

PID 자동동조기의 디지털 구현

이 상 정 김 인 중 홍 석 민

충남대학교 공과대학 전자공학과

Digital Implementation of PID Autotuner

Sang Jeong Lee In Jung Kim Seok-Min Hong

Dept. of Electronics Engineering

Chungnam National University

ABSTRACT

This paper deals with designing the PID autotuner. The system parameters are identified using the relay control, where the uni-directional relay with hysteresis is adopted. The digital PID tuning rule on Nyquist plot is derived, and the statistical wordlength is adopted for the coefficient wordlength.

The experimental results of temperature control exhibit the satisfactory performance and the validity of the derived statistical wordlength.

제안한다. 또 디지털 구현시 발생하는 양자화 오차의 영향을 분석하고 주어진 성능지수의 한계를 만족하는 계수단어길이를 선정하는 방법을 구한다. 본 논문의 내용은 다음과 같이 구성한다. 2절에서는 단방향 히스테리시스 릴레이 제어에 의하여 나이퀴스트선도상의 한 점을 구하고 3절에서는 한 점에서 원하는 성능을 구현하고자 하는 디지털 PID제어의 자동동조법을 제시한다. 4절에서는 제어시스템의 성능에 미치는 양자화 오차 영향분석과 통계적단어길이에 대하여 알아보며 5절에서는 온도제어기를 대상 시스템으로 구성하여 실험을 통해 제안된 방법의 유용성을 입증한다. 마지막으로 결론을 서술하였다.

2. 단방향 히스테리시스 릴레이제어에 의한 시스템 식별

Ziegler-Nichols의 동조방법은 제어대상 시스템을 입력지연이 있는 1차 시스템으로 가정하여 계단응답으로부터 시스템 파라미터를 식별하여 PID 제어시스템 출력의 오버슈트가 25%씩 감소하도록 경험적으로 PID 제어기계수를 결정한다. 이 방법의 단점은 첫째, 모든 시스템에 적용가능 하지 않고 입력지연과 시정수의 비가 적정범위내에 있어야 하며 둘째, 동조과정이 그다지 용이하지 않으며 셋째, 동조된 PID 제어기계수를 사용한 궤환 제어시스템 성능이 만족스럽지 않은 경우 적절한 대안이 없다는 것이다. 릴레이 동조방법은 이와같은 Ziegler-Nichols 동조방법의 단점을 극복할 수 있는 방법이다. 자동동조는 일반적으로 대상시스템의 파라미터를 식별하고 식별된 정보를 이용하여 적절한 성능을 갖는 궤환 제어시스템이 되도록 제어기 계수를 동조하는 두단계로 이루어진다. 릴레이 동조방법은 식별단계에서 릴레이 궤환 제어시스템을 구성하여 대상시스템의 나이퀴스트 선도상의 한 점을 식별하게 된다. 릴레이 궤환 제어시스템의 출력은 진동하게 되고 이와같은 비선형시스템의 안정도를 describing funtion 기법을 통해 해석하는 비선형 시스템 이론에 근거하며, Åström과 Hägglund에 의해 PID자동동조에 최초로 이용되었다[4][5].

본 연구에서는 연구대상인 온도제어 시스템의 특성으로 인하여 양방향 릴레이동작의 구현이 불가능하여 그림 2.1과 같이 단방향 릴레이를 사용하였으며, 측정잡음의 영향을 고려하여 히스테리시스를 첨가하였다. 그림 2.2에 본 연구에서

1. 서론

자동화 공정에서의 제어방식들은 각 분야에서 발전해오다가 1970년대에 들어 실재 많은 생산기술에 폭넓게 사용된다. 공정에 많이 사용되고 있는 제어기는 SISO시스템에 적용이 가능한 PID 제어기로, 근래에 보다 정교한 현대 제어이론이 개발되었음에도 불구하고 널리 쓰이고 있다. PID는 제어기 구조가 간단하고 제어하고자 하는 시스템의 동특성을 정확히 모르더라도 제어가 가능하며 실현하기가 용이하다. 공정에서 PID제어기의 제어변수를 구하기 위하여 여러 동조방법이 사용된다. 동조방법은 크게 주파수 영역에서의 방법과 시간 영역에서의 방법으로 나누어 볼 수있다. 이중 주파수영역에서 체계적인 동조방법은 초기에 Ziegler와 Nichols가 실험적인 데이터를 이용하여 제어변수를 조정하는 방법을 제안하였다[1]. 하지만 동조식의 적절한 이론적 근거가 없으므로 성능을 개선하고자 하는 경우 적절한 대안이 없다. 그후 비례제어기 대신에 릴레이를 사용하여 임계이득과 임계주기를 구하는 자동 동조이론이 Åström과 Hägglund에 의하여 제안되었다[2]. 그러나 지금까지 제시된 것은 아날로그 제어기에 대한 것이므로 디지털 제어기에 적용하면 제어변수가 일반적으로 달라지게 된다[3].

