

로봇 매니플레이터 운동의 컴퓨터 시뮬레이션 시스템

김 장 부 • 윤 장 로
 인하대학교 공과대학 자동화공학과

Computer Simulation System of Robot Manipulator Motion

Chang-Boo Kim Jang-Lo Yoon
 Dept. of Industrial Automation, Inha University

Abstract

In order to verify robot motions for a desired work, it is necessary to visualize it on a computer screen. This paper presents a simulation algorithm for robot manipulator motion. Kinematic description is based on the Denavit-Hartenberg link representation. In order to be applied to various types of the robot manipulator, inverse kinematics make use of the Newton-Raphson iterative method with the least squares method. Joint variables are interpolated by the lowest polynomial segment satisfying acceleration continuity. The robot motions are generated and then animated on a computer screen in the form of skeleton type.

1. 서론

로봇 운동의 컴퓨터 모의실험 시스템은 로봇 작업계획 시 로봇이 작업공간 내의 장애물등과의 충돌을 피하면서 주어진 작업을 원활히 수행할 수 있는지를 운전전에 컴퓨터상에서 모의실험을 통하여 검증할 수 있게 하며 산출된 결과 데이터들을 바탕으로 작업계획 변경에 필요한 정보들을 제공하므로 그 효용성이 매우 크다 할수 있을 것이다. 그러나, 지금까지 개발된 모의실험 시스템들[1,2,3,4]은 특정한 로봇에 대해서만 모의 실험이 가능하므로 다양한 로봇들에 적용시키는데 많은 어려움이 있다.

따라서 본 논문에서는 임의의 자유도를 갖는 개 체환 형상의 로봇에 대해서 체계계획을 포함한 운동해석이 가능한 모의실험 시스템의 구성 방법과 그에 관한 알고리즘을 제시하고자 한다.

본 논문의 구성을 보면, 2장에서는 D-H 링크 표시법을 기본으로 하는 링크의 형상, 링크의 위치와 방향, 속도와 각속도, 가속도와 각가속도를 표현하였고, 3장에서는 Newton-Raphson법을 이용하여 역기구학 위치 문제의 비선형 방정식의 해를 구하는 수치해석 방법 및 매니플레이터 자코비안의 유사역행렬을 사용하는 속도, 가속도 문제의 수치해석 방법을 다루었으며, 4장에서는 역기구학에서 계산된 경로점에서의 관절값을 이용하여 매니플레이터의 운동궤적을 보간하기 위한 체계계획에 대하여 기술하였다. 5장에서는 IBM P/C에서 수행되도록 개발된 시스템 프로그램의 구성에 대하여 기술하였고, 6장에서는 모의실험을 수행하여 그 결과를 제시하였다.

2. 경 기구학

2.1 링크의 형상

일반적으로 로봇 매니플레이터는 회전 또는 직진 관절들이 의해서 직렬로 연결된 강체 링크들의 연속으로 이루어져 있는 연쇄기구로서 각 관절은 하나의 자유도를 갖는다. 그러므로, N개의 관절 혹은 링크들로 이루어진 매니플레이터는 N개의 자유도를 갖고 있으며, i번째 링크(i)의 형상은 그림 2-1 과 같이 Denavit-Hartenberg의 링크 표시법[5]을 사용하여 링크에 고착된 좌표계 {i} = {O_i, \bar{x}_i , \bar{y}_i , \bar{z}_i } 및 링크 파라미터 s_i, θ_i , d_i, a_i, α_i 로써 표현 된다. 여기서 {0}은 기저 좌표계로서 매니플레이터의 기준 좌표계이며 {N}는 엔드이펙터에 고정된 좌표계이다.

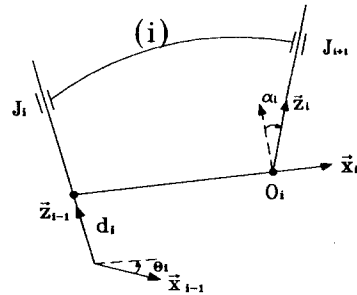


그림 2-1 Link frame and parameters

s_i는 i번째 관절이 회전관절인 경우에는 0, 직진관절인 경우에는 1을 갖는 관절지표이고, θ_i , d_i는 각각 i번째 관절의 회전각과 거리이며 a_i, $\alpha_i는 각각 i번째 링크의 비틀림각 및 길이이다. 또한, 회전 관절에서는 θ_i 가 변수이고, 직진 관절에서는 d_i가 변수이므로 i번째 관절의 자유도 q_i는 다음과 같이 표시된다.$

$$q_i = (1 - s_i)\theta_i + s_i d_i \quad (2.1)$$

2.2 링크의 위치와 방향

i번째 좌표계의 i-1번째 좌표계에 대한 변환은 다음과 같은 4x4 동차변환행렬로 표시된다.

