 거동을 갖게되는 등가 선형시스템을 구하였다. 구해진 선형 시스템에 대한 상태귀환 제어를 디지틀로 실현하기 위하여 본 연구에서는 일단앞섬 상태추정기(one-step ahead state estimator)를 사용하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 비선형 시스템을 귀환 선형화하여 등가 선형모델을 구한 후, 이 등가 선형 모델에 일단앞섬 상태추정기를 구성하여 디지틀 제어를 실현하는 방법이다. 이 일단앞섬 상태추정기로써 계측할 수 없는 상태를 추정할 수 있을 뿐 아니라, 선형시스템에 대한 상태 추정기이므로 다음 단계의 상태를 비교적 정확하게 추정할 수 있어서 귀환 선형화시 요구되는 연속적인 상태 귀환에 근사시킬 수 있고, 비선형 변환하는 과정이 필요없이 직접 귀환 선형화된 등가 선형 모델의 상태를 추정할 수 있으므로, 변환시의 연산량도 줄일 수 있다. 이 일단 앞섬 상태추정기를 사용함으로써 Grizzle[15]이나 Lee[16]의 방법보다 간단하게 귀환 선형화에 의한 디지틀 상태 귀환 제어기를 구현할 수 있다.

귀환 선형화 방법에 의해 구한 등가 선형 시스템에 대한 디지틀 상태 귀환 제어기의 응답 특성을 고찰하기 위하여 시뮬레이션과 실험을 병행하여 수행하였다. 기존의 선형화 방법에 의한 선형 모델과 비교하기 위하여 Taylor 선형화 모델에 대한 디지틀 상태 귀환 제어의 응답 특성을 비교 하였으며, Taylor 선형화 모델에 대한 적분기를 갖는 디지틀 상태 귀환 제어의 응답 특성도 비교하였다. 사용한 제어기는 IBM PC/AT 호환기종이며, 제어 알고리즘은 실시간 제어와 연산의 편의를 위하여 C 언어와 어셈블리 언어를 혼합하여 작성하였으며, 샘플링 시간은 연산시간을 고려하여 5 ms로 고정하였다. 기준입력은 계단입력을 사용하였고, 외부부하는 토크부하를 사용하였다.

2. 전기·유압 속도제어 시스템의 해석

본 연구에 사용한 전기유압 속도제어 시스템의 도시적 표현이 Fig. 1에 나타나있다. 전기유압 속도제어 시스템의 수학적 모델링은 다음과 같다. 서보밸브에서 입력전류 i와 밸브 스풀의 변위 x_v와의 관계는 식(1)과 같이 1차 함수로 가정하였다.[10]

$$\tau_v \frac{dx_v}{dt} + x_v = K_v\, i \tag{1}$$

서보밸브의 유량방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 가정에 큰 무리없이 밸브 스풀의 변위를 $x_v \geq 0$으로 가정하였다.

$$Q_L = c_v\, x_v \sqrt{P_s - P_L} \tag{2}$$

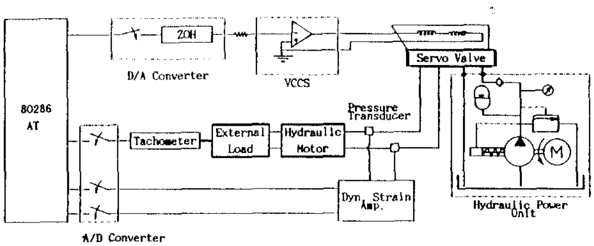


Fig. 1 Schematic of a Microcomputer-based Electro-HydraulicVelocity Control System

유압모터의 실내(chamber)에서의 연속방정식과 토크에 관한 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.[3]

$$Q_L = D_m\frac{d\theta_m}{dt} + C_{tm}P_L + \frac{V_t}{4\beta_e}\frac{dP_L}{dt} \tag{3}$$

$$P_LD_m = J_t\frac{d^2\theta_m}{dt^2} + B_m\frac{d\theta_m}{dt} + T_L \tag{4}$$

이상의 식(3)과 (4)에서 유압 모터의 총 누설계수 C_{tm}과 모터의 점성 감쇠계수 B_m가 상수로 가정되었으나, 최근 McCandlish와 Dorey[1], Pacey[2]등은 이러한 손실계수들이 상수가 아님을 실험을 통하여 보였다. 따라서 본 논문에서는 이 손실계수들에 대한 실험결과를 근거로 하여, 다음과 같이 모터 회전속도와 부하압력에 대한 비선형 변수인 모델을 구하였다.

$$B_m = B_0 + B_1\frac{d\theta_m}{dt} + B_2\left(\frac{d\theta_m}{dt}\right)^2 \tag{5}$$

$$C_{tm} = (C_0 + C_1\frac{d\theta_m}{dt})\,P_L^{n-1} \tag{6}$$

따라서 전기유압 속도제어 시스템의 비선형 모델은 다음과 같이 상태공간 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\\ \dot x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{B_0}{J_t}x_1-\frac{B_1}{J_t}x_1^2-\frac{B_2}{J_t}x_1^3+\frac{D_m}{J_t}x_2-\frac{T_L}{J_t}\\ -\frac{4\beta_e}{V_t}D_mx_1-\frac{4\beta_e}{V_t}(C_0+C_1x_1)x_2^n+\frac{4\beta_e}{V_t}C_vK_v\sqrt{P_s-x_2}\;x_3\\ -\frac{1}{\tau_v}x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\ \frac{K_{ve}}{\tau_v}\end{bmatrix}u \tag{9}$$