본 논문에서는 Åström의 릴레이 제어기를 보완하여 실재 공정상에서 단방향 히스테리시스가 있는 릴레이를 구성하고 구해지는 이득과 주기를 이용하여 주파수 영역에서 해석하여 한 점을 구한뒤 디지털 PID 제어기로 확장하여 동조법칙을

사용한 릴레이 특성과 입출력 신호를 보였다. 계시된 동조시스템에 단방향 히스테리시스 릴레이를 사용하면 오차신호가 dc바이어스가 포함된 정현파 신호로 된다. 그림 2.2와 같은 단방향 히스테리시스 릴레이를 사용하여 궤환 제어 시스템을 구현하면 릴레이 출력의 푸리에 급수로 부터 릴레이 입력인 dc항과 first harmonic 성분에 대한 이득이 $|b| < a - \Delta$ 인 경우에 다음과 같이 주어진다.

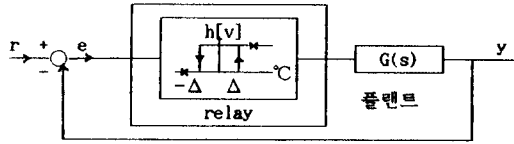


그림 2.1 단방향 히스테리시스 릴레이 제어기

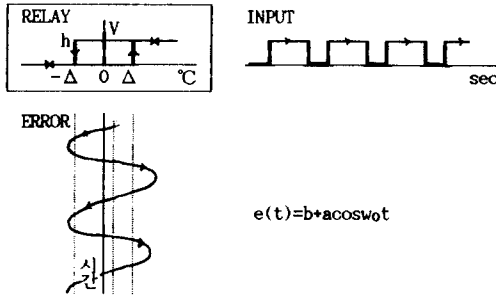


그림 2.2 단방향 히스테리시스 릴레이 특성

$$n(a, b) = \frac{h}{2\pi} \{ \sin^{-1}(\frac{\Delta+b}{a}) - \sin^{-1}(\frac{\Delta-b}{a}) \} + \frac{h}{2} \quad (2.1)$$

$$n_p(a, b)_1 = \frac{h}{2\pi} [D_1(-\frac{\Delta+b}{a}) + D_1(\frac{\Delta-b}{a})] \quad (2.2)$$

$$n_q(a, b)_1 = \frac{h\Delta}{a\pi} \quad (2.3)$$

여기서, h는 릴레이 이득이고 Δ는 히스테리시스 크기이며 b는 바이어스 크기를 나타낸다. 식 (2.2)에서 D₁은 다음과 같이 정의 되는 함수이다.

$$D_1(\frac{x}{a}) = \sin(\cos^{-1}\frac{x}{a}) \quad \text{for } 0 \leq \cos^{-1}\frac{x}{a} \leq \pi \quad (2.4)$$

n_{p1}과 n_{q1}을 이용하여 describing function은 다음과 같이 주어진다.

$$N_a(a, b) = \frac{2}{a} [n_p(a, b)_1 - jn_q(a, b)_1] \quad (2.5)$$

이와 같은 시스템의 특성방정식은

$$1 + N(a, b)G(s) = 0 \quad (2.6)$$

로 주어지므로 안정도는 G(jω)의 나이키스트 선도 상의 critical궤적 -1/N(a, b)을 감싸느냐로 판정된다.