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{c|c} {}^{i-1}R_i & {}^{i-1}p_i \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] \quad (2.2)$$

식 (2.2)를 이용하여 i번째 좌표계의 기저좌표계에 대한 위치와 방향을 표현하는 변환행렬 T_i는 동차변환행렬의 순차적인 곱으로 나타낼 수 있다.

$$T_i = T_{i-1}^{-1} A_i$$

$$= \left[\begin{array}{c|c} R_i & p_i \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} x_i & y_i & z_i & p_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (2.3)$$

2.3 링크의 속도와 각속도

i 번째 좌표계의 기저좌표계에 대한 각속도 벡터성분행렬 ω_i 및 속도 벡터성분행렬 v_i 는 다음과 같은 순환식으로 표시된다.

$$\omega_i = \omega_{i-1} + (1-s_i) z_{i-1} \dot{q}_i \quad (2.4)$$

$$v_i = v_{i-1} + \tilde{\omega}_i p_i^* + s_i z_{i-1} \dot{q}_i \quad (2.5)$$

(단 $\omega_0 = v_0 = 0$)

여기서 $\tilde{\omega}_i$ 는 ω_i 벡터 성분의 교대행렬(Skew-symmetric matrix) 이고, p_i^* 는 벡터 $0_{i-1} \vec{0}_i$ 의 기저 좌표계에 대한 벡터성분행렬이다.

식 (2.4), (2.5) 를 사용하여 ω_i 와 v_i 를 매니퓰레이터의 자유도행렬 $q = (q_1, \dots, q_N)^T$ 의 함수로 표시하면 다음과 같다.

$$\omega_i = \sum_{j=1}^i a_i^j \dot{q}_j = \left[a_i^1, \dots, a_i^i, 0, \dots, 0 \right] \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_N \end{Bmatrix}$$

$$\Delta = \Gamma_i \dot{q} \quad (2.6)$$

$$v_i = \sum_{j=1}^i \beta_i^j \dot{q}_j = \left[\beta_i^1, \dots, \beta_i^i, 0, \dots, 0 \right] \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_i \\ \vdots \\ \dot{q}_N \end{Bmatrix}$$

$$\Delta = \Delta_i \dot{q} \quad (2.7)$$

여기서

$$\begin{cases} a_i^j = a_{i-1}^j, & j = 1, \dots, i-1 \\ a_i^i = (1-s_i) z_{i-1} \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} \beta_i^j = \beta_{i-1}^j + \tilde{a}_i^j p_i^*, & j = 1, \dots, i-1 \\ \beta_i^i = a_i^i p_i^* + s_i z_{i-1} \end{cases} \quad (2.9)$$

2.4 링크의 가속도와 각가속도

i 번째 좌표계의 기저 좌표계에 대한 각가속도 벡터성분행렬 $\dot{\omega}_i$ 및 가속도 벡터성분행렬 \dot{v}_i 는 다음과 같은 순환식으로 표시된다.

$$\dot{\omega}_i = \dot{\omega}_{i-1} + (1-s_i) z_{i-1} \ddot{q}_i + \tilde{\omega}_{i-1} z_{i-1} \dot{q}_i \quad (2.10)$$

$$\dot{v}_i = \dot{v}_{i-1} + \tilde{\omega}_i p_i^* + \tilde{\omega}_i \tilde{\omega}_i p_i^* + s_i (z_{i-1} \ddot{q}_i + 2 \tilde{\omega}_i z_{i-1} \dot{q}_i) \quad (2.11)$$

(단 $\dot{\omega}_0 = \dot{v}_0 = 0$)

식(2.10), (2.11)를 사용하여 $\dot{\omega}_i$ 와 \dot{v}_i 를 q 의 함수로 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{\omega}_i = \sum_{j=1}^i a_i^j \ddot{q}_j + \gamma_i = \Gamma_i \ddot{q} + \gamma_i \quad (2.12)$$

$$\dot{v}_i = \sum_{j=1}^i \beta_i^j \ddot{q}_j + \delta_i = \Delta_i \ddot{q} + \delta_i \quad (2.13)$$

여기서

$$\gamma_i = \gamma_{i-1} + (1-s_i) \tilde{\omega}_{i-1} z_{i-1} \dot{q}_i \quad (2.14)$$

$$\delta_i = \delta_{i-1} + \tilde{\gamma}_i p_i^* + \tilde{\omega}_i \tilde{\omega}_i p_i^* + 2 s_i \tilde{\omega}_i z_{i-1} \dot{q}_i \quad (2.15)$$

3. 역 기구학

3.1 위치 문제

엔드이펙터가 도달하고자 하는 위치와 방향이 기저 좌표계에 대한 동차변환행렬 T_G 로서 표현되었을 때 다음과 같은 동차변환행렬 방정식을 만족시키는 자유도변수 q 를 구하는 문제가 역기구학의 위치 문제이다.

$$T_N(q) = T_G \quad (3.1)$$

T_G 가 엔드이펙터의 도달 가능한 작업 공간내의 점을 나타내고 있다면 식 (3.1)을 만족하는 해는 존재하지만 관절의 수와 관절의 방향에 따라서 여러 개가 될 수 있다. 본 논문에서는 임의 형상을 갖는 매니퓰레이터의 엔드이펙터가 작업 공간내의 T_S 점에서 출발하여 목표점 T_G 까지 도달할 때의 경과 거리가 최소가 되는 해를 반복법을 사용하여 구하고자 한다.