여기서 $x_1=\dot\theta_m$, $x_2=P_L$, $x_3=x_v/K_v$, $u=e_i$ 이며 계수의 복잡함을 피하기 위하여 일반화된 표현을 사용하면 식(9)는 다음식과 같다.

$$\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\\ \dot x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11}x_1+a_{111}x_1^2+a_{112}x_1^3+a_{12}x_2+a_{13}T_L\\ a_{21}x_1+(a_{22}+a_{221}x_1)x_2^n+a_{23}\sqrt{P_s-x_2}\;x_3\\ a_{33}x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\b_3\end{bmatrix}u$$

$$= F + G\cdot u \tag{10}$$

3. 전기·유압 속도제어 시스템의 궤환선형화

비선형변환에 필요한 수학적인 정의와 정리는 부록에 기술되어 있으며, 본 절에서는 전기유압 속도제어 시스템이 전체적(global) 변환이 가능하기 위한 필요충분조건[7]을 만족함을 보이고, 전기유압 속도제어 시스템에 대한 비선형변환을 구하여, 모든 작동점에서 비선형 비스템과 등가 선형시스템을 구한다.

1) 가제어성 행렬(controllability matrix)의 비특이 (nonsingular) 조건

비선형 시스템(10)은 3차이므로 가제어성 행렬의 차수는 다음과 같다.[9]

$$\mathrm{rank}\,\{G,\ [F,G],\ (ad^2F,G)\}$$

$$=\mathrm{rank}\begin{bmatrix}0 & 0 & a_{12}a_{23}b_3\sqrt{P_s-x_2}\\ 0 & -a_{23}b_3\sqrt{P_s-x_2} & -a_{23}b_3\sqrt{P_s-x_2}\left[\begin{matrix}n(a_{22}+a_{221}x_1)x_2^{n-1}-a_{33}\\ +\dfrac{a_{21}x_1+(a_{22}+a_{221}x_1)x_2^n}{2(P_s-x_2)}\end{matrix}\right]\\ b_3 & -b_3a_{33} & -a_{33}^2b_3\end{bmatrix} \tag{11}$$

따라서 $P_s>x_2$ 인 모든 경우에 대해 다음의 조건을 만족하게 된다.

$$\mathrm{rank}\{G,\ [F,G],\ (ad^2F,G)\} = 3 \tag{12}$$

여기서 $P_s>x_2$ 일 조건은 유압 시스템 설계시 기본적으로 만족되는 조건이므로 가제어성 행렬은 모든 작동범위에서 비특이(nonsingular) 이다.

2) 집합 {G, [F,G]}의 involutive 조건

전기 유압 속도제어 시스템(11)에서의 집합 {G, [F,G]}는 각 $x\in R^3$에 대하여 2차원이다. 또한

$$[G,\ [F,G]] = \frac{\partial[F,G]}{\partial x}G - \frac{\partial G}{\partial x}[F,G]$$

$$= [0\ 0\ 0]^T \tag{13}$$

따라서 rank{G, [F,G], [G,[F,G]]} = 2 이므로 집합 {G, [F,G]}는 involutive 이다.

그러므로 부록의 정리 3의 i), ii)의 조건을 만족하므로 일단 국소변환 존재조건(condition of existance of local transformation)이 성립된다.[6] 그러므로 전기유압 속도제어 시스템의 비선형 변환 $T = T(z_1,\ z_2,\ z_3,\ z_4)$는 식(A.12), (A.13)의 편미분 방정식을 풂음으로서 구할 수 있으며 그 결과는 다음과 같다.

$$z_1 = x_1 \tag{14}$$

$$z_2 = \dot z_1 = a_{11}x_1+a_{111}x_1^2+a_{112}x_1^3+a_{12}x_2+a_{13}T_L \tag{15}$$