단방향 히스테리시스 릴레이를 사용할 경우엔 일반적으로 오차신호에 dc바이어스가 나타나므로 릴레이의 ON/OFF 비는 1이 아니다. 릴레이 ON/OFF 비를 P라 두면

$$n(a, b) = \frac{Ph}{1+P} \quad (2.7)$$

의 관계가 성립한다. 따라서, 식 (2.1)로부터

$$\sin^{-1} \frac{\Delta + b}{a} - \sin^{-1} \frac{\Delta - b}{a} = \frac{\pi(P-1)}{P+1} \quad (2.8)$$

의 관계가 성립함을 알 수 있다. 또

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \frac{P-1}{P+1} \quad (2.9)$$

$$\theta_1 = \sin^{-1} \frac{\Delta + b}{a} \quad (2.10)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1} \frac{\Delta - b}{a} \quad (2.11)$$

와 같이 α, θ₁, θ₂를 정의하면

$$\theta_1 - \theta_2 = 2\alpha \quad (2.12)$$

이므로

$$n_p(a, b)_1 = \frac{h}{\pi a} \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha - \Delta^2} \quad (2.13)$$

이 됨을 알 수 있다. 따라서,

$$- \frac{1}{N(a, b)} = - \frac{\pi}{2h \cos^2 \alpha} [\sqrt{a^2 \cos^2 \alpha - \Delta^2} + j\Delta] \quad (2.14)$$

와 같이 주어진다. 식 (2.14)에서 변수는 a와 b 즉, a와 b이다. dc바이어스 b는 릴레이 크기 h와 히스테리시스 크기 Δ가 주어지면 결정되는 값이므로 실제변수는 진동의 진폭 a뿐이다. 따라서, -1/N(a, b)의 그래프는 h와 Δ가 고정일 경우 실수축에 평행인 직선이 됨을 알 수 있다. 그러므로 G(jω)는

$$\text{Re } G(j\omega) = \text{Re} \left(- \frac{1}{N(a, b)} \right) = - \frac{\pi \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha - \Delta^2}}{2h \cos^2 \alpha} \quad (2.15)$$

$$\text{Im } G(j\omega) = \text{Im} \left(- \frac{1}{N(a, b)} \right) = - \frac{\pi \Delta}{2h \cos^2 \alpha} \quad (2.16)$$

로 주파수 영역에서 주파수에 대한 한 점으로 나타난다.

3. 디지털 PID 제어기의 자동동조 방법

디지털 PID 제어기의 구성도는 그림 3.1과 같다. 그림에서 플랜트 G(s)는 ZOH를 통하여 이산화되어 G(z)로 표시될 수 있으며 릴레이 제어에 의해 그림 3.2의 나이키스트 선도 상의 한 점 P₁을 식별할 수 있다. 즉, ω₀일때, 식 (2.15)-(2.16)에 의해 주파수 ω₀에서의 G(z)의 3상한 값 α+jβ를 식별할 수 있다.

$$G(j\omega_0) = G(z) \Big|_{z=e^{j\omega_0 T}} = \alpha + j\beta \quad (3.1)$$

이 되며 다음과 같은 PID 제어기를 이용하여 P₂ 점으로 이동시킨다.

$$F(j\omega_0) = F(z) \Big|_{z=e^{j\omega_0 T}} \quad (3.2)$$

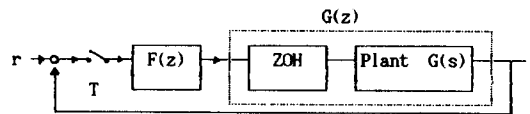


그림 3.1 디지털 PID 제어기의 구성도

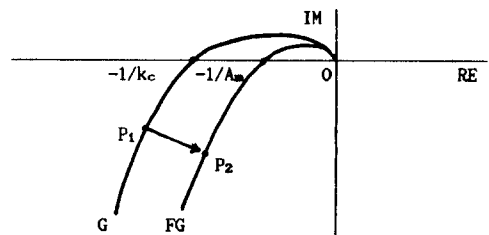


그림 3.2 Nyquist 선도 상의 PID 동조의 개념

(가) PID 동조법칙

디지틀 PID 제어기의 전달함수는 다음과 같이 나타낸다.

$$F(z) = \frac{K_p(1+T/T_i+T_d/T) - K_p(1+2T_d/T)z^{-1} + K_pT_d/Tz^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (3.3)$$

그림 3.2에서 P₂ 점을 이득이 M, 위상이 π+φ인 점으로 두면

$$G(j\omega)F(j\omega) = Me^{j(\pi+\phi)} = -Me^{j\phi} = -M\cos\phi - jM\sin\phi \quad (3.4)$$