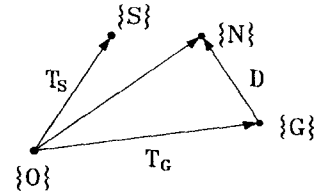


그림 3-1 Transforms

매니퓰레이터의 자유도변수가 q 일때 엔드이펙터의 목표점 좌표계 $\{G\}$ 에 대한 위치와 방향은 다음과 같은 동차변환행렬로 표시된다.

$$D(q) = T_G^{-1} T_N(q)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} n_1 & s_1 & a_1 & p_1 \\ n_2 & s_2 & a_2 & p_2 \\ n_3 & s_3 & a_3 & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

방정식(3.1)을 벡터행렬식으로 변환하기 위하여 식(3.2)의 동차변환행렬을 잔류벡터행렬로 일대일 대응시키면 다음과 같다.

$$r(q) = (p_1, p_2, p_3 | a, \beta, \gamma)^T \stackrel{\Delta}{=} (p^T, \theta^T) \quad (3.3)$$

여기서, $p = (p_1, p_2, p_3)^T$ 는 목표점 좌표계에 대한 엔드이펙터의 위치벡터 행렬이고, $\theta = (a, \beta, \gamma)^T$ 는 엔드이펙터 좌표계가 목표점 좌표계에 대하여 Roll(γ), Pitch(β), Yaw(α) 로 순차적으로 회전된 R-P-Y 회전[6]으로서 다음과 같은 식을 만족하면서 노름(Norm) $\|\theta\|$ 가 최소인 회전각 성분행렬이다.

$$\begin{bmatrix} n_1 & s_1 & a_1 \\ n_2 & s_2 & a_2 \\ n_3 & s_3 & a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

따라서, 식(3.1)은 다음과 같이 변환된다.

$$\mathbf{r}(\mathbf{q}_c) = 0 \quad (3.5)$$

3.2 반복 수치해석 방법

비선형 방정식 (3.5)를 만족시키는 \mathbf{q}_c 에 매우 가까운 값 \mathbf{q} 를 중심으로 하여 식(3.5)를 Taylor 전개하여 선형화하면 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) \delta + \mathbf{r}(\mathbf{q}) = 0 \quad (3.6)$$

여기서 $\delta \triangleq \mathbf{q}_c - \mathbf{q}$, $\mathbf{J} \triangleq \partial \mathbf{r} / \partial \mathbf{q}$

식(3.6)의 자코비안 행렬 $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ 는 식(3.3)의 \mathbf{p} , θ 의 정의와 식(2.6), (2.7)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_F^T \mathbf{I}_N(\mathbf{q}) \\ \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{R}_F^T \Delta_N(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

여기서 \mathbf{R}_F 는 등차변환행렬 \mathbf{T}_F 의 회전행렬이며 행렬 \mathbf{B} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin\beta \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \cos\beta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

\mathbf{J} 는 $6 \times N$ 크기의 행렬이므로 N (6인 경우에는 식(3.6)을 만족시키는 해 δ 가 일반적으로 존재하지 않기 때문에 식(3.6)의 전개 오차의 노름 $\|\mathbf{J}^T \delta + \mathbf{r}\|$ 을 최소화 하는 δ 는 다음과 같은 식을 만족해야 한다.[7]

$$[\mathbf{J}^T \mathbf{J}] \delta + \mathbf{J}^T \mathbf{r} = 0 \quad (3.9)$$

그러나, 매니플레이터 형상이 특이한(Singular) 경우 혹은 관절이 과다한(Redundant) 경우에는 식(3.9)를 만족하는 δ 가 무한정 존재하기 때문에 자유도변수의 변화치인 δ 의 노름 $\|\delta\|$ 가 최소인 δ 는 다음과 같이 구해진다.

