

VSS 관측기를 이용한 서보계의 설계

심 귀보*, 김 성현**, 전 흥태**

* 중앙대학교 공과대학 제어계측공학과

** 중앙대학교 공과대학 전자공학과

Design of Servo System Based on VSS Observer

Kwee-Bo Sim*, Seong-Hyun Kim**, and Hong-Tae Jeon**

* Dep. of Control and Instrumentation Eng.

** Dep. of Electronic Eng.

Chung-Ang University

ABSTRACT

In the physical system, if we can precisely control an acceleration and force, we can improve the performance of their integral values, velocity and position. From this point of view, in this paper we try to use an observer which is constructed by using Variable Structure System for estimating the acceleration in the system with the bounded unknown disturbance and the parameter mismatching. To obtain the robust control performance, the VSS with sliding mode is adopted in the design of the servo controller.

1. 서론

운동 제어 시스템은 물리계이기 때문에 가속도 및 힘을 정밀하게 제어할 수 있다면 그 적분값인 속도나 위치 제어의 성능을 개선할 수 있다. 다만 가속도의 측정은 고대역에 걸쳐 있기 때문에 잡음과의 분리가 어렵고, 따라서 가속도 정보를 그대로 사용할 수 없다는 입장이 지배적이었다. 그러나 최근에는 적당한 필터를 설계하여 신호 처리를 함으로써 가속도 정보를 얻을 수 있고, 이 가속도 정보를 이용함으로써 제어 성능 특히 외란에 대한 특성을 향상시킬 수 있다[1].

본 논문에서는 유한 미지 외란 및 파라미터 부정합이 존재하는 시스템에 있어서 가속도의 추정에 VSS(가변구조계)를 이용한 관측기[2]를 이용한다. 뿐만 아니라 강인한 궤도 추종을 실현하기 위해서 2차의 스위칭 평면을 구성하여 슬라이딩 모드를 이용한다[3]. 또한 디지털 실현에 있어서 문제가 되는 연산 시간 지연을 one step ahead의 예측 제어로 보상한다.

2. 문제의 설정

본 논문에서는 전형적인 위치 서보계를 대상으로 한다.

Fig.1에 나타나는 위치 서보계는 위치(θ), 속도($\dot{\theta}$), 전기자 전류(i)를 상태 변수로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_1 & a_2 \\ 0 & a_3 & a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_5 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ a_6 \sin\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

식 (1)에서 각각의 파라미터는

$$\begin{aligned} a_1 &= -(\phi + b_0/r^2)/\Delta, & a_2 &= k_T r/\Delta, & a_3 &= -k_E/L_A r \\ a_4 &= -R_A/L_A & a_5 &= 1/L_A, & a_6 &= (mI + ML)g/\Delta \\ \Delta &= (I + mL^2) + ML^2 + J/r^2 \end{aligned}$$

이다. 여기서 ϕ , b_0 는 점성을 나타내고, k_T 는 토크 상수, k_E 는 역기전력 정수, r 은 기어비, J 는 모터의 관성 모멘트, I 는 팔의 관성 모멘트이다.

VSS에서는 위상 공간내에서 안정한 스위칭 평면을 구성하기 때문에 상태 변수를 위치(θ), 속도($\dot{\theta}$), 가속도($\ddot{\theta}$)로 한다. 이때 방정식 (1)은 (2)식과 같이 된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix} \quad (2)$$

식 (2)에서 각각의 파라미터는

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 a_3 - a_1 a_4, & a_2 &= a_1 + a_4, \\ b &= a_2 a_5, & d &= -a_4 a_6 \sin\theta + a_6 \cos\theta \end{aligned}$$

이다. 이 상태 방정식으로부터 다음의 문제가 발생한다.

- (1) 외란 d 에 비선형 요소가 존재하기 때문에, 외란 추정 관측기나 외란 제거 관측기를 구성할 수 없다.
- (2) 파라미터의 부정합이 있으면 통상의 관측기를 구성할 수 없다.
- (3) 디지털 실현에서 one step 지연이 문제가 된다.

