

## 역퍼지 모델을 이용한 퍼지 적응 제어

· 김 재 익      이 평 기      전 기 준  
경북대학교    공과대학    전자공학과

# Fuzzy Adaptive Control with Inverse Fuzzy Model

Jae-Ick Kim    Pyeong-Gi Lee    Gi-Joon Jeon  
Dept. of Electronics Eng.  
Kyungpook National University

### ABSTRACT

This paper presents a fuzzy adaptive controller which can improve the control policy automatically. Adaptation is achieved by the addition of on-line identification of the fuzzy inverse model using input-output data pairs of the process. Starting with an initial crude control rule, the adaptive controller matches the model to the process to self-tune the controller. The control algorithm needs much less memory of computer than other SOC algorithms.

### I. 서      론

현대 제어이론에서는 공정의 수학적 모델링이 매우 중요한 역할을 한다. 그러나 화학반응 공정과 같은 매우 복잡한 공정은 수학적 모델을 쉽게 구할 수도 없거나, 구하더라도 적절한 제어를 설계하기가 쉽지 않다. 이런 어려운 공정들을 전문가의 경험을 바탕으로 하여 수학적인 모델링이 없이도 잘 제어하고 있다. 이와 같은 인간의 경험을 바탕으로 한 추론과정을 모방한 인공지능 등 여러 이론이 다양하게 연구되었다. 그 중에서 Zadeh교수에 의하여 제안된 퍼지(Fuzzy) 이론[1]은 애매하고 불확실한 정보로부터 유용한 정보를 얻기 위한 수학적 이론으로 애매한 정보의 정도를 [0,1]사이의 멤버십 함수로 변환하여 논리적 추론을 가능하게 하였다. 이 이론에 의한 퍼지 논리 제어기는 공정을 제어하기 위한 제어를 구하기 위하여 인간의 경험을 바탕으로 한 휴리스틱

(heuristic)한 제어규칙의 집합으로 구성된다. 이 퍼지 제어기는 1970년초에 Mamdani와 Assilian가 보일러에 자동제어 연구[2]의 성공이후 교통망 제어, 공장 제어, 로봇트 제어 그리고 의학 진단 등 여러 분야에서 최근 활발하게 연구되고 있다. 퍼지 제어기의 제어규칙은 숙련된 조작자의 경험으로부터 얻고 있으나, 숙련된 조작자로부터 제어규칙을 도출하는 것이 항상 쉬운 것이 아니다. 많은 경우 조작자는 공정을 제어하는 동안의 과정을 정확하게 표현하지 못하고 있는데 이 경우에 설정되었던 퍼지 제어규칙들은 공정을 적절하게 제어하지 못한다. Procyk와 Mandani에 의하여 제안된 퍼지 자기 구성 제어기(Fuzzy Self-Organising Controller)[5]는 전문가의 경험으로부터 제어규칙을 얻기가 어려운 경우 공정의 수행중에서 얻어진 정보를 이용하여 미리 설정되어진 공정의 제어 성능 지표(Control Performance Index)를 이용하여 제어기가 스스로 제어규칙을 생성하여 공정의 성능을 개선시켜 나간다.

이 논문에서는 역퍼지 모델을 이용한 새로운 퍼지 적응 제어기를 제안한다. 이 제어기에서는 공정에 대한 전문가의 사전 정보를 알지 못하거나 부정확한 경우 초기에 선택한 조잡한 퍼지 제어규칙으로 공정을 제어하기 시작하여 공정의 입력과 출력의 정보만으로 역퍼지 모델로부터 목표치를 따라가게 하는 제어입력을 찾아낸다. 이 제어입력으로부터 새로운 제어규칙을 도출하여 초기의 제어규칙을 수정함으로써 제어기의 성능을 자동적으로 개선해 나가는 방법이다. 본 연구의 신뢰성을 검증하기 위하여 이 알고리즘을 DC 서보 모터와 선형 이차 공정에 적용하여 성능을 확인하였다.

