'91 韓國自動制御學術會議論文集 1991. 10.22~24

온라인 파라미터 추정에 의한 PID 제어기의 동조에 관한 연구

°유연운 설남오 김성중 박종국* 이창구**
전북대학교 제어계측공학과
* 제철전기콘트롤 주식회사
** 한국전자통신연구소

A Study on Tuning for PID-Controllers based on On-line Parameter Estimation

°Y.Y.Yu, N.O.SUL, S.J.Kim, J.K.Park*, C.K.Lee**
Dept.of Control & Instrumentation Eng.
Chunbuk National University
* PSCON
** ETRI

Abstract

It has been recognized as important subject by users that PID-Controllers widely used in industrial processes must be well-tuned. In this paper, We present an automatic tuning method for PID-Controllers which is based on discrete parameter estimation and application of conventional tuning-rules. The method is easy to implement on microprocessor because critical values are obtained by the mathematical computation. Also, It permits quick on-line tuning. Simulation results show that most processes are well tuned by the suggested tuning method in this paper.

1. 서론

공정제어를 하기위해 산업 현장에서 사용하는 제어기는 대부분이 PID(Proportional Integral Derivative)구조를 가지고 있다. 근래에 보다 정교한 현대 제어이론들이 개발되었음에도 PID 제어기가 계속 널리 쓰이는 데에는 다음과 같은 몇가지 이유들이 있다.[1)-2)]

- 산업체 현장 엔지니어들이 최적제어, 적응제어 등의 현대 제어이론들 보다는 PID 제어알고리즘에 친숙해져 있으며 PID 제어기의 운전과 동조에 관한 많은 경험을 가지고 있다.
- 제어기의 구조가 간단하여 실현하기가 용이하고 제어하고자 하는 플랜트가 큰 지연시간이나 심한 비선형 특성을 가지지 않는한 거의 완벽한 제어목적을 이룰 수 있다.
- 새로운 제어이론을 적용하였을 경우 이에 따른 경제적 이득을 예측할 수 없으며 현장 운전자를 특별히 훈련시켜야 한다.

현재 널리 사용되고 있는 PID 제어는 공정의 동특성이 변화할 때 문제가 발생하는데 이때, 경험있는 운전자는 재동조할 수 있다. 그러나 운전자가 이런 노하우 (Know-how)를 형성하는데에는 상당한 어려움이 따른다. 따라서 많은 루우프와 시정수가 긴 공정의 제어기를 동조하기 위해서는 많은 노력이 필요하기 때문에 자동으로 동조를 하는 것이 바람직하다.

일반적으로 동조란 제어하고자 하는 공정에 대한 정보를 취득하고 이 정보를 이용하여 주어진 제어목적을 만족시킬 수 있는 제어기의 매개변수를 추정하여 제어기의 파라미터를 얻는 일이라 할 수 있다. 지금까지 여러가지 방법들이 제시되었는데, 제시된 방법 중 산업현장에서 널리 쓰이고 있는 동조방법은 Ziegler-Nichols 방법이었다. 이 방법은 비례이득을 키워서 일정한 발진이 얻어질 때, PID 제어기의 매개변수인 임계값을 도출하는 방법이나 마이크로프로세서상에서 자동화하기가 어렵고 많은 시간소비의 단점이 있다. Astrom은 이러한 단점을 해결하기 위해 비례제어 대신에 폐루우프에 릴레이를 도입하여 임계값을 구하고 위상마진과 이득마진을 보장하는 방법을 제시했다.[3)] 이 방법은 Ziegler-Nichols의 동조방법을 자동으로 수행할 수 있지만, 공정 파라미터가 변화할 때 파라미터를 온라인 으로 추정할 수 없기 때문에 재동조를 해야하는 번거로움이 있다. 그러므로 공정의 파라미터를 온라인으로 추정하여 임계값을 구하고, 이를 이용하여 PID 제어기를 설계할 수 있는 알고리즘이 필요하다.

본 연구에서는 공정 모델의 파라미터를 최적화하기 위하여 최소자승법으로 파라미터를 추정하고, 발진을 일으켜 임계값을 구하는 대신에 안정도 한계에 대한 수학적인 계산에 의해 임계값을 구하여 이를 Ziegler-Nichols와 Astrom-hagglund의 동조규칙에 적용하는 새로운 동조방법을 제시한다. 그리고 모의실험에서 본 연구의 동조방법이 선정된 공정 모델에 잘 동조됨을 보였다.