본 논문에서는, 이들의 문제 중에 (1)과 (2)는 VSS 관측기를 구성하여 비선형항과 파라미터 부정합을 등가 외란으로 추정하여 해결하고, 문제 (3)에 대해서는 one step ahead의 예측 제어로 해결한다.

3. VSS 관측기에 의한 가속도 및 외란의 추정

외란 및 파라미터 부정합(또는 변동)을 등가 외란으로 간주하면, 서보계의 상태 방정식은

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서, 등가 외란 d_0 는

$$d_0 = \delta a_1 \dot{\theta} + \delta a_2 \ddot{\theta} + \delta b u + d$$

이다. 가속도의 추정, 관측 가능한 속도 정보를 이용하여 다음과 같은 VSS 관측기를 구성해서 실현할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{\dot{\theta}} \\ \hat{\ddot{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_1 & a_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ \hat{\dot{\theta}} \\ \hat{\ddot{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

이 때 관측기에의 입력은

$$\hat{u}_1 = k_1 \text{sign}(\dot{\theta} - \hat{\dot{\theta}}), \quad \hat{u}_2 = k_2 \text{sign}(z_1) \quad (5)$$

로 구성된다. \hat{u}_2 를 구성하는 새로운 상태 변수 z_1 은 다음의 1차 필터에 의하여 얻어지는 신호이다.

$$\tau_1 \dot{z}_1 + z_1 = \hat{u}_1 \quad (6)$$

또 등가 외란의 추정값은 다음의 1차 필터에 의하여 얻어진다.

$$\tau_2 \dot{z}_2 + z_2 = \hat{u}_2 - \dot{d}_0 = z_2 \quad (7)$$

이상의 VSS 관측기에 의하여 가속도와 외란을 알 수가 있다. 상세한 것은 문헌[2]를 참조 바란다.

4. 궤도 추종 과 연산 시간의 보상

슬라이딩 모드를 이용한 궤도 추종을 2차의 스위칭 평면에 행한다. 이때 슬라이딩 모드를 디지털로 구성하면 연산 시간 때문에 1 샘플링만큼 뒤지고, 이 지연 현상이 채터링(chattering)등의 나쁜 영향을 실 시스템에 미친다. 여기에서는 등가 제어 입력을 이용한 보상법과 스위칭 평면을 예측해서 one step ahead 의 보상을 하는 방법을 제안하여 채터링의 영향을 줄인다.

4-1. 궤도 제어와 스위칭 평면

서보계가 추종해야 할 목표 궤도는 위치, 속도, 가속도까지 전부 주어졌다고 가정할 목표 궤도를 θ_d , $\dot{\theta}_d$, $\ddot{\theta}_d$ 라고 하면, 추종 오차는

$$e_1 = \theta_d - \theta \quad e_2 = \dot{\theta}_d - \dot{\theta} \quad e_3 = \ddot{\theta}_d - \ddot{\theta} \quad (8)$$

로 된다. 이들을 영(zero)으로 하기 위해서 2 차의 스위칭 평면을 다음과 같이 설정한다.

$$s = c_1 e_1 + c_2 e_2 + c_3 e_3 \quad (9)$$

VSS 제어에서 슬라이딩 모드 현상이 생기면 오차 신호의 다이내믹스는 스위칭 평면에 나타난다. 따라서 c_1 , c_2 , c_3 를 적당히 선정함으로써 임의의 다이내믹스를 얻을 수 있다. 샘플링 시간을 T_s 라 하면

$$e_1(k+1) = e_1(k) + T_s e_2(k)$$

$$\begin{aligned} e_2(k+1) &= e_2(k) + T_s e_3(k) \\ e_3(k+1) &= e_3(k) + T_s [a_1 e_2(k) + a_2 e_3(k) - f_k] \\ &\quad - T_s b u(k) \end{aligned} \quad (10)$$

$$f_k = d_0(k) + a_1 \dot{\theta}_d(k) + a_2 \ddot{\theta}_d(k) + \theta_d^{(3)}(k)$$

가 얻어지기 때문에, $k+1$ 시각의 스위칭 평면은

$$\begin{aligned} s(k+1) &= c_1 e_1(k+1) + c_2 e_2(k+1) + c_3 e_3(k+1) \\ &= s_k + T_s [c_1 e_2(k) + c_2 e_3(k) + c_3 a_1 e_2(k) \\ &\quad + c_3 a_2 e_3(k) - c_3 f_k] - c_3 T_s b u(k) \end{aligned} \quad (11)$$

로 된다.