퍼지 제어기의 입력변수는 제어 목표값과 공정의 출력과의 오차(e), 전 샘플시간과의 오차변화(ce)이고, 출력변수는 제어량(u)이다. 제어규칙은 다음과 같은 "IF - THEN"의 언어적으로 표현한다.

$$R_i: \text{IF } e \text{ is } E_i \text{ and } ce \text{ is } CE_i \text{ THEN } u \text{ is } U_i. \quad (1)$$

여기서,  $E_i, CE_i, U_i$  는 언어적 퍼지변수이다.

퍼지 연관행렬(Relation Matrix)은 다음과 같이 정의 된다.

$$R_i = E_i \times CE_i \times U_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$R = R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_i \cup R_n = \bigcup_{i=1}^n R_i \quad (3)$$

여기서,  $\times$ 는 카테시안(cartesian)곱이고,  $\cup$ 는 MAX 연산자(operator)이다.

제어량은 연관행렬과 제어 입력변수로부터 합성연산자(Composition operator)에 의하여 추론되어진다.

$$U' = E \circ CE \circ R \quad (4)$$

여기서,  $U'$  는 추론된 제어량 퍼지변수이고,  $\circ$  는 합성연산자이며 다음과 같은 MAX-MIN 합성연산자로 연관행렬과 추론을 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{연관행렬: } \mu_R(e, ce, u) \\ = \max_i \{ \min[ \mu_{E_i}(e), \mu_{CE_i}(ce), \mu_{U_i}(u) ] \} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{추론: } \mu_{U'}(u) \\ = \max_i \{ \min[ \mu_E(e), \max[ \min[ \mu_{CE}(ce), \mu_R(e, ce, u) ] ] ] \} \end{aligned} \quad \text{--- (6)}$$

여기서,  $\mu$ 는 멤버십 함수(membership function)이다.

공정에 들어갈 제어량을 구하기 위하여 추론된 퍼지집합으로부터 실제 물리값으로 바꾸기 위하여 비퍼지화(defuzzification)하여야 한다. 여기서는 무게중심법(center of gravity: COG)으로 비퍼지화 한다.

$$u^* = \frac{\sum_i (\mu_{U'}(u_i) \times u_i)}{\sum_i \mu_{U'}(u_i)} \quad (7)$$

퍼지 적응 제어기의 구조는 그림 1에 나타나 있다. 퍼지 적응 제어기는 공정의 입력과 출력으로부터 새로운 제어입력을 도출하는 역퍼지 모델부와 새로운 제어입력으로 제어규칙을 만드는 제어규칙 수정부로 나누어진다.

제어할 공정은 입력(u)와 출력(y)를 가지는 단입력/단출력 시불변 코졸(causal) 공정을 이용한다. 이 공정은 다음과 같이 모델링이 가능하다. n은 공정의 차수이다.

$$\begin{aligned} y(k+1) &= \psi(u(k), u(k-1), \dots, u(k-n+1), \\ & y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1)) \end{aligned} \quad (8)$$

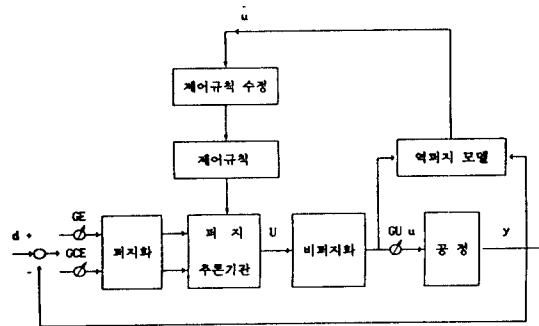


그림 1. 퍼지 적응 제어기의 구성도  
Fig. 1. Structure of Fuzzy Adaptive controller.

1. 역(Inverse)퍼지 모델

퍼지 제어기에 의하여 제어한 공정의 입력과 출력의 쌍을 매 샘플시간마다 역퍼지 모델에 저장한다. 저장된 입력/출력 쌍을 다음과 같이 정의한다.

$$(u_a(i), y_a(i)), \quad i=0, \dots, N, \quad (9)$$

여기서, N은 입력/출력쌍 저장 갯수이다.