2. 공정모델의 파라미터를 추정 하기 위한 최소자승법

이산형 전달함수로 표현되는 공정이 있다고 가정하자.

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots\cdots + a_m z^{-m}} z^{-d}$$

$$= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} = \frac{y(z)}{u(z)} \tag{1}$$

여기에서

$z = \exp(T_0\ s)$

$s = \sigma + j\omega$

T_0 : sampling time

노이즈 n(k)가 포함된 차분 방정식은 다음과 같다.

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - \cdots - a_m y(k-m) + b_1 u(k-d-1) + \cdots$$
$$+ b_m u(k-d-m) + n(k) = \varphi^T(k)\theta + n(k) \tag{2}$$

단,

$$\theta^T = [a_1, \cdots, a_m : b_1, \cdots, b_m] \tag{3}$$

$$\varphi^T = [-y(k-1) - \cdots -y(k-m),\ u(k-d-1) \cdots u(k-d-m)] \tag{4}$$

차수 m과 dead time $d = T_t/T_0$ 은 사전에 알고 있어야 한다.

공정 파라미터 θ는 최소자승법 (least square method)으로 추정할 수 있다.

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k+1)\ e(k+1) \tag{5}$$

$$e(k+1) = [y(k+1) - \varphi^T(K+1)\ \hat{\theta}(K)] \tag{6}$$

correcting - vector K(k)는 다음식에 의해 반복적으로 수정된다.

$$K(k+1) = P(k)\ \varphi(k+1)\ [\varphi^T(k+1)\ P(k)\ \varphi(k+1) + \lambda]^{-1} \tag{7}$$

$$P(k+1) = [I - K(k+1)\varphi^T(k+1)]\ P(k)/\lambda \tag{8}$$

단, λ($0.9 < \lambda \le 1$)는 알고리즘의 적응속도를 결정하기 위한 추가적인 파라미터이다.[4]

3. 수학적 계산에 의한 임계이득과 임계주기

임계값을 구하기 위해 추정된 공정 파라미터 a_i, b_i를 사용할때, 비례제어하에서 폐루프의 특성 방정식은 다음과 같다.

$$N(z^{-1}) = 1 + k\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} = 0$$

$$A(z^{-1}) + k\ B(z^{-1})\ z^{-d} = 0 \tag{9}$$

방정식 (9)에 z^{m+d} 곱하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$N(z) = z^{m+d} + c_{m+d-1} z^{m+d-1} + \cdots\cdots + c_1 z + c_0 = 0 \tag{10a}$$

단, $c_i = (a_{m+d-i} + k\ b_{m-i})$; $i = 0, \cdots\cdots, m+d-1$ (10b)

z-평면의 안정도 한계(단위 원)와 근궤적의 복소수 교차점은 다음 행렬식으로 알 수 있다.[5]

$$\det\ (x-y) = 0 \tag{11}$$

여기서

$$x_{m+d-1} = \begin{bmatrix} 1 & c_{m+d-1} & \cdots & c_2 \\ & 1 & & c_3 \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & c_{m+d-1} \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_{m+d-1} = \begin{bmatrix} & 0 & & c_0 \\ & & & c_1 \\ & & \cdot & \vdots \\ c_0 & c_1 & \cdots & c_{m+d-1} \end{bmatrix} \tag{12}$$

방정식 (10b)를 사용하여 det (x - y)를 구하면 k의 멱급수로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\det\ (x - y) = f(k) = f_0 + f_1 k + \cdots$$
$$+ f_{m+d-1}\ k^{m+d-1} = 0 \tag{13}$$

단, $m - d \le 4$

방정식 (13)는 zero에 대한 반복적인 계산으로 풀 수 있다. 식(13)의 계산결과에 의한 k_i($i = 1, \cdots\cdots m+d-1$)값 중에서 가장 작은 양수가 discrete 비례제어하의 폐루프 발진을 일으키는 임계값 k_c 이다. $k=k_c$를 방정식 (10a)에 대입하고 풀면 폐루프 발진을 하는 임계 주파수 ω_c가 구해진다.