4-2. 등가 제어 입력에 의한 보상

슬라이딩 모드에 있을 때 $s(k+1) \rightarrow 0$ 인 등가 입력 $u_{eq}(k)$ 를 구한다.

$$u_{eq}(k) = \frac{s(k)}{c_3 T_s b} + \frac{[(c_1 + c_3 a_1) e_2 + (c_2 + c_3 a_2) e_3 - c_3 f_k]}{c_3 b} \quad (12)$$

이 등가 입력을 이용해서 $k+1$ 시각의 제어 입력을 현재의 시각 k 로써 다음과 같이 결정한다.

$$u(k+1) = \begin{cases} M & \text{if } u_{eq}(k) \geq M \\ u_{eq}(k) & \text{if } |u_{eq}(k)| < M \\ -M & \text{if } u_{eq}(k) \leq -M \end{cases} \quad (13)$$

단 M 은 입력의 최대값이다.

4-3. 스위칭 평면의 예측에 의한 보상

현재값으로부터 $k+1$ 시각의 스위칭 평면 $s(k+1)$ 을 예측한다.

$$\hat{s}(k+1) = s(k) + T_s \hat{s}(k)$$

이 예측값에 innovation term $\tilde{s}(k) = s(k) - \hat{s}(k)$ 을 추가하면

$$\begin{aligned} s^*(k+1) &= \hat{s}(k+1) + \tilde{s}(k) \\ &= s(k) + T_s s(k) + \hat{s}(k) - \tilde{s}(k) \end{aligned} \quad (14)$$

를 얻는다. $\hat{s}(k)$ 는 $s(k)$ 를 미분해서

$$\begin{aligned} \hat{s}(k) &= c_1 \dot{e}_1(k) + c_2 \dot{e}_2(k) + c_3 \dot{e}_3(k) \\ &= c_1 e_2(k) + c_2 e_3(k) + c_3 \dot{e}_3(k) \\ &= (c_1 + c_3 a_1) e_1(k) + (c_2 + c_3 a_2) e_2(k) - c_3 b u(k) \\ &\quad - c_3 f_k \end{aligned} \quad (15)$$

를 구할 수가 있다. 4-2절과 마찬가지로 $s^*(k+1) \rightarrow 0$ 인 등가 입력 $u_{eq}(k)$ 를

$$\begin{aligned} u_{eq}(k) &= \frac{s(k)}{c_3 T_s b} + \frac{[(c_1 + c_3 a_1) e_2 + (c_2 + c_3 a_2) e_3 - c_3 f_k]}{c_3 b} \\ &\quad + \frac{\tilde{s}(k)}{c_3 T_s b} \end{aligned} \quad (16)$$

를 얻는다. 이것은 4-2 절의 등가 제어 입력과 비교해서 innovation term 항 부분만이 다르다.

5. 모의 실험에 의한 검토

모의 실험에 이용한 위치 서보계의 파라미터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k_E &= 0.573[V \cdot \text{sec}/\text{rad}] & k_T &= 0.573[N \cdot \text{m}/A] \\ L_a &= 0.0039[H] & R_a &= 2.5[] \\ r &= 80 & I &= 0.5563[\text{kg} \cdot \text{m}] \\ m &= 3.75[\text{kg}] & L &= 0.3[\text{m}] \\ l &= 0.128[\text{m}] & g &= 9.8[\text{m}/\text{s}^2] \\ J &= 0.579[\text{kg} \cdot \text{m}^2] \\ F_v &= \phi + b_0/r^2 = 4.2[N \cdot \text{m} \cdot \text{sec}/\text{rad}] \end{aligned}$$

스위칭 평면을

$$s = 100e_1 + 100e_2 + e_3 \quad (17)$$

로 정한다. 이 경우 오차 다이내믹스의 극은 -1.01 과 -99.0 이다. 목표 궤도는

$$\theta = \begin{cases} 1.8\{10(t/t_0)^6 - 24(t/t_0)^4 + 15(t/t_0)^2\} & [\text{rad}] \quad t \leq 1.5[\text{sec}] \\ 1.8 & [\text{rad}] \quad t > 1.5[\text{sec}] \end{cases} \quad (18)$$

여기서, $t_0 = 1.5$ 이다.