공정의 출력이 원하는 목표치에 따라 가게 하는 제어입력을 찾기 위하여 저장된 공정의 입력/출력쌍과 목표치를 따라 가는 출력과 비교한다. 목표치(d(k+1))를 따라 가는 유사한 입력/출력쌍을 찾으면 이 정보로부터 역퍼지 모델은 새로운 제어입력을 찾아 낸다. 역퍼지 모델을 "IF - THEN"의 언어적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{IF } Y_a(k) \approx Y_a(j) \text{ and } d(k+1) \approx Y_a(j+1) \\ \text{THEN } U_a(k) \approx U_a(j). \end{aligned} \quad (10)$$

이 역퍼지 모델의 변수  $Y_a(k)-Y_a(j)$ ,  $d(k+1)-Y_a(j+1)$ 를 퍼지화하기 위한 멤버십함수는 다음과 같이 정의한다.

$$\mu_{Y_a(k)-Y_a(j)} = \frac{1}{\exp[(Y_a(k) - Y_a(j))/a]^2} \quad \text{--- (11)}$$

$$\mu_{d(k+1)-Y_a(j+1)} = \frac{1}{\exp[(d(k+1) - Y_a(j+1))/b]^2} \quad \text{--- (12)}$$

두 퍼지집합의 연관 관계는 다음과 같이 정의한다.

$$S(k, j) = \mu_{Y_a(k), Y_a(j)} \wedge \mu_{d(k+1), Y_a(j+1)} \quad \text{--- (13)}$$

여기서,  $\wedge$ 는 MIN 연산자이다.

$k$  샘플시간의  $Y_a(k)$ 와  $d(k+1)$ 과 저장된 입력/출력쌍과 비교하기 위하여 식(11), (12)에 의하여 퍼지화를 하여 매 샘플 시간  $j=0, 1, \dots, N$ 에 대하여 두 퍼지집합의 연관 관계  $S(k, j)$ 을 구하고 이  $S(k, j)$ 가 퍼지  $\alpha$ -cut( $\alpha=0.5$ ) 이상인 것을 모아서 다음의 식(14)에 의하여 새로운 제어입력  $u(k)$ 를 추론한다. 여기서,  $p$ 는 퍼지  $\alpha$ -cut이 0.5이상인 유사한 입력/출력쌍 갯수이다.

$$u(k) = \frac{\sum_{j=0}^p (S(k, j) \times u_a(j))}{\sum_{j=0}^p S(k, j)} \quad (14)$$

## 2. 제어규칙의 수정

공정의 정보( $e_k, ce_k$ )와 역퍼지 모델로부터 얻은 새로운 제어입력( $\hat{u}_k$ )를 정보로 하여 하나의 언어적 제어규칙을 만든다. 이 제어규칙을 만드는 것은 정보값들이 가지는 가장 큰 멤버십 함수의 퍼지집합에서 결정된다.

예를 들면, 현재 정보가  $\{e_k; ce_k; \hat{u}_k\}$  이고,  $e_k$ 의 가장 큰 멤버십함수를 가지는 퍼지집합이  $E_k$ ,  $ce_k$ 의 가장 큰 멤버십함수를 가지는 퍼지집합이  $CE_k$ ,  $\hat{u}_k$ 의 가장 큰 멤버십함수를 가지는 퍼지집합이  $U_k$ 이면 다음과 같은 새로운 제어규칙이 만들어진다.

$$\begin{aligned} E_k &= \mathcal{F}(e_k) \\ CE_k &= \mathcal{F}(ce_k) \\ U_k &= \mathcal{F}(\hat{u}_k) \end{aligned}$$

여기서,  $\mathcal{F}(\cdot)$ 는 퍼지화(fuzzifier) 함수이다.

$$\text{IF } e \text{ is } E_k, ce \text{ is } CE_k \text{ then } u \text{ is } U_k. \quad (15)$$