복소수 해를 다음과 같이 가정하자.

$$z_c = x_c + jy_c \tag{14}$$

여기서

$$|z_c| = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} = 1$$

z 변환의 정의에서

$$z = \exp(T_0 s) = e^{T_0(\sigma + j\omega)} = e^{T_0\sigma} e^{jT_0\omega}$$

안정도 한계로 발진하기 위해서 σ 는 zero 이어야 한다.
위의 식은 다음과 같이 변화된다.

$$z = e^{jT_0\omega} = \cos \omega T_0 + j\sin \omega T_0 \tag{15}$$

방정식 (14)과 (15)을 비교하면

$$\omega_1 = \frac{1}{T_0} \arccos x_c$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T} \arcsin y_c$$

그리고,

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_c \text{ 가 된다.}$$

따라서, 임계주기 T_c는 다음과 같다.

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} \tag{16}$$

임계이득(k_c)과 임계주기(T_c)는 추정된 공정의 이산(discrete) 파라미터 모델을 사용하여 안정도 한계에 대한 수학적인 계산에 의해 결정하였다.

본 연구에서는 파라미터 추정을 하기 위해 작은 입력신호를 인가할 뿐, 발진 실험을 할 필요가 없다.

4. PID 제어기 파라미터의 동조

발진을 일으켜 임계값을 구하는 대신에 방정식 (13)-(16)에서 계산한 임계이득(k_c)과 임계주기(T_c)를 가지고 PID 제어기의 파라미터를 동조한다. 먼저 최소자승법을 이용하여 공정 파라미터의 최적값을 구하고, 본 연구에서 제시한 수학적 계산에 의하여 임계값을 구한 후, Ziegler_Nichols와 Astrom_Hagglund의 동조규칙에 적용하여 PID 제어기를 설계한다.

PID제어기의 설계를 위한 동조규칙은 표1. 과 같다. 여기에서 Ziegler_Nichols의 동조규칙은 시스템 출력에 발진이 생겼을 때 그 발진의 진폭이 매 주기마다 1/4씩 줄어드는 PID 계수를 경험적으로 구한 것이고, Astrom_Hagglund의 동조규칙은 임의의 증폭마진을 유지하도록 하는 방법인데 일반적으로 샘플링 주기의 6배 정도로 설계하는 것이 바람직하다.

표1. 임계값을 이용한 PID 동조계수 결정

Table 1. Determination of PID Parameters using Critical Values

	K	T_i	T_d
Ziegler-Nichols	$0.6*k_c$	$0.5*T_c$	$0.125*T_c$
Astrom-Hagglund	k_c/A_m	$\alpha*T_c$	$1/\omega_c^2 T_c$

본 연구에서 사용된 PID 알고리즘은 아래와 같다.

$$u(t)=K\left[e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt}\right] \tag{17}$$

위의 식을 차분방정식으로 표현하면 다음과 같다.
여기에서 미분은 1차 차분으로 대치하고, 적분은 rectangular 적분으로 근사화한 값을 대입한다.

$$u(k)=K\left[e(k) + \frac{T_0}{T_i}\sum_{i=0}^{k} e(i) + \frac{T_d}{T_0}(e(k)-e(k-1))\right] \tag{18}$$

또한, 반복적인 알고리즘을 구하기 위해 u(k-1)의 값을 구하여 위식에서 감산하면 아래와 같은 속도 알고리즘을 구할 수 있다.

$$u(k-1)=K\left[e(k-1)+ \frac{T_0}{T_i}\sum_{i=0}^{k-1} e(i-1)+ \frac{T_d}{T_0}(e(k-1)-e(k-2))\right] \tag{19}$$

$$u(k)=u(k-1) + q_0*e(k) + q_1*e(k-1) + q_3*e(k-2) \tag{20}$$

단, $q_0 = K(1 + T_d/T_0)$

$$q_1 = -K(1 + 2*T_d/T_0 - T_0/T_i) \tag{21}$$

$q_3 = K*T_d/T_0$

5. 모의실험

본 연구에서 제시한 동조방법을 임의의 공정모델을 대상으로 모의실험하였다. 모의실험을 위한 공정모델은 다음과 같다.

$$G(s)=1-4s/(1+4s)(1+10s) \tag{22}$$

$$G(s)=1/(1+10s)(1+7.5s)(1+5s) \tag{23}$$

위의 모델을 z변환하면,

$$G(z)= \frac{-0.072z^{-1} + 0.09394z^{-2}}{1-1.68364z^{-1} + 0.70469z^{-2}} \tag{24}$$

$$G(z)= \frac{0.0186z^{-1} + 0.0486z^{-2} + 0.0078z^{-3}}{1-1.7063z^{-1} + 0.958z^{-2} - 0.1767z^{-3}} \tag{25}$$

단, 샘플링 시간은 4sec로 선정하였다.