대칭이고 음이 아닌 한정 행렬인 $[\mathbf{J}^T \mathbf{J}]$ 의 고유치 대각행렬을 Λ , 고유벡터 직교행렬을 \mathbf{Z} 라하고 대각 행렬 Λ^* 를 Λ 의 유사역행렬[7] 이라고 하면 즉, Λ^* 의 대각원소들 Λ 의 대응되는 대각원소가 영이면 영으로, 영이 아니면 즉 양수이면 그 역으로 취하면 식(3.9)를 만족시키면서 $\|\delta\|$ 가 최소가 되는 δ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\delta = -[\mathbf{J}^T \mathbf{J}]^* (\mathbf{J}^T \mathbf{r}) \quad (3.10)$$

여기서 $[\mathbf{J}^T \mathbf{J}]^* \triangleq \mathbf{Z} \Lambda^* \mathbf{Z}^T$

따라서 비선형 방정식 (3.5)를 만족하는 \mathbf{q}_c 는 초기 근사값 \mathbf{q}^0 가 \mathbf{q}_c 에 매우 근접하게 주어진 경우에는 다음과 같은 Newton-Raphson 반복 알고리즘으로 부터 구해진다.

- ① $k=0$
- ② $\delta^k = -[\mathbf{J}(\mathbf{q}^k)^T \mathbf{J}(\mathbf{q}^k)]^* (\mathbf{J}(\mathbf{q}^k)^T \mathbf{r}(\mathbf{q}^k))$
- ③ $\mathbf{q}^{k+1} = \mathbf{q}^k + \delta^k$
- ④ 만일 $\|\mathbf{r}(\mathbf{q}^k)\| < \epsilon_r$ 이고 $\|\delta^k\| < \epsilon_a$ 이면 $\mathbf{q}_c = \mathbf{q}^{k+1}$ 이므로 \Rightarrow STOP

그렇지 않다면 $k=k+1$ 이 되어 ②로 되돌아 간다.

상기 알고리즘에서 ϵ_r 은 잔류벡터의 허용 오차, ϵ_a 는 δ 의 허용 오차이다.

엔드이펙터의 출발점에서의 자유도를 \mathbf{q}_s , 이에 대응하는 잔류벡터를 \mathbf{r}_s 라고 할 때 출발점에서 도착점까지의 경로는 \mathbf{q} -공간과 \mathbf{r} -공간에서 그림 3-2 에서와 같이 보여진다.

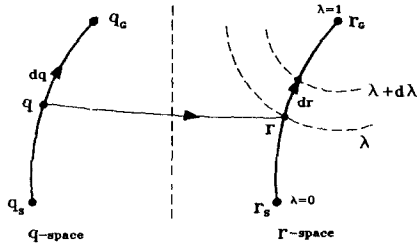


그림 3-2 paths

\mathbf{r} -및 \mathbf{q} -공간에서의 경로를 다음과 같이 정의되는 파라미터를 사용하여 표현하면

$$\lambda \triangleq 1 - \|\mathbf{r}\| / \|\mathbf{r}_s\| \quad (3.11)$$

\mathbf{r} 과 \mathbf{q} 는 λ 의 함수가 되므로, $\lambda = 0$ 일 때의 \mathbf{r} 은 \mathbf{r}_s , \mathbf{q} 는 \mathbf{q}_s 이고 $\lambda = 1$ 일 때의 \mathbf{r} 은 \mathbf{r}_c ($\equiv 0$), \mathbf{q} 는 \mathbf{q}_c 이며 식(3.11)을 λ 로 미분해서 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{r}'^T \mathbf{r} + \|\mathbf{r}\| \|\mathbf{r}_s\| = 0 \quad (3.12)$$

여기서 $\mathbf{r}' = d\mathbf{r}/d\lambda \triangleq \mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{q}'$

\mathbf{r} -공간 상에서 λ 를 0에서 1까지 증가시킬 때, 미소증분 $d\lambda$ 에 대하여 최소길이의 경로를 찾기 위해서는 식(3.12)를 만족 하면서 $\|\mathbf{r}'\|$ 을 최소화하는 \mathbf{q}' 을 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{q}' = - \frac{\|\mathbf{r}\| \|\mathbf{r}_s\|}{(\mathbf{J}^T \mathbf{r})^T [\mathbf{J}^T \mathbf{J}]^* (\mathbf{J}^T \mathbf{r})} [\mathbf{J}^T \mathbf{J}]^* (\mathbf{J}^T \mathbf{r}) \quad (3.13)$$

상기식 (3.13)은 우변이 \mathbf{q} 의 함수로 표현 될 수 있으므로 λ 에 대한 \mathbf{q} 의 1차 미분방정식이다.