$$\begin{aligned}z_3 = \dot z_2 &= (a_{11}^2+a_{12}a_{21})x_1+3a_{11}a_{111}x_1^2+2(a_{111}^2+2a_{11}a_{112})x_1^3\\ &+5a_{111}a_{112}x_1^4+3a_{112}^2x_1^5+2a_{111}a_{12}x_1x_2+3a_{112}a_{12}x_1^2x_2\\ &+a_{11}a_{12}x_2+a_{12}(a_{22}+a_{221}x_1)x_2^n+a_{12}a_{23}\sqrt{P_s-x_2}\;x_3\\ &+a_{13}(a_{11}+2a_{111}x_1+3a_{112}x_1^2)T_L\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}z_4 = \dot z_3 = v\\ &= a_{11}(a_{11}^2+2a_{12}a_{21})x_1+a_{111}(7a_{11}^2+3a_{12}a_{21})x_1^2\\ &+(13a_{11}^2a_{12}+12a_{11}a_{111}^2+4a_{112}a_{12}a_{21})x_1^3\\ &+a_{111}(38a_{11}a_{112}+6a_{111}^2)x_1^4+a_{112}(27a_{11}a_{112}+26a_{111}^2)x_1^5\\ &+35a_{111}a_{112}^2x_1^6+15a_{112}^3x_1^7\\ &+a_{12}\left[\begin{matrix}a_{11}^2+a_{12}a_{21}+8a_{11}a_{111}x_1+(18a_{11}a_{112}+8a_{111}^2)x_1^2\\ +28a_{111}a_{112}x_1^3+21a_{112}^2x_1^4\end{matrix}\right]x_2\\ &+2a_{12}^2(a_{111}+3a_{112}x_1)x_2^2+na_{12}a_{21}(a_{22}+a_{221}x_1)x_1x_2^{n-1}\\ &+a_{12}\left[\begin{matrix}a_{11}a_{22}+2(a_{111}a_{22}+a_{11}a_{221})x_1\\ +3(a_{112}a_{22}+a_{111}a_{221})x_1^2+4a_{112}a_{221}x_1^3\end{matrix}\right]x_2^n\\ &+a_{12}^2a_{221}x_2^{n+1}+na_{12}(a_{22}+a_{221}x_1)^2x_2^{2n-1}\\ &+a_{12}a_{23}\sqrt{P_s-x_2}\left[\begin{matrix}a_{11}+a_{33}+2a_{111}x_1+3a_{112}x_1^2\\ n(a_{22}+a_{221}x_1)x_2^{n-1}\end{matrix}\right]x_3\\ &\frac{a_{12}a_{23}}{2\sqrt{P_s-x_2}}[a_{21}x_1+(a_{22}+a_{221}x_1)x_2^n+a_{23}\sqrt{P_s-x_2}\;x_3]x_3\end{aligned}$$

$$+a_{13}\begin{bmatrix} a_{11}^2+a_{12}a_{21}+8a_{11}a_{111}x_1+4a_{111}a_{12}x_2 \\ +(18a_{11}a_{112}+8a_{111}^2)x_1^2+12a_{112}a_{12}x_1x_2 \\ +28a_{111}a_{112}x_1^3+21a_{112}^2x_1^4+a_{12}a_{221}x_2^n \\ +(2a_{111}+6a_{112}x_1)a_{13}T_L \end{bmatrix} T_L$$

$$+a_{12}a_{23}b_3\sqrt{P_s-x_2}\; u \tag{17}$$

그러므로 비선형 전기유압 속도제어 시스템(10)에 식(14)-(17)의 비선형 변환을 적용하면 다음과 같은 선형 시스템을 얻을 수 있다. 여기서 $Z = T\,X$ 이다.

$$\left.\begin{aligned} \dot{Z} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} Z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \\ &= A\,Z + B\,v \\ y_f &= [\,1 \;\; 0 \;\; 0\,]\, Z \\ &= D\,Z \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

3) 변환 T의 Jacobian의 R^n 에서의 비율조건 (ratio condition)

식(14)-(17)로 부터 변환 T의 Jacobian은 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & 0 \\ \gamma_3 & \gamma_4 & \gamma_5 \end{pmatrix} \tag{19}$$

여기서

$$\gamma_1 = a_{12}+2a_{111}x_1+3a_{112}x_1^2$$

$$\gamma_2 = a_{12}$$

$$\begin{aligned} \gamma_3 = {} & (a_{11}^2+a_{12}a_{21})+6a_{11}a_{111}x_1+6(a_{111}^2+2a_{11}a_{112})x_1^2 \\ & +20a_{111}a_{112}x_1^3+15a_{112}^2x_1^4+a_{12}(2a_{111}+6a_{112}x_1)x_2 \\ & +a_{12}a_{221}x_2^n+(2a_{111}+6a_{112}x_1)a_{13}T_L \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_4 = {} & a_{12}(a_{11}+2a_{111}x_1+3a_{112}x_1^2)+na_{12}(a_{22}+a_{221}x_1)x_2^{n-} \\ & - a_{12}a_{23}x_3/(2\sqrt{P_s-x_2}) \end{aligned}$$

$$\gamma_5 = a_{12}a_{23}\sqrt{P_s-x_2}$$

따라서 식(19)의 주선도 소행렬(leading principal minor)은 다음의 관계식을 만족한다.

$$|\Delta_1| = 1 \qquad \geq \varepsilon \tag{20}$$

$$\frac{|\Delta_2|}{|\Delta_1|} = a_{12} \qquad \geq \varepsilon \tag{21}$$

$$\frac{|\Delta_3|}{|\Delta_1|} = a_{12}a_{23}\sqrt{P_s-x_2} \tag{22}$$

식(22)는 $P_s > x_2$ 인 경우에 한하여 ε 보다 크게 되므로 전기유압 속도제어 시스템의 비선형 변환 T는 비율조건을 만족한다.