5-1. 가속도 추정

상기의 파라미터가 전부 기지이고 외란이 존재하지 않으면, 비선형항은

$$d = -a_4 a_6 \sin \theta + a_6 \cos \theta \quad (19)$$

으로 계산된다. 이것을 보상하면 비선형항의 영향을 없앨 수 있다. 이 때는 간단히 통상의 관측기로 추정하면 된다. 그러나 여기서는 파라미터가 전부 미지이고 외란이 존재하기 때문에 VSS 관측기를 이용한다. VSS 관측기의 이득을 $k_1 = 1$, $k_2 = 1500$, 시정수를 $\tau_1 = 20[\text{ms}]$ 로 한다. Fig.2 에 가속도 추정의 결과를 나타낸다. 점선이 추정값이고 비선형항이 있음에도 불구하고 추정이 행해지고 있다. Fig.3 에 위치, 속도, 가속도의 응답을 나타낸다. 이 경우 부하는 $M = 0$ 이다.

5-2. 등가 외란 추정

부하나 관성등 파라미터의 정확한 값을 모르는 경우, 등가 외란으로 추정할 수가 있다. 만약 부하 $M = 1[\text{kg}]$, 관성의 변동 $\delta J = +20$ 이라고 하면,

$$\begin{aligned} \delta a_1 &= 842.539 & \delta a_2 &= 0.438 \\ \delta b &= -122.56 & \delta d &= -932.4 \sin \theta - 1.45 \cos \theta \end{aligned} \quad (20)$$

로 된다. 이때 등가 외란은

$$d_0 = \delta a_1 \dot{\theta} + \delta a_2 \ddot{\theta} + \delta b u + \delta d \quad (21)$$

이다. 이것을 VSS 관측기에 의하여 추정한다. Fig.4 에 가속도

와 등가 외란의 추정 결과를 나타낸다.

5-3. 스위칭 평면의 예측에 의한 보상

5-1과 5-2절에 이용한 등가 제어 입력에 의한 보상이 아니고 스위칭 평면의 예측에 의한 보상과 가속도 및 외란 추정을 동시에 이용한 제어계를 구성한다. 5-2절과 같은 조건에서 가속도와 등가 외란의 추정 결과를 Fig.5 에 나타낸다. 5-2 절과 비교하여 innovation term 항의 효과에 의해 추정값의 변화가 적을 것이라 기대했지만 큰 차이는 없었다.

6. 결론

본 논문에서는 VSS 관측기를 이용한 가속도 및 외란을 추정하고 슬라이딩 모드에 의한 궤도 추종 제어계를 구성했다. 디지털 실험에서 발생하는 연산 시간 지연은 등가 제어 입력에 의한 보상과 스위칭 평면의 one step ahead 의 예측으로 해결했다. 결론적으로 비교적 간단한 제어계로써 강인한 궤도 추종 성능을 얻을 수 있었다.

참고 문헌

- [1] Y. Hori, "加速度制御形サ-ボ系", 日本電氣學會論文誌 D, 108卷 7號, pp.672-677, 1988.
- [2] H. Hashimoto et al, "On Design of VSS Observer for Nonlinear Systems", 計測自動制御學會論文誌 Vol.25, No.2, pp.152-158, 1989.
- [3] V.I. Utkin, "Variable Structure System with Sliding Mode", IEEE Trans. on AC, Vol.AC-22, No.2, pp.212-222, 1977.