가 되므로 식 (3.2)와 (3.3)에서 F(jω)의 실수부와 허수부를 분리한 후, 식 (3.1)를 적용하여 식 (3.4)에 대입하면 다음과 같은 조건식이 성립한다.

$$\alpha \frac{b_0 - b_1 - b_2(1+2\cos\omega T)}{2} + \beta \frac{(b_0 + b_1 - b_2 + 2b_2\cos\omega T)\sin\omega T}{2(1-\cos\omega T)} = -M\cos\phi \quad (3.5)$$

$$-\alpha \frac{(b_0 + b_1 - b_2 + 2b_2\cos\omega T)\sin\omega T}{2(1-\cos\omega T)} + \beta \frac{b_0 - b_1 - b_2(1+2\cos\omega T)}{2} = -M\sin\phi \quad (3.6)$$

위 식은 주어진 α, β, M, φ, ω, T를 이용하여 b₀, b₁, b₂를 구한 뒤 PID 계수 K_p, T_i, T_d를 구하는 방정식이다. 그러나 방정식 2개에 미지수가 3개 이므로 직접 근을 구할 수 없다. 그러므로 Ziegler-Nichlos 동조 방법에서와 유사하게 T_i와 T_d의 관계식을

$$T_i = cT_d \quad (3.7)$$

설정하여 방정식이 3개가 되도록 조정한다. Ziegler-Nichlos 동조의 경우에 c는 상수값으로 4이다. 식 (3.5), (3.6) 및 (3.7)로부터 식(3.3)의 PID 계수 K_p, T_i 및 T_d는 다음과 같이 나타낸다.

$$K_p = \frac{-McT_d(A+B)}{(cT_d+T)(\alpha^2+\beta^2)\sin\omega T} \quad (3.8)$$

$$T_d = \frac{-A\pm\sqrt{A^2-(2/c)(A^2-B^2)(1-\cos\omega T)}}{(2/T)(A+B)(1-\cos\omega T)} \quad (3.9)$$

$$T_i = cT_d \quad (3.10)$$

여기서

$$A = (1-\cos\omega T)(\beta\cos\phi - \alpha\sin\phi) \quad (3.11)$$

$$B = \sin\omega T(\alpha\cos\phi - \beta\sin\phi) \quad (3.12)$$

이며 α, β, ω는 식별시스템으로부터 인지되는 파라미터로 P₁점의 정보이며 M, φ, c, T는 ω에서 원하는 P₂점의 정보와 디지틀 제어기의 샘플링 시간등으로 주어지는 값이다. 또, 식 (3.9)에서 제곱근 앞의 부호 ±는 분자 전체가 -부호가 되어야 하므로 -부호를 택한다.

(나) PI동조법칙

디지틀 PI제어기 계수의 전달함수는 PID 동조법칙과 같은 방법으로 나타낼 수 있다.

$$F(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (3.13)$$

여기서 b₀ 및 b₁ 는

$$b_0 = K_p(1 + T/T_i)$$

$$b_1 = -K_p$$

따라서 K_p와 T_i는 다음과 같이 주어진다.

$$K_p = -\frac{M}{\beta} (1-\cos\omega T)[\sin\phi + \frac{(\beta-\alpha\sin\omega T)A}{\beta}] \quad (3.14)$$

$$T_i = \frac{K_p T \beta}{2M(1-\cos\omega T)A} \quad (3.15)$$

$$\text{여기서 } A = \alpha(1-\cos\omega T)\sin\phi - \cos\phi \quad (3.16)$$

$$B = (\alpha^2 + \beta^2)\sin\omega T - \alpha^2\cos\omega T\sin\omega T \quad (3.17)$$

로 주어진다.

4. 양자화 오차 영향 분석 및 통계적 단어길이

주어진 제어 목적에 맞는 제어알고리즘이 결정되면, 제어입력을 만드는 순서를 결정짓는 제어기 구조를 선정하고, 신호의 동적 범위를 고려하여 스케일링을 수행한 후, 제어 알고리즘을 구현하는 것이 일반적인 디지틀 제어기 구현과정이다. 디지틀 제어기 구현시 중요한 제한요소의 하나인 유한단어 길이문제를 고려치 않는 이상적인 제어기일 경우엔 제어기의 모든 구조가 동일한 성능을 보일 것이나, 실제로는 유한단어길이에 의해 구조별로 양자화된 신호 및 계수가 다르고 더우기 스케일링 요소도 다르므로 각 구조에 따라 신호 양자화 오차 및 계수 양자화 오차의 영향은 달라진다. 따라서, 제어기 구조에 따른 유한단어길이에 의한 영향의 분석이 필요하며, 그 영향이 최소가 되는 적절한 제어기 구조를 설계하여 디지틀 제어기를 구현하는 것이 마땅하다[6][7].