따라서 초기조건 $\mathbf{q}(\lambda=0) = \mathbf{q}_s$ 를 가지고 λ 를 0에서부터 1까지 식(3.13)을 적분하면 $\mathbf{q}(\lambda=1)$ 를 얻을 수 있다. 그러나, 수치해석에서의 적분오차 때문에 $\mathbf{q}(\lambda=1)$ 는 \mathbf{q}_c 근방의 값이므로 이 값을 Newton-Raphson 알고리즘의 초기 근사값 \mathbf{q}^0 으로 취한다.

$$\text{즉, } \mathbf{q}^0 = \mathbf{q}(\lambda=1) \quad (3.14)$$

3.3 속도 및 가속도 문제

엔드이펙터가 작업 공간내의 점 \mathbf{T}_N 을 각속도 ω_N 와 속도 \mathbf{v}_N , 그리고, 각가속도 $\dot{\omega}_N$ 와 가속도 $\dot{\mathbf{v}}_N$ 로 통과하고자 할때 매니플레이터 자유도의 속도 $\dot{\mathbf{q}}$ 및 가속도 $\ddot{\mathbf{q}}$ 를 구하는 과제가 역기구학의 속도 및 가속도를 구하는 문제이다. 엔드이펙터의 속도성분은 식(2.6)과 (2.7)로부터 다음과 같이 표시되며

$$\begin{Bmatrix} \omega_N \\ \mathbf{v}_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{I}_N \\ \Delta_N \end{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{q}}\} \Leftrightarrow \mathbf{v} = \mathbf{J}_x(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.15)$$

또한 가속도성분은 식(2.12)와 (2.13)으로부터 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_N \\ \dot{v}_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Gamma_n \\ \Delta_n \end{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} + \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_n \\ \delta_n \end{Bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{J}_x(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.16)$$

여기서 \mathbf{J}_x 는 기저 좌표계에 대한 매니플레이터 자코비안 행렬이다.

따라서 $\|\mathbf{J}_x \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{v}}\|$ 를 최소화하는 $\dot{\mathbf{q}}$ 는 다음과 같고,

$$\dot{\mathbf{q}} = [\mathbf{J}_x^T \mathbf{J}_x]^{-1} (\mathbf{J}_x^T \dot{\mathbf{v}}) \quad (3.17)$$

$\|\mathbf{J}_x \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{c} - \dot{\mathbf{v}}\|$ 를 최소화하는 $\dot{\mathbf{q}}$ 는 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{q}} = [\mathbf{J}_x^T \mathbf{J}_x]^{-1} (\mathbf{J}_x^T (\dot{\mathbf{v}} - \mathbf{c})) \quad (3.18)$$

4. 궤적 계획

매니플레이터가 작동 범위내에서 장애물들과의 충돌을 피하면서 만족스러운 작업을 수행 할 수 있도록 그 운동 궤적을 계획해야 한다. 본 논문에서는 작업의 최초 상태에서 부터 최종 상태까지의 궤적을 여러개의 연속적인 구간궤적으로 분할하여 각각의 구간 궤적을 관절 보간법[5]을 사용하여 다음과 같이 계획하였다.

각 구간궤적의 초기점과 종말점에서의 엔드이펙터의 위치와 방향, 속도와 각속도, 각속도와 각가속도가 고정된 기저 좌표계에 대하여 주어지고, 또한 엔드이펙터가 통과해야 하는 경과점에서의 위치와 방향이 주어지면 역기구학을 사용해서 초기점 및 종말점에서의 \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$, $\ddot{\mathbf{q}}$, 그리고 경과점에서의 \mathbf{q} 의 값을 구하여 그 결과를 이용해서 초기점과 종말점 사이의 각각의 관절변위 q_i ($i=1, \dots, N$)를 시간의 다항식으로 각각 보간한다. 보간은 초기점, 경과점 및 종말점에서 각 관절의 변위, 속도 및 가속도가 각각 연속이 되도록 하고 초기점과 종말점 사이의 경과점들에 따라서 나눈 분절(Segment)에서의 다항식의 차수는 연산의 간단성과 수치 결과의 안정성을 고려하여 최소가 되도록 한다. 이와 같은 보간 조건을 만족하는 구간궤적은 최초 및 최종분절에서의 다항식의 차수가 4, 중간분절들의 차수가 3인 궤적이다.

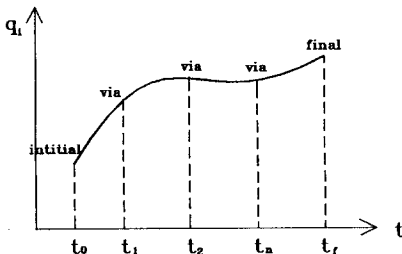


그림 4-1 Sub-trajectory(4-3-3-3-4) of i-th joint

수치 해석의 정확도를 높이기 위하여 각 분절의 경과 시간을 표준화시켜 분절에서의 다항식을 표준화된 시간의 함수로 표시한다. 실 시간 t_{j-1} 과 t_j 사이의 j 번째 분절에서의 표준화된 시간 τ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tau = \frac{(t - t_{j-1})}{(t_j - t_{j-1})} \quad (4.1)$$

n 개의 경과점을 갖고 있는 구간궤적에서는 분절이 $(n+1)$ 개 이므로 i 번째 관절 변위는 다음과 같은 $(n+1)$ 개의 다항식으로 표시된다.