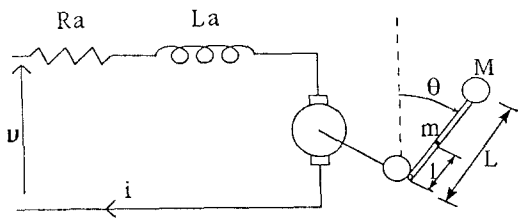


Fig. 1 위치 서보계

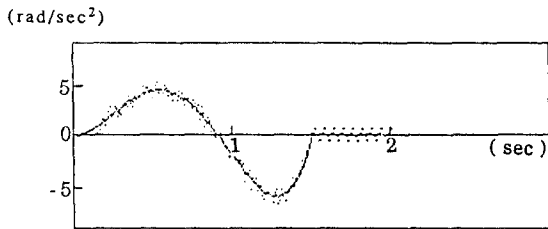
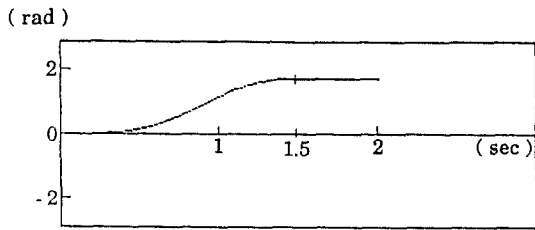
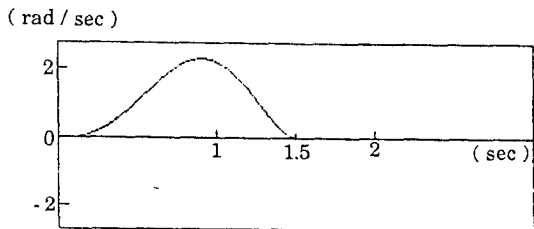


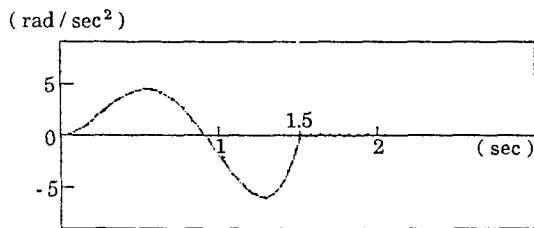
Fig. 2 가속도 추정(등가 제어 입력에 의한 보상)



(a) 위치



(b) 속도



(c) 가속도

Fig. 3 시간 응답(등가 제어 입력에 의한 보상)

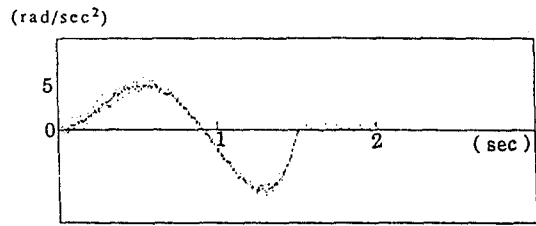


Fig. 4 (a) 가속도 추정(등가 제어 입력에 의한 보상)

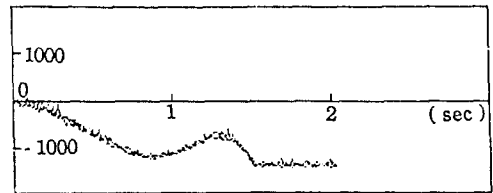


Fig. 4 (b) 등가 외란 추정(등가 제어 입력에 의한 보상)

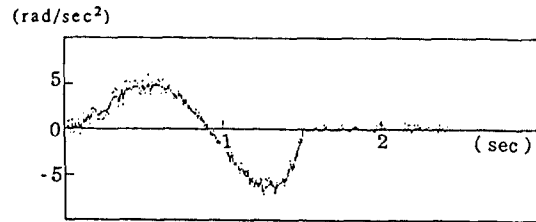


Fig. 5 (a) 가속도 추정(스위칭 평면의 예측에 의한 보상)

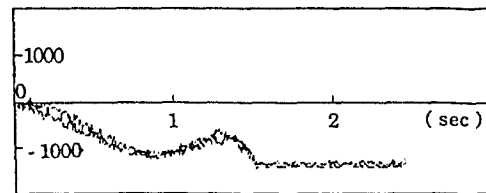


Fig. 5 (b) 등가 외란 추정(스위칭 평면의 예측에 의한 보상)