따라서 비선형 변환 T 는 R^3 에서 R^3 으로의 일대일 대응이고, 또한 국소변환 존재조건을 만족하므로, 정리 3으로부터, 전기유압 속도제어 시스템(10)은 전체적 귀환 등가 시스템이다. 즉 구해진 등가 선형 시스템은 모든 작동범위에서 비선형 전기유압 속도제어 시스템과 같은 거동을 갖는다.

4. 상태 귀환 제어

3장에서 구한 연속시간 등가 선형 모델(18)을 샘플링 시간 h의 이산시간 시스템으로 변환하면 다음 식(23)와 같다.

$$\left.\begin{aligned} Z(k+1) &= \Phi\, Z(k) + \Gamma\, v(k) \\ y_f(k) &= H\, Z(k) \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

여기서

$$\Phi = \exp(Ah) = \begin{pmatrix} 1 & h & h^2/2 \\ 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Gamma = \int_0^h \exp(At)dtB = [h^3/6 \;\; h^2/2 \;\; h]^T$$

$$H = D = [1 \; 0 \; 0]$$

시스템 (23)의 가관측성 행렬[7] O 의 차수를 구하면 rank O = 3 이므로 가관측성이다. 따라서 식(23)에 다음 식(24)와 같은 일단앞섬 상태 추정기를 구성할 수 있다.

$$\hat{Z}(k+1) = \Phi\, \hat{Z}(k) + \Gamma\, v(k) + L\,[y_f(k) - H\,\hat{Z}(k)] \tag{24}$$

제어입력 v(k)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v(k) = -K\,\hat{Z}(k) + N\, r(k) \tag{25}$$

여기서 K는 상태 귀환 이득, N은 상수, r(k)는 기준입력이다. 전체 시스템의 동특성은 $\det(qI-\Phi+\Gamma K)$와 $\det(qI-\Phi+LH)$의 곱에 의하여 정해지므로, 상태 추정기 이득 K와 상태귀환 제어기 이득 L은 각각 독립적으로 결정할 수 있으며, 상태 귀환 이득 K를 변화시킴으로서 극점의 위치를 변경하여 원하는 동특성을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 ITAE 기준을 이용하여 요구되는 응답특성을 갖도록 극점을 선정하였으며 절점 주파수가 ω인 3차 시스템의 경우의 ITAE 기준은 다음 식과 같다.[11]

$$G(s) = \frac{\omega^3}{s^3 + 1.75\omega\, s^2 + 2.15\omega^2\, s + \omega^3} \tag{26}$$

따라서 식 (26)의 특성 방정식을 샘플링 시간 h의 경우의 이산치 시스템으로 변환하면 다음과 같은 특성 방정식을 구할 수 있다.

$$q^3 + p_1\, q^2 + p_2\, q + p_3 = 0 \tag{27}$$

여기서 $p_1 = -\,e^{-0.7081wh} + 2e^{-0.521wh}\cos(1.068\omega h)$

$p_2 = e^{-20.521wh} + 2e^{-1.2291wh}\cos(1.068\omega h)$

$p_3 = -\,e^{-1.7501wh}$

또한

$$\begin{aligned} \det(qI - \Phi + \Gamma K) &= q^3+\left(\frac{h^3}{6}k_1+\frac{h^2}{2}k_2+hk_3-3\right)q^2+\left(-\frac{2}{3}h^3k_1-2hk_3+3\right)q \\ &\quad + \frac{h^3}{6}k_1-\frac{h^2}{2}k_2+hk_3-1 \end{aligned} \tag{28}$$

따라서 식(27)과 (28)의 각 계수를 비교하여 다음의 상태 추정기 이득을 구할 수 있다.

$$k_1 = \frac{1}{h^3}\,(1 + p_1 + p_2 + p_3) \tag{29}$$

$$k_2 = \frac{1}{h^2}\,[\,2 + p_1 - p_3\,] \tag{30}$$

$$k_3 = \frac{1}{h}\left[\,\frac{p_1}{3} - \frac{p_2}{6} + \frac{p_3}{3} + \frac{11}{6}\right] \tag{31}$$

상태 추정기 이득 L도 유사한 방법으로 구할 수 있으며, 설계하려는 상태 추정기의 동특성도 ω_1의 절점 주파수를 갖는 ITAE 기준인 다음식(32)로 선정할 경우 식 (33-35)와 같이 구할 수 있다.

$$q^3 + e_1\, q^2 + e_2\, q + e_3 = 0 \tag{32}$$

여기서 $e_1 = -\,e^{-0.7081w1h} + 2e^{-0.521w1h}\cos(1.068\omega_1 h)$

$e_2 = e^{-20.521w1h} + 2e^{-1.2291w1h}\cos(1.068\omega_1 h)$

$e_3 = -\,e^{-1.7501w1h}$

$$l_1 = e_1 + 3 \tag{33}$$

$$l_2 = [3e_1 + e_2 - e_3 + 5]\,/\,2h \tag{34}$$

$$l_3 = [1 + e_1 + e_2 + e_3]\,/\,h^2 \tag{35}$$

따라서 전체 시스템의 전달함수를 구하면 다음식과 같다.

$$\frac{y_f}{r} = H\,(qI - \Phi + \Gamma K)^{-1}\,\Gamma N \tag{36}$$

또한 상수 N은 전체 시스템의 이득이 1이 되도록 선정하면 되므로 식(36)으로 부터

$$N = \frac{1}{H\,(I - \Phi + \Gamma K)^{-1}\,\Gamma} = k_1 \tag{37}$$

따라서 ITAE 기준을 사용하였을 경우 N은 $N = \omega^3$ 이다.