$$\begin{aligned} h_1(\tau) &= a_{14}\tau^4 + a_{13}\tau^3 + a_{12}\tau^2 + a_{11}\tau + a_{10} \\ h_2(\tau) &= a_{23}\tau^3 + a_{22}\tau^2 + a_{21}\tau + a_{20} \\ &\dots\dots\dots \\ h_n(\tau) &= a_{n3}\tau^3 + a_{n2}\tau^2 + a_{n1}\tau + a_{n0} \\ h_r(\tau) &= a_{r4}\tau^4 + a_{r3}\tau^3 + a_{r2}\tau^2 + a_{r1}\tau + a_{r0} \end{aligned} \quad (4.2)$$

상기 $(n+1)$ 개의 다항식의 상수 a_{jk} 는 모두 $(4n+6)$ 개 이고 제약 조건은 다음과 같다.

즉 초기점과 종말점에서는 각각 q_i , \dot{q}_i , \ddot{q}_i 값이 주어지고 각 경과점에서는 \dot{q}_i 값이 주어지고 전후의 분절은 $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$ 가 연속이 되어야 하므로 제약 조건도 $(4n+6)$ 개 이다. 따라서, 식(4.2)를 제약 조건식에 대입하여 정리하면 미지수 a_{jk} 의 벡터행렬에 대한 선형 방정식이 얻어지고 이와 같은 선형 방정식의 해를 구함으로써 i 번째 관절 변위의 구간궤적은 식(4.2)로 표현된다.

이와 같이 모든 관절에 대하여 각각의 구간궤적을 표현하는 다항식들의 상수값들을 구하면 매니플레이터의 최초 상태에서 부터 최종 상태까지 각 관절의 $q_i(t), \dot{q}_i(t), \ddot{q}_i(t)$ ($i=1, \dots, N$)을 구할 수 있고 그 결과를 이용하여 정기구학으로부터 각 링크의 $\mathbf{T}_i(t), \boldsymbol{\omega}_i(t), \mathbf{v}_i(t), \dot{\boldsymbol{\omega}}_i(t), \dot{\mathbf{v}}_i(t)$ 를 구할 수 있다.

또한, 매니플레이터가 계획된 궤적을 따라가기 위해서 각 관절에 작용해야 할 관절 힘, 혹은 모우먼트 $\tau_i(t)$ 는 역동력학[5]으로부터 구해 질 수 있다.

5. 시스템의 구성

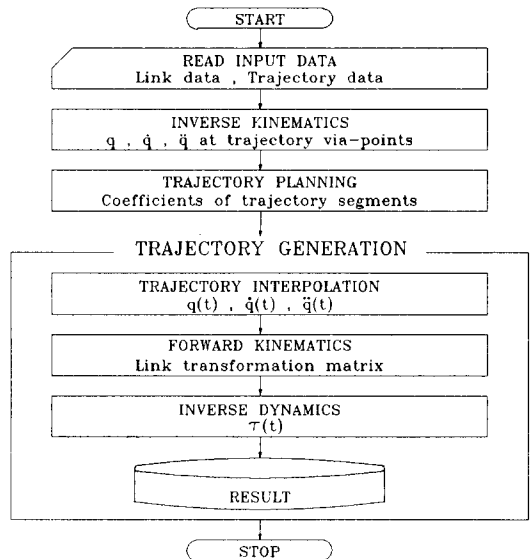


그림 5-1 Flow Chart of Main Program ROBOT

본 연구를 통하여 개발된 컴퓨터 모의실험 시스템의 주 프로그램 "ROBOTA"의 호프도는 그림 5-1과 같고 FORTRAN 언어를 사용하여 작성되었다. 후 처리부로서는 주 프로그램에서 계산된 매니플레이터의 운동을 용이하게 파악하기 위하여 링크릿 관절이 단순한 골격형으로 표현되는 3차원 영상을 애니메이션 할 수 있도록 HALO Graphics Kernel System[8]을 이용하여 애니메이션 프로그램 "ANIMA"를 개발 하였다.

6. 모의 실험 및 결과

개발된 모의실험 시스템을 이용하여 PUMA 560과 RHINO XR-3 로봇에 대하여 그림 6-1, 6-2와 같은 모의실험을 수행하였다. 그림 6-1은 PUMA 로봇이 ①에 위치한 가상의 물체를 장애편을 피해 ②의 위치로 옮겨놓는 경로를 나타낸 것이고, 그림 6-2는 RHINO 로봇이 ①에 위치한 가상의 물체를 ②의 위치로 옮겨놓고 ③의 위치에 있는 물체를 ④의 위치에 놓은 후 다시 초기의 위치 ①로 가는 경로를 나타낸 것이다. 초기의 위치에서 최종 위치까지 PUMA는 0초에서 16초까지 5개의 궤적(4-3-3-3-4, 4-3-4, 4-3-3-3-4, 4-3-4, 4-3-3-3-4)으로, RHINO는 0초에서 27초까지 8개의 궤적(4-3-4, 4-3-4, 4-3-3-3-4, 4-3-3-3-4, 4-3-4, 4-3-4, 4-3-3-3-4, 4-3-3-3-4)으로 나누어서 궤적을 하였으며 각 구간의 시작점과 끝점에서의 속도와 가속도를 0으로 주어 정지하도록 하였다.