(가) 제어기구조 및 스케일링[8]

표준형 PID 제어기에 대해 여러 구조를 고려 하게 되는 경우 양자화 오차의 영향을 분석해야 한다. 디지틀 PID 제어기의 상태 실현식은 다음과 같은 형태이다.

$$w(k+1) = Aw(k) + Be(k) \quad (4.1)$$

$$u(k) = Cw(k) + De(k) \quad (4.2)$$

여기서 A, B, C, D는 각각 2×2, 2×1, 1×2, 1×1 상수행렬이다. 일반적으로 스케일링시 만족시켜야할 조건으로는 스케일링된 A/D변환기 출력 e(k)와 D/A변환기 입력 u(k)의 크기는 동적범위 [-1, 1] 내에 있어야 하며 더하기 노우드에서의 스케일링된 신호 w(k)의 크기도 1을 넘어서는 안된다. 또한 시스템의 동특성 즉, 전달함수는 스케일링의 영향을 받지 않아야 한다.

위의 조건을 만족시키도록 스케일링 요소들 다음과 같이 택한다.

$$\bar{w}(k) = Kw(k) \quad (4.3)$$

$$\bar{e}(k) = (1/K_e)e(k) \quad (4.4)$$

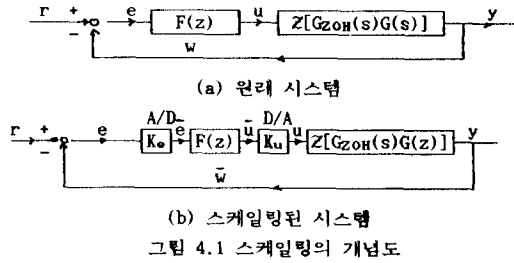
$$\bar{u}(k) = K_u u(k) \quad (4.5)$$

여기서 K는 nonsingular 대각행렬이다. 스케일링된 제어기 F(z)의 상태방정식을 구해보면

$$\bar{w}(k+1) = K^{-1}AK\bar{w}(k) + (1/K_e)K^{-1}B\bar{e}(k) \quad (4.6)$$

$$\bar{u}(k) = (1/K_u)CK\bar{w}(k) + (1/K_uK_e)D\bar{e}(k) \quad (4.7)$$

과 같으며 그림 4.1에 스케일링 전후의 시스템 블록선도를 보았다.



(나) 신호 양자화 오차 영향

신호 양자화 오차를 균일 분포를 갖는 백색잡음이 더하기 형태로 주어진다고 가정하며, 양자화 오차 e_r 의 크기 범위는

$$-\frac{q}{2} < e_r \leq \frac{q}{2} \quad (4.8)$$

이 고 평균 $E[e_r] = 0$ 이며 분산 $\sigma^2 = q^2 / 12$ 로 주어진다. 여기서, 양자화 스텝 q 는 소수점 이하를 나타내는데 n 비트가 사용되면 $q=2^{-n}$ 이다. 제어기 구조에 관계없이 $\bar{F}(z) = 1 / (K_u K_o) F(z)$ 로 주어지고 K_o , K_u 도 제어기 구조에 관계 없으므로 A/D 변환 양자화 오차에 의한 출력의 영향은 제어기 구조에 관계 없이 구해짐을 알 수 있다. K 는 신호 양자화 오차가 출력에 미치는 영향을 전달함수에서 해석하여 구할 수 있다.