G(z)의 파라미터는 최소자승법을 사용하여 최적화된다. 그리고 식(9)-(16)에서 임계이득 k_c와 임계주기 T_c를 구할 수 있다.

위의 2차와 3차 모델에 대한 임계이득과 임계주기는 각각 k_c=2.675 T_c=27.78sec, k_c=5.032 T_c=33.92sec로 구해진다. 여기에서 구한 임계값을 가지고 표1.를 사용하여 각각의 동조규칙에 대한 PID 제어기를 설계하였다. 그림에서 보는 바와 같이 본 연구에서 구한 임계값이 Ziegler_Nichols와 Astrom_Hagglund 동조규칙에 잘 동조됨을 알 수 있다.

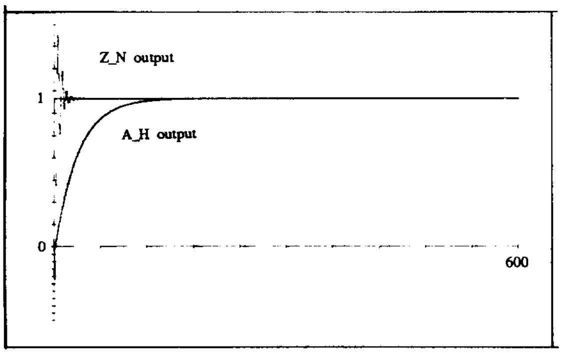

그림 1. Ziegler_Nichols와 Astrom_Hagglund의 동조규칙에 의한 PID 제어기 (2차 공정모델)
FIG. 1. PID Controller Using tuning rules of Z_N and A_H (2nd process model)

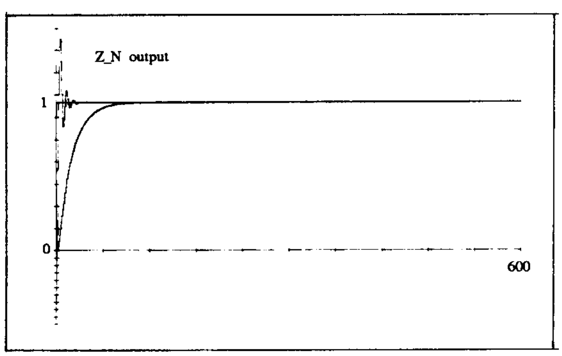

그림 2. Ziegler_Nichol와 Astrom_Hagglund의 동조규칙에 의한 PID 제어기 (3차 공정모델)
FIG. 2. PID Controller Using tuning rules of Z_N and A_H (3rd process model)

6. 결론

본 연구에서는 PID 제어기에 대한 새로운 동조 방법을 제시했다. 이 방법은 공정 파라미터 추정하여 공정의 임계이득과 임계주기를 수학적인 계산으로 구하고, 이 임계값을 가지고 Ziegler_Nichols와 Astrom_Hagglund의 동조규칙에 적용하여 PID 제어기를 설계하였다. 임의의 공정모델을 가지고 모의실험한 결과, 원하는 임계값을 얻을 수 있었으며 설정값에 잘 도달하는 우수한 성능을 보였다.

따라서 본 연구의 동조방법은 산업현장에서 널리 사용되는 PID 제어기의 설계에 유용하리라 생각되며, 차후의 연구 방향은 파라미터 추정방법을 개선하고 PID 제어기의 동조규칙을 개발하도록 하여야 하겠다.

참고문헌

1) G. A. Dumont, C.Zervos and P.R.Belanger, "Automatic Tuning of Industial Controllers. " ACC, Boston, Vol.2, 1985.

2) Cecill L. Smith, Digital Computer Process Control, International Text Book. Company, 1972.

3) Astrom, K. J. and T. Hagglund, 1985. " Automatic Tuning of Simple Regulator with Specification on Pase and Amplitude Margins. " Automatica, Vol.20, pp.645.

4) Isermann,R. Digital Control Systems. New York, Springer Verlag, 1981.

5) E. I. Jury, Theory and Application of The z-Transform Method. 1968.

6) Ziegler, J. G, Nichols,N. B. " Optimum settings for Automatic controller. Trans.ASME 64, 1942.

7) Wittenmark, B., 1979." Self Tuning PID Controls based on pole placement Department of Automatic Control Lund Institute of Technology.