상기한 모의실험 결과 수행 시간에 대한 각 관절의 변위, 가속도, 각가속도는 그림 6-3 ~ 6-6과 같다.

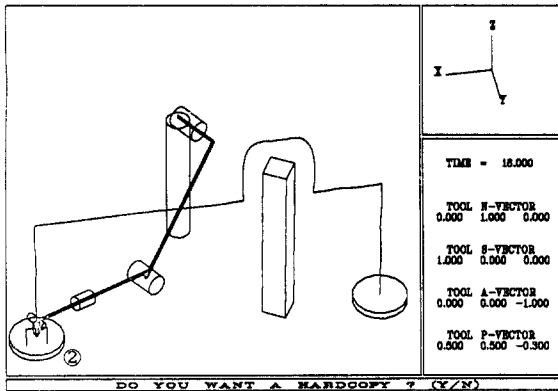


그림 6-1 Simulation of PUMA 560

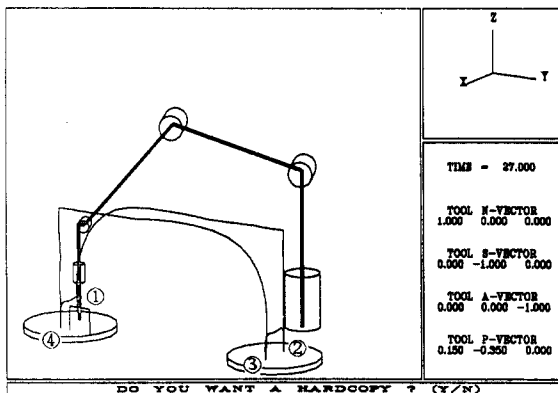
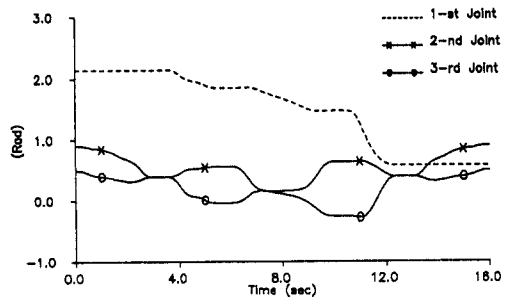
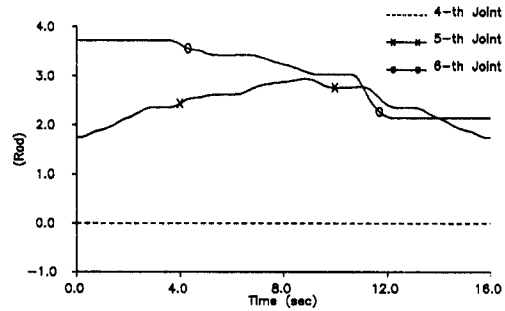