(다) 통계적 단어길이의한 제어기 계수 단어 길이 선정

유한 단어 길이를 사용함으로써 발생하는 양자화 오차중 제어 시스템의 동특성에 영향을 미치는 것이 계수 양자화 오차이다. 계수 양자화 오차로 인한 안정도에 영향이 없다고 가정하고 성능 척도로 이득여유와 위상여유를 택하여 구조별 전달함수에 근거하여 제어기 계수 양자화 오차 dc 로 인한 위상여유 오차 $d\Phi$ 와 이득여유오차 dA 를 구하면 다음과 같이 주어진다[8].

$$K = \frac{K_u K_o}{k_c} \quad (4.9)$$

$$\Gamma = -\sin\Phi_m \frac{\partial \text{Re}\bar{F}}{\partial r} + \cos\Phi_m \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial r} \quad (4.10)$$

$$d\Phi = \left[K\Gamma - \frac{-k_c \frac{\partial \text{Im}G}{\partial w} - K\Gamma}{\frac{\partial |\bar{F}|^2}{\partial w} + \left| \frac{K_c}{K} \right|^2 \frac{\partial |G|^2}{\partial w}} \frac{\partial |\bar{F}|^2}{\partial c} \right] \frac{\partial r}{\partial c} dc \quad (4.11)$$

$$dA = -K A_m \left[\frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial r} - \frac{-k_c \frac{\partial \text{Re}G}{\partial w} - K A_m \frac{\partial \text{Re}\bar{F}}{\partial w}}{k_c \frac{\partial \text{Im}G}{\partial w} - K A_m \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial w}} \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial r} \right] \frac{\partial r}{\partial c} dc \quad (4.12)$$

실제로 구현되는 제어기는 $F(w_c, c_0)$ 이며 $F(w_c, c_0)$ 는 스케일링 요소를 이용하여 $F=K_o K_u F$ 로 표현할 수 있다. 실제로 양자화될 계수는 $F(w_c, c_0)$ 의 계수이다.

본 논문에서 제시되는 계수 양자화 오차를 구하기 위한 성능 척도로 임의의 주파수영역의 3상한상에 놓여 있는 점에 대한 위상 여유오차 $d\Phi$ 를 구하면 다음과 같이 나타난다.

$$d\Phi \equiv f_2(w_c + \delta w, c_0 + \delta c) - f_2(w_c, c_0) \quad (4.13)$$

$$= \{ [\partial f_2 / \partial r]_0 - (\partial f_2 / \partial w) / (\partial f_1 / \partial w) \}_0 \partial r / \partial c \quad dc$$

여기서

$$f_1(w, c) \equiv (1/K_o K_u)^2 - |\bar{F}(w, r)G(w)|^2 \quad (4.14)$$

$$f_2(w, c) \equiv \Phi_m + \pi = \tan^{-1} \frac{\text{Im}\{\bar{F}(w, r)G(w)\}}{\text{Re}\{\bar{F}(w, r)G(w)\}} \quad (4.15)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial w} \right|_0 = \begin{pmatrix} \beta \cos\Phi_m - \alpha \sin\Phi_m & (\partial \text{Re}\bar{F} / \partial w) \\ (\text{Re}F \cos\Phi_m + \text{Im}F \sin\Phi_m) & (\partial \text{Im}G / \partial w) \\ (\alpha \cos\Phi_m + \beta \sin\Phi_m) & (\partial \text{Im}\bar{F} / \partial w) \\ (\text{Im}F \cos\Phi_m - \text{Re}F \sin\Phi_m) & (\partial \text{Re}G / \partial w) \end{pmatrix} \Big|_0 + \quad (4.16)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial r} \right|_0 = \begin{pmatrix} \beta \cos\Phi_m - \alpha \sin\Phi_m & (\partial \text{Re}\bar{F} / \partial r) \\ (\alpha \cos\Phi_m + \beta \sin\Phi_m) & (\partial \text{Im}\bar{F} / \partial r) \end{pmatrix} \Big|_0 + \quad (4.17)$$

로 나타난다. 식 (4.14)-(4.17)에서 $d\Phi$ 와 dA 를 계산하기 위해 필요한 파라메타들 중에서 제어기 구조에 영향을 받는 것은 $\partial r / \partial c$ 뿐이며 제어기 구조에 관계없는 다음과 같은 파라메타들을 쉽게 구할 수 있다.

$$\left. \frac{\partial |\bar{F}|^2}{\partial w} \right|_0, \left. \frac{\partial \text{Re}\bar{F}}{\partial w} \right|_0, \left. \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial w} \right|_0, \left. \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial w} \right|_0^2, \left. \frac{\partial \text{Re}\bar{F}}{\partial r} \right|_0, \left. \frac{\partial \text{Im}\bar{F}}{\partial r} \right|_0$$