새로 만들어진 이 제어규칙이 기존 제어규칙속에 존재하고 있지않다면 이 제어규칙은 새로이 추가하면 된다. 그러나 기존 제어규칙속에 다음과 같은 제어규칙이 이미 존재하고 있다면

$$\text{IF } e \text{ is } E_k, ce \text{ is } CE_k \text{ then } u \text{ is } U_j. \quad (16)$$

두 개의 제어규칙에서 가중치  $\xi$ 에 의한 다음과 같은 새로운 제어규칙을 만든다.

$$m = \text{가장 근접한 정수} ((1-\xi) \times j + \xi \times k), \xi \in [0, 1] \quad \text{--- (17)}$$

$$\text{IF } e \text{ is } E_k, ce \text{ is } CE_k \text{ then } u \text{ is } U_m. \quad (18)$$

(18)의 제어규칙이 (16)의 제어규칙과 대치되고 (15)의 제어규칙은 소멸된다. 이때 가중치  $\xi$ 값이 1이면 새롭게 만들어진 제어규칙이 예전 제어규칙과 완전히 대치되어 제어기의 적응성이 최대가 되나, 잡음에 대한 견실성이 떨어지게 된다. 그리고 가중치  $\xi$ 값이 작아지면 잡음에 대한 견실성이 좋아지게 된다. 초기 제어규칙의 신뢰성이 떨어지고 역퍼지 모델로부터의  $\hat{u}_k$ 값이 더 정확하므로 첫번째 제어규칙의 수정시  $\xi$ 값은 1이 타당하며 두번째의 제어규칙 수정부터는 그때의 제어규칙이 어느 정도의 신뢰성을 가지므로  $\xi$ 값은 1보다 적은 값이 타당하다.

## 3. 제어 알고리즘

- 단계 1 : 초기의 조잡한 퍼지 제어규칙으로부터 공정 제어
- 단계 2 : 공정의 입력/출력쌍을 역퍼지 모델에 저장
- 단계 3 : 역퍼지 모델에서 매 샘플시간마다 제어 목표치를 따라 가는  $\hat{u}_k$  추정
- 단계 4 :  $\{e_k; ce_k; \hat{u}_k\}$ 를 정보로하여 새로운 제어규칙 생성
- 단계 5 : 새로운 제어규칙으로 공정 제어
- 단계 6 : 단계 2로 반복

#### IV. 실험 결과

본 연구에서는 제한한 퍼지 적용 제어를 DC 서어보 모터 모델과 선형 이차 공정에 적용하였다. 두 공정 모두 표 1의 초기 제어규칙과 그림 2의 멤버십 함수로 제어하였으며  $a=b=c=1$ 로 하였다.

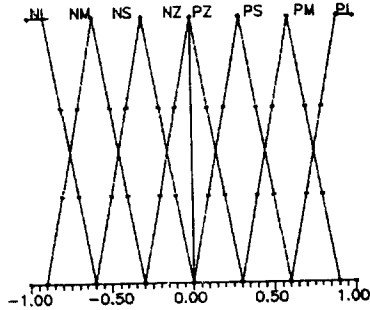


그림 2. 퍼지 집합의 멤버십 함수  
Fig. 2. Fuzzy sets of input and output.

D.C. 서어보 모터 모델의 전달함수[7]는 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{1}{s(s+3.6)} \quad (19)$$

이 공정의 제어목표치가 1로 고정하였을 경우의 실험 결과가 그림 3과 같으며 최종 수정된 제어규칙은 표 2에 나타나 있다. 이때 입력과 출력의 스케일링 요소(scaling factor)는  $G_E=2, G_C=2, G_U=1, N=50$ 으로 하였다.

공정의 제어목표치가 1과 0.5로 변하는 경우의 실험 결과가 그림 4와 같으며 최종 수정된 제어규칙은 표 3에 나타나 있다. 이때  $N=100$ 으로 하였다.