이상의 귀환 선형화된 제어기로 전기유압 속도제어 시스템을 제어하려면, 상태 귀환 제어 입력 v를 비선형 시스템의 제어 입력 u로 변환해 주어야 한다. 이는 식(17)로 부터 구할 수도 있으나 이를 직접 상태 추정기(24)에서 추정된 상태를 사용할 수 있도록 변환하면 다음 식(38)과 같다.

$$u = \frac{\left[\begin{array}{l} v + a_{12}a_{21}a_{33}\hat{z}_1 \\ +(a_{11}a_{33} - a_{12}a_{21} + 2a_{111}a_{33}\hat{z}_1)\hat{z}_2 + 3a_{112}\hat{z}_1^2)\hat{z}_2 \\ -(2a_{111} + 6a_{112}\hat{z}_1)\hat{z}_2^2 \\ -(a_{11} + a_{33} + 2a_{111}\hat{z}_1 + 3a_{112}\hat{z}_1^2)\hat{z}_3 \\ +a_{12}[a_{33}(a_{22} + a_{221}\hat{z}_1) - a_{221}\hat{z}_2]\hat{X}_2^n \\ -n(a_{22} + a_{221}\hat{z}_1)[(a_{11} + 2a_{111}\hat{z}_1 + 3a_{112}\hat{z}_1^2)\hat{z}_2 - \hat{z}_3]\hat{X}_2^{n-1} \\ + \dfrac{\left[\begin{array}{l} \hat{z}_3 - (a_{11} + 2a_{111}\hat{z}_1 \\ \quad +3a_{112}\hat{z}_1^2)\hat{z}_2 \end{array}\right]}{2a_{12}(P_s - \hat{X}_2)} \left[\begin{array}{l} \hat{z}_3 - (a_{11} + 2a_{111}\hat{z}_1 + 3a_{112}\hat{z}_1^2)\hat{z}_2 \\ -a_{12}a_{21}\hat{z}_1 - a_{12}(a_{22} + a_{221}\hat{z}_1)\hat{X}_2^n \end{array}\right] \end{array}\right]}{a_{12}a_{23}b_3\sqrt{P_s - \hat{X}_2}} \tag{38}$$

여기서 $\hat{X}_2 = \hat{z}_2 - a_{11}\hat{z}_1 - a_{111}\hat{z}_1^2 - a_{112}\,\hat{z}_1^3 - a_{13}\,T_L$

식(17)과 식(38)로 부터 연산량이 현저하게 감소하였음을 알 수 있다. 또한 전기유압 속도제어 시스템의 출력 y(t)는 귀환 선형화된 등가 선형 시스템의 출력 $y_f(t)$와 동일하므로, 일단 앞섬 상태 추정기(24)는 직접 y(t)만 귀환함으로써 한 스텝 앞선 각 상태들을 추정할 수 있다. 디지틀 제어시의 전체 시스템의 블럭선도는 Fig. 2로 나타낼 수 있다.

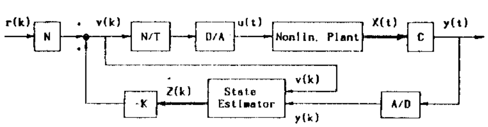


Fig. 2 Block Diagram of the Digital State Feedback Control based on Feedback Linearization Method

5. 결과 및 고찰

귀환 선형화 방법과 기존의 선형화 방법에 의한 모델에 근거한 디지틀 상태 귀환 제어기의 응답 특성을 비교 고찰하기 위하여 실험 및 시뮬레이션을 실시하여 응답특성을 비교하였다. 혼동을 피하기 위하여 다음의 약칭을 사용한다. 모델 #1 = Taylor 선형화 모델, 모델 #2 = 귀환 선형화 모델이며, 여기서 Taylor 선형화 모델은 0점에서 선형화한 모델을 사용하였다. 상태귀환이득은 전체시스템의 동특성이 ITAE기준의 절점 주파수가 ω = 50 rad/s 이 되도록 선정하였고, 일단앞섬 상태추정기 이득은 ω_1 = 5 rad/s 이 되도록 선정하였다.