그림 6-2 Simulation of RHINO XR-3

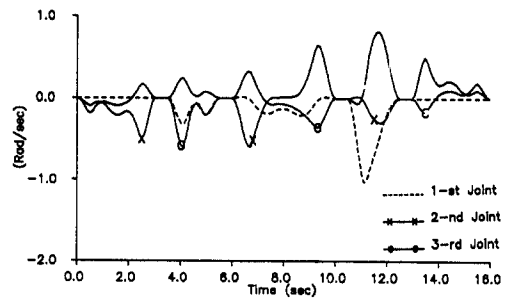


1st,2nd,3rd Joint Position versus time

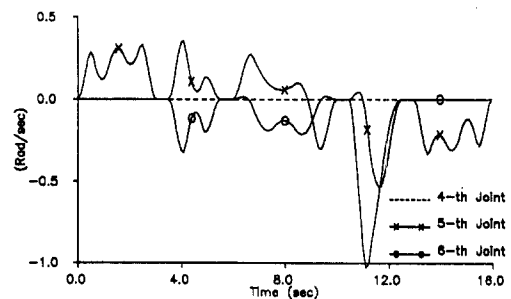


4th,5th,6th Joint Position versus time

그림 6-3 Joint Position of PUMA 560

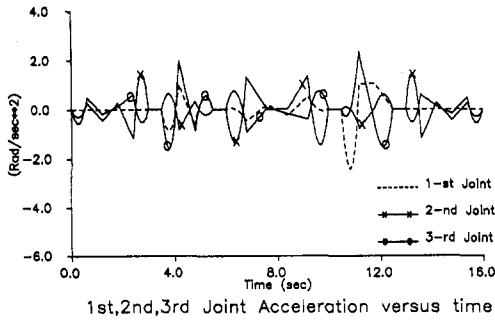


1st,2nd,3rd Joint Velocity versus time

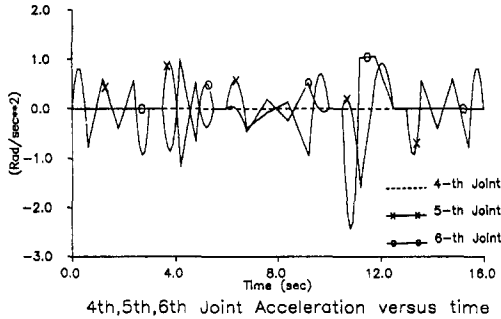


4th,5th,6th Joint Velocity versus time

그림 6-4 Joint Velocity of PUMA 560

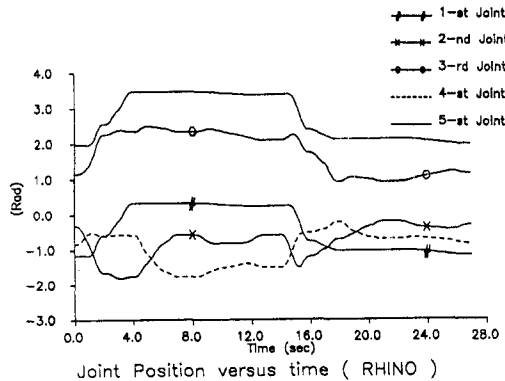


1st,2nd,3rd Joint Acceleration versus time



4th,5th,6th Joint Acceleration versus time

그림 6-5 Joint Acceleration of PUMA 560



Joint Position versus time (RHINO)

그림 6-6 Joint Position of RHINO XR-3

7. 결론

본 연구를 통하여 얻어진 결론은 다음과 같다.

- 역기구학의 위치문제에 관한 비선형방정식의 해석과정을 여러형상의 로봇트에 일괄적으로 적용할 수 있도록 Newton-Raphson 법을 기본으로 하는 해석 알고리즘을 도출하여 사용함으로써 PUMA 및 RHINO 로봇트에 적용된 모의 실험에서 4회 미만의 반복으로 ϵ_r 과 ϵ_q 가 각각 10^{-4} 과 10^{-5} 이내로 수렴되어 그 해석과정의 높은 효율성을 확인할 수 있었다.
- 관절 가속도가 연속이 되도록 하는 저차 다항식을 사용하여 관절의 궤적을 보간함으로써 궤적계획을 용이하게 할 수 있었고, 매니플레이터의 매끄러운 궤적을 신속 정밀하게 생성할 수 있었다.

• 주 프로그램에서 계산된 결과물 즉시 컴퓨터에서 3차원 영상 처리하여 매니플레이터의 운동을 애니메이션 선하는 후처리부를 개발함으로써 그 운동계획을 용이하게 파악할 수 있었다.

참고 문헌

- [1] M.W.Walker and D.E.Orin, "Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms," ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.104, pp.20 - 211, 1982
- [2] V.Cvetkovic and M.Vukobratovic, "Computer-Oriented Algorithm for Modeling Active Spatial Mechanisms for Robotics Applications," IEEE Trans. on Systems, and Cybernetics, Vol.SMC-12, No.6, pp.838 -847, 1982
- [3] 강대회, 주광혁, 배한경, 김학표, "범용 로봇 시뮬레이션 패키지 개발에 관한 연구," '86' 한국자동제어학술회의 논문집 Vol.1, pp.5 - 7, 1986
- [4] J.Milberg, N.Schrüfer and A.Tauber, "Requirements for Advanced Graphic Robot Programming Systems," IFAC Robot Control, pp.487 - 492, 1988
- [5] K.S.Fu, R.C.Gonzalez and C.S.G.Lee, "ROBOTICS," McGraw-Hill, 1987
- [6] R.P.Paul, "Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control," MIT Press, 1981
- [7] G. Strang, "Linear Algebra and Its Applications," Academic Press, 1980
- [8] "HALO'88™ Graphics Kernel System," Media Cybernetics, 1988
- [9] A.A.Goldenberg, B.Benhabib and R.G.Fenton, "A Complete Generalized Solution to The Inverse Kinematics of Robots," IEEE J. of Robotics and Automation Vol.RA-1, No.1, pp.14 - 20, 1985
- [10] M.C.Leu and R.Mahajan, "Computer Graphic Simulation of Robot Kinematics and Dynamics," SME Robot-8, pp.4.80 - 4.101, 1984