선형 이차 공정의 전달함수[5]는 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{0.00375}{(s+0.25)(s+0.15)} \quad (20)$$

이 공정의 제어목표치가 1로 하였을 경우의 실험 결과가 그림 5와 같으며 최종 수정된 제어규칙은 표 4에 나타나 있다. 이때  $N=100$ 으로 하였다.

표 1. 초기 제어규칙  
Table 1. Initial Control Rule.

		CE							
		NL	NM	NS	NZ	PZ	PS	PM	PL
E	NL	NZ	NS	NM	NL	NL	NL	NL	NL
	NM	PS	NZ	NS	NM	NM	NM	NL	NL
	NS	PM	PS	NZ	NS	NS	NS	NM	NL
	NZ	PM	PM	PS	PZ	NZ	NS	NM	NM
	PZ	PM	PM	PS	PZ	NZ	NS	NM	NM
	PS	PL	PM	PS	PS	PS	PZ	NS	NM
	PM	PL	PL	PM	PM	PM	PS	PZ	NS
	PL	PL	PL	PL	PL	PL	PM	PS	PZ

표 2. 그림 3의 최종 제어규칙  
Table 2. Final Control Rule of Fig. 2.

		CE							
		NL	NM	NS	NZ	PZ	PS	PM	PL
E	NL	NZ	NS	NM	NL	NL	NL	NL	NL
	NM	PS	NZ	NS	NM	NM	NM	NL	NL
	NS	PM	PS	NS	NZ	NS	NS	NM	NL
	NZ	PM	PM	NZ	PZ	NZ	NS	NM	NM
	PZ	PM	PM	PS	NZ	NZ	NS	NM	NM
	PS	PL	PM	NZ	NZ	PS	PZ	NS	NM
	PM	PL	PL	PM	PS	PM	PS	PZ	NS
	PL	PL	PL	PM	PM	PL	PM	PS	PM

표 3. 그림 4의 최종 제어규칙  
Table 3. Final Control Rule of Fig. 3.

		CE							
		NL	NM	NS	NZ	PZ	PS	PM	PL
E	NL	NZ	NS	NM	NL	NL	NL	NL	NL
	NM	PS	NZ	NS	NM	NM	NS	NL	NL
	NS	PM	PS	NS	NS	NS	NZ	NM	NL
	NZ	PM	PM	NZ	PZ	NZ	NZ	NM	NM
	PZ	PM	PM	PS	NZ	NZ	NS	NM	NM
	PS	PL	PM	PS	NZ	PS	PM	PS	NM
	PM	PL	PL	PS	PS	PM	PS	PZ	NS
	PL	PL	PL	PM	PM	PL	PM	PS	PM

표 4. 그림 5의 최종 제어규칙  
Table 4. Final Control Rule Fig. 5.

		CE							
		NL	NM	NS	NZ	PZ	PS	PM	PL
E	NL	NZ	NS	NM	NL	NL	NL	NL	NL
	NM	PS	NS	NS	NM	NM	NM	NL	NL
	NS	PM	PS	NM	NS	NS	NS	NM	NL
	NZ	PM	PM	NZ	PZ	NZ	NS	NM	NM
	PZ	PM	PM	NS	PS	NZ	NS	NM	NM
	PS	PL	PM	PS	PS	PS	PZ	NS	NM
	PM	PL	PL	PM	PM	PM	PS	PZ	NS
	PL	PL	PL	PM	PM	PL	PM	PS	PM

## V. 결 론

본 연구에서는 전문가의 사전정보대신 초기의 조잡한 제어규칙에 의한 입력/출력상의 정보만으로 역퍼지 모델로부터 목표치를 따라 가게 하는 제어입력을 찾아 제어규칙을 수정하는 새로운 퍼지 적응 제어기를 제안하였다. 제안한 역퍼지 모델을 이용한 퍼지 제어기는 초기에 주어진 조잡한 퍼지 제어규칙으로부터 3번의 반복과정을 거쳐 최종적으로 만족할만한 제어규칙을 얻어 공정을 성공적으로 제어하고 있다.