Fig. 3은 Taylor 선형화 모델에 대한 디지틀 상태 귀환 제어기, Fig. 4는 Taylor 선형화 모델에 대해 적분기를 사용한 디지틀 상태 귀환 제어기, Fig. 5은 귀환 선형화한 모델에 대한 디지틀 상태 귀환 제어기의 과도 응답 특성으로서 각각 외부부하가 0, 5, 10 Nm의 경우인 실험결과이다. 위의 각 그림의 a)에서의 점선은 ITAE 기준에 대한 과도 응답이며 각 그림의 b), c)에서의 점선은 외부부하이다. 그림에서 보는 바와 같이 모델 #1에 근거해 설계한 상태 귀환 제어기로 전기유압 속도제어 시스템을 제어할 경우, 작동점이 선형화점에서 벗어나므로 정상 상태 오차가 존재함을 보여주고 있으며(Fig. 3), 이를 제거하기 위하여 적분기를 추가하여도 (Fig. 4), 정상상태오차는 제거할수 있으나, 원하는 동특성보다 지연되는 응답을 얻게되고 이러한 현상은 외부부하가 커질수록 심해진다. 그러나 모델 #2에 근거해 설계한 상태 귀환 제어기로 전기유압 속도제어 시스템을 제어할 경우는 작동점의 변화에 관계없이 기준입력을 잘 추종함을 볼 수 있으며, 외부 부하가 존재해도 정상 상태 오차가 발생하지 않으며 원하는 동특성을 부여할 수 있다. 또한 Fig. 6는 실험장치의 사용한계로 인하여 고속회전이 불가하므로 시뮬레이션으로 150 rad/s의 기준입력에 대한 응답특성을 고찰한 결과이다. 그림에서의 점선은 Taylor 선형화 모델에 대한적분기가 있는 상태 귀환 제어기의 응답특성이며, 실선은 귀환 선형화 모델에 대한 상태 귀환 제어기의 응답특성이다. 그림의 a)는 무부하 b), c)는 5 Nm의 부하, d)는 10 Nm의 부하가 존재하는 경우이다. 그림에서 보는바와 같이 Taylor 선형화 모델에 적분기가 있는 상태 귀환 제어기의 응답은 정상 상태 오차는 제거 되었으나 외부부하가 커짐에 따라 응답이 늦어지므로 원하는 동특성을 얻기 어렵다. 그러나 귀환 선형화 모델에 근거한 상태 귀환 제어기의 응답은 150 rad/s인 경우에도 ITAE 기준의 응답과 거의 일치함을 볼 수 있으며, 외부부하가 존재할 경우 초기 피크는 존재하나 곧 감쇠되며 정상 상태 오차 없이 잘 제어됨을 보여주며, Taylor 선형화 모델에 적분기가 있는 상태 귀환 제어기의 응답보다도 외부부하에 대하여 강인(robust)함을 볼 수 있다.

6. 결 론

이상의 연구 결과에서 다음의 결론을 얻었다.

1. 전기유압 속도제어 시스템에 대해 구한 비선형 변환이 전체적 변환에 관한 필요 충분 조건을 만족함을 보임으로서, 구해진 등가 선형 시스템은 모든 작동 범위에서 원래의 비선형 시스템과 동일한 거동을 갖게됨을 알 수 있었다.
2. 구해진 귀환 선형화 모델에 대한 상태 귀환 제어를 디지틀제어로 실현하기 위하여 1단 앞섬 상태 추정기를 구성하였다. 이 상태 추정기를 사용함으로써 Grizzle이나 Lee의 방법[8,9]보다 실현하기 쉽고, 실시간 제어가 가능하며, 밸브의 모든 작업 위치에서도 좋은 응답특성을 얻을 수 있는 디지틀 제어기를 구현할 수 있었다. 또한 1단 앞섬 상태 추정기를 사용함으로써 직접 비선형 변환된 선형 상태를 추정 할 수 있었으므로 연산시간을 줄일수 있었다.
3. Taylor선형화한 모델에 대한 디지틀 상태 귀환 제어기를 사용할 경우, 적분기를 도입하여 정상 상태 오차는 제거할 수는 있으나, 작동점이 선형화한 점에서 벗어날수록 과도응답 특성이 늦어지게 되므로 원하는 동특성을 부여하기가 어렵다. 그러나 귀환 선형화 모델에 대한 디지틀 상태 귀환 제어기로는 모든 작업 영역에서 정상 상태 오차없이 ITAE 기준에 의한 원하는 동특성을 부여할 수 있었으며, 적분기가 없어도 외부 부하에 대해 강인한 특성을 보여 주었다.

참 고 문 헌

[1] McCandlish, D. and Dorey, R. E., 1984, "The Mathematical Modelling of Hydrostatic Pumps and Motors", Proc. Instn. Mech. Engrs. vol. 198B, no. 10, pp. 165-174.

[2] Pacey, D. A., Turnquist, R. O. and Clark, S. J., 1983, "A Coefficient Model for a Hydrostatic Transmission", Trans. ASME, vol. 26, no. 3, pp. 669-672, 677.

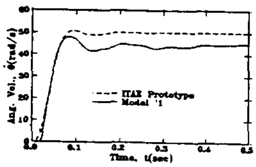
[3] Merritt, H. E., 1967, "Hydraulic Control Systems", John Wiley & Sons.

[4] Krener, A. J., 1973, "On the Equivalence of Control Systems and the Linearizaton of Nonlinear Systems, SIAM J. Contr., vol.11, no.4, pp. 670-676.

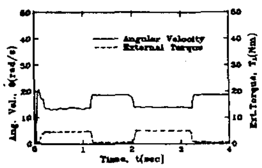
[5] Brockett, R. W., 1978, "Feedback Invariants for Nonlinear Systems, IFAC Congress, Helsinki, pp. 1115-1120.

[6] Su, R., 1982, "On the Linear Equivalents of Nonlinear Systems", Sys. and Contr. Letters, vol.2, no.1, Jul., pp. 48-52.

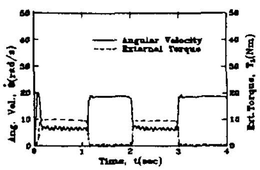
[7] Hunt, L.R., Su, R. and Meyer, G., 1983, "Global Transformations of Nonlinear Systems", IEEE Trans. on Auto. Contr., vol. AC-28, no.1, Jan., pp. 24-31.



a) T_L = 0 Nm

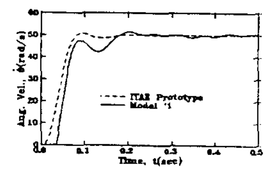


b) T_L = 5 Nm

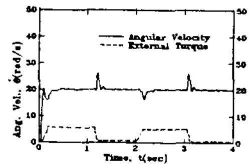


c) T_L = 10 Nm

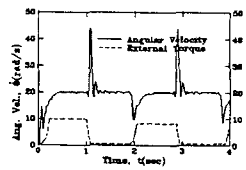
Fig. 3 Step Responses of State Feedback Controller Based on the Taylor Linearized Model (Model #1)



a) T_L = 0 Nm

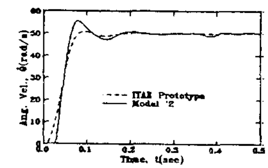


b) T_L = 5 Nm

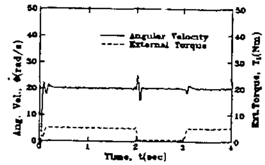


c) T_L = 10 Nm

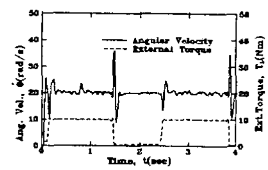
Fig. 4 Step Responses of State Feedback Controller with a Integrator Based on the Taylor Linearized Model(Model #1)



a) T_L = 0 Nm

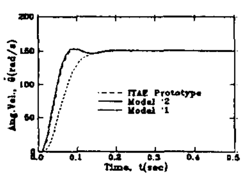


b) T_L = 5 Nm

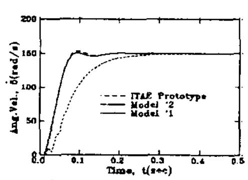


c) T_L = 10 Nm

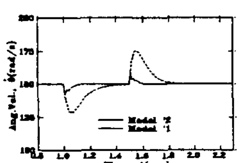
Fig. 5 Step Responses of State Feedback Controller Based on the Feedback Linearized Model (Model #2)



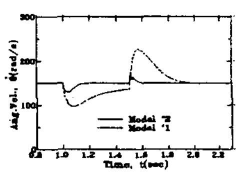
a) T_L = 0 Nm



b) T_L = 5 Nm at 0 sec



c) T_L = 5 Nm at 1 sec



d) T_L = 10 Nm at 1 sec

Fig. 6 Compare the Step Responses of the State Feedback Controller Based on Model #2 to the State Feedback Controller with a Integrator Based on

[8] Grizzle, J. W., and Kokotovic, P. V., 1988, "Feedback Linearization of Sampled Data Systems", IEEE Trans. on Auto. Contr., vol. AC-33, pp. 857-859.

[9] Lee, H. G., and Marcus, S. I., 1987, "Remarks on Discretization and Linear Equivalence of Continuous Time Nonlinear System", Proc. 26th IEEE CDC.

[10] Tayer, W. J., 1958, "Transfer Functions for MOOG Servovalves", MOOG Technicsl Bulletine 103.

[11] Franklin, G. F., Powell, J. D., Amami-Naeini, A., 1986, "Feedback Control of Dynamic Systems", Addison-Wesley, pp. 327-400.

[12] Kailath, T., 1980, "Linear Systems", Prentice-Hall.

[13] Boothby, W. M., 1975, "An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry", Academic Press.

부 록

부록 I : 수학적 배경

정의 1 : F와 G가 R^n에서의 C^∞ 벡터장이라고 하면 F와 G의 Lie괄호(Lie bracket)은 다음과 같이 정의된다.[6]

$$[F,G] = \frac{\partial G}{\partial x}F - \frac{\partial F}{\partial x}G \qquad (A.1)$$

여기서 $\frac{\partial G}{\partial x}$ 와 $\frac{\partial F}{\partial x}$ 는 nxn Jacobian 행렬이다. 정의된 Lie 괄호 역시 R^n에서의 벡터장이며, 한 벡터장에서 다른 벡터장에 대한 Lie 미분을 나타낸다.