## VI. 참고문헌

- [1] L.A.Zadeh, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-3, pp. 28-44, 1973.
- [2] E.H.Mamdani and S.Assilian, "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller," *Int. J. Man-Machine Stud.*, vol. 7, pp. 1-13, 1975.
- [3] W.J.M.Kickert and H.R.Lemke, "Application of Fuzzy Controller in a Warm Water Plant," *Automatica*, vol.12, no. 4, pp. 301-308, 1976.
- [4] C.P.Pappis and E.H.Mamdani, "A Fuzzy Logic Controller for a Traffic Junction," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-7, no. 10, pp. 707-717, 1977.
- [5] T.J.Procyk and E.H.Mamdani, "A Linguistic Self-Organizing Process Controller," *Automatica*, vol.15, pp. 15-30, 1979.
- [6] F. van der Rhee and H.R. van Nauta Lemke and J.G. Dijkman, "Applying Fuzzy Set Theory to Modeling Processes," *10th World Congress on Automatic Control*, vol. 6, pp. 338-343, 1987.
- [7] Y.F.Li and C.C.Lau, "Development of Fuzzy Algorithms for Servo Systems," *IEEE Contr. Syst. Mag.*, vol 9, no. 3, pp. 65-72, 1989.
- [8] B.P.Graham and R.B.Newell, "Fuzzy Adaptive Control of a First-Order Process," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 31, pp.47-65, 1989.

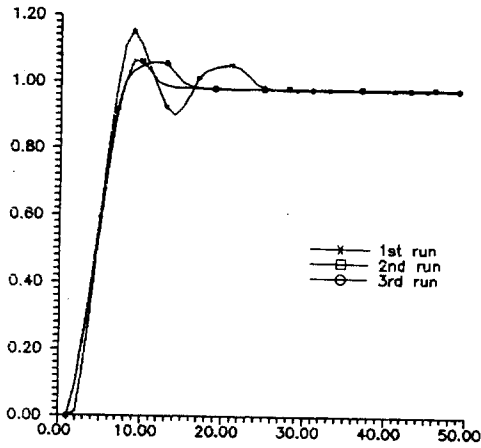


그림 3. D.C. 서어보 모터 모델 제어  
Fig. 3. Control of D.C. servo motor model.

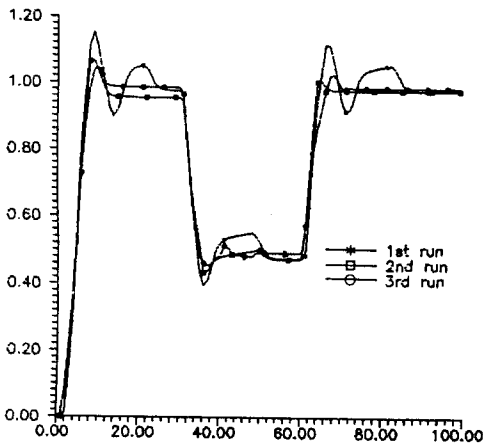


그림 4. D.C. 서어보 모터 모델 제어  
Fig. 4. Control of D.C. servo motor model.

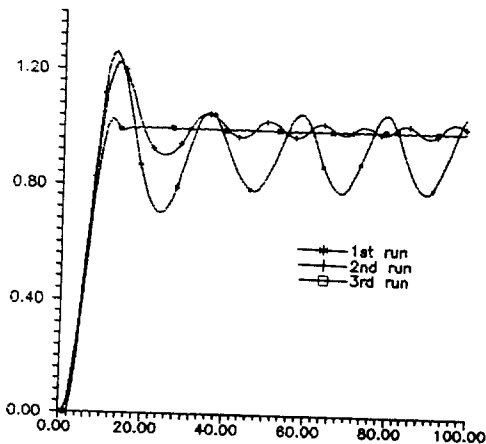


그림 5. 선형 이차 공정 제어  
Fig. 5. Control of linear second order process.