계속적(successive) Lie 괄호는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} (ad^1F,G) &= [F,G] \\ (ad^2F,G) &= [F,[F,G]] \qquad (A.2) \\ &\vdots \\ (ad^kF,G) &= [F,(ad^{k-1}F,G)] \end{aligned}$$

정의 2 : R^n에서 C^∞ 벡터장의 집합 $\{F_1,F_2,\cdots,F_r\}$에서 다음과 같은 C^∞ 함수 $\gamma_{ijk}(x)$가 존재한다면, 그 집합을 "involutive"라 한다.[6]

$$[F_i,F_j](x) = \sum_{k=1}^{r}\gamma_{ijk}F_k(x) \qquad (A.3)$$

정리 1 (Frobenius)[13] : 선형적으로 독립된 벡터장의 집합에서 involutiveness 는 적분가능성(integrability)과 동일하다.

정리 2 (비율 조건)[7] : Jacobian 행렬이 J(x)인 미분가능한 사상 $H : R^n \rightarrow R^n$ 이 존재할때, J(x)의 주 선도 소행렬(leading principal minor) $\Delta_1, \Delta_2, \cdots, \Delta_n$의 절대값이, 모든 $x \in R^n$ 에 대하여, 다음의 식을 만족하는 상수 $\varepsilon > 0$ 이 존재하면, H는 R^n에서 R^n 으로의 전단사 사상이다.

$$|\Delta_1| \geq \varepsilon, \quad \frac{|\Delta_2|}{|\Delta_1|} \geq \varepsilon, \quad \cdots, \quad \frac{|\Delta_n|}{|\Delta_{n-1}|} \geq \varepsilon \tag{A.4}$$

여기서 정방행렬 $A = [a_{ij}]$의 경우 $\Delta_1, \Delta_2, \cdots, \Delta_n$는 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= a_{11} \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \\ &\vdots \\ \Delta_n &= |A| \end{aligned}\right\} \tag{A.5}$$

여기서 $|\cdot|$은 행렬식(determinant)이다.

다음과 같은 비선형 연속시간 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t) = F(x(t)) + u(t)G(x(t)) \tag{A.6}$$

여기서 F 와 G는 R^n공간 내의 개집합 U에서 정의 되는 C^∞ 벡터장이고 $F(0) = 0$ 이다.

정리 3 [7] : 만일 i) 시스템 (A.6)의 가제어성 행렬 {G, [F,G], ⋯, $(ad^{n-1}F,G)$}이 R^n 에서 비특이(non-singular)이고, ii) 집합 {G, [F,G], $(ad^{n-2}F,G)$}가 R^n에서 involutive 이고, iii) 변환 T 의 Jacobian 행렬이 C^∞에서 비율조건(ratio condition)을 만족하면, 다음과 같은 특성을 갖는 C^∞ 변환 $T = T(T_1, T_2, \cdots, T_{n+1})$이 존재한다.

a) $T(0) = 0$ (A.7)

b) $T_1, T_2, \cdots, T_n$ 은 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 만의 함수이고, R^n의 각 점에서 nxn Jacobian 행렬은 비특이이다.

c) $T_{n+1} = T_{n+1}(x_1, x_2, \cdots, x_n, u)$ (A.8)

d) T는 시스템(A.6)을 다음과 같은 선형시스템으로 사상(mapping)시킨다.

$$\left.\begin{aligned} \dot{T}_1 &= T_2 \\ \dot{T}_2 &= T_3 \\ &\vdots \\ \dot{T}_n &= T_{n+1} \end{aligned}\right\} \tag{A.9}$$

e) 변환 $T = T(T_1, T_2, \cdots, T_n)$은 R^n에서 일대일 대응이고 $T = T(T_1, T_2, \cdots, T_{n+1})$는 R^{n+1} 에서 일대일 대응이다.

부록 II : 비선형 변환 과정

비선형 변환 T를 구하는 과정은 다음과 같다.
식(A.9)로 부터

$$\frac{dT_i}{dt} = T_{i+1} \qquad i=1,2,\cdots,n \tag{A.10}$$

그러므로

$$\sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial T_i}{\partial x_j}\frac{dx_j}{dt} + \frac{\partial T_i}{\partial u}\frac{du}{dt} \right) = T_{i+1} \tag{A.11}$$

여기서 $T_1, T_2, \cdots, T_n$은 x_i만의 함수이고, $T_{n+1} = T_{n+1}(x_1, x_2, \cdots, x_n, u)$이므로

$$\left.\begin{aligned} \frac{dT_i}{du} &= 0 \qquad i=1, 2, \cdots, n \\ \frac{dT_{n+1}}{du} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{A.12}$$

그러므로

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial T_i}{\partial x_j}\frac{dx_j}{dt} = T_{i+1} \qquad i=1, 2, \cdots, n \tag{A.13}$$

비선형변환은 식(A.12), (A.13)의 연립방정식을 풂으로서 구할 수 있다.