위 식의 파라메타들을 이용하여 제어기 계수 양자화 오차에 의한 임의의 지점에서의 위상여유 오차를 구한다. 이제 통계적 단어길이 개념을 도입하여 계수 단어 길이를 선정하면 다음 식으로 표현하면

$$d\Phi = f(w_c, c_0) dc \quad (4.18)$$

이며 양자화될 제어기 계수의 갯수를 N 이라 두면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$d\Phi = \sum_{i=1}^N f_i(w_c, c_0) dc_i \quad (4.19)$$

이것과 식 (4.19)로부터

$$q = \sqrt{3 \epsilon_0 / \sum_{i=1}^N [f_i(w_c, c_0)]^2} \quad (4.20)$$

과 같은 q 의 추정치를 얻을 수 있으며 따라서 통계적 단어길이는

$$\text{SWL} = L + \log_2 \frac{1}{q} \quad (4.21)$$

과 같이 구할 수 있다. 여기서 L 은 계수 단어길이 중에서 부호 비트를 포함해 정수부분을 표현하는데 쓰이는 비트수며, 소수부분을 나타내는데 쓰이는 비트수는 n 이라 두면 $q=2^{-n}$ 의 관계로부터 구할 수 있다. 식 (4.21)의 통계적 단어 길이는 각 구조마다 한번만 계산되며 그 중 가장 작은 SWL을 갖는 구조를 선정하여 디지털 PID 제어기를 구현하는 것이 바람직하다.

5. 실험

(가) 제어시스템 구성

본 연구에서는 실험을 위해 온도 제어기를 사용하며 IBP-PC에서 동작하는 제어 프로그램을 구성하였다. 제어 프로그램은 C언어를 사용하고 실험은 온도의 변화를 온라인으로 볼 수 있도록 그림 5-1과 같은 화면을 구성하였다.

하드웨어로는 온도제어기와 시그널 컨디셔닝 및 인터페이스 회로를 구성하였고 온도 측정용으로 AD590 온도센서를 사용하였다. IBM-PC용 A/D, D/A 보드 PCL-718을 사용하여 데이터를 I/O하고 일정 샘플링을 위하여 제어프로그램 내에서 타이머 인터럽트를 사용하였다.

(나) 실험

2장에서 제안한 자동동조 방법을 적용하여 온도제어기를 구성하였다. 그림 5-2는 단방향 히스테리시스 릴레이 특성에 따른 입력과 출력에 관한 특성을 보여준다. 이 특성에서 전압, 히스테리시스, 주파수, ON/OFF비를 구하여 식 (2.13)-(2.16)에 의해 표 5.1과 같은 주파수 영역에서의 한점을 구할 수 있다. 이 점을 이용하여 PID 제어기나 PI 제어기를 구성하는 데 필요한 파라미터는 표 5.2와 5.3에 나타나 있다. 그림 5.3와 5.4는 제어기 구성에 의한 온도 제어 출력의 특성을 구한 것이다. 이 온도제어 실험에서 구현한 상태 방정식은 다음과 같이 나타난다.

$$w(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e(k) \quad (5.1)$$

$$u(k) = [b_2 \quad b + b] w(k) + b e(k) \quad (5.2)$$

한편, 표 5.4의 스케일링 요소는 플랜트 전달함수를 모르므로 제어기에 대한 제한 범위를 두어 결정 했다. 디지털화하는데 따른 계수 단어길이에 의한 제어 성능은 바뀐다. 제어기 양자화 오차로 인한 위상여유 오차는 식(4.9)-(4.19)로 구할 수 있으며 통계적 단어길이 개념을 도입하여 계수 단어길이를 구하면 표 5.5로 나타난다. 그림 5.5와 5.6은 위상여유 오차 5%내의 SWL을 갖는 제어기를 사용한 제어결과이다. 그림 5.7과 5.8은 PI제어 실험에서 제어기 계수 16비트를 사용할 때와 SWL을 사용했을 때와의 비교이다. 제어기 계수를 SWL로 사용한 경우에는 낮은 단어길 이로 인하여 제한된 형태로 전압이 플랜트에 인가됨을 알 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 단방향 히스테리시스 릴레이를 이용한 PID 자동동조 방법을 제시하였고, 통계적 단어길이 개념을 도입하여 PID제어기에 도입하여 단어길이를 선정하는 방법을 제시하였다. 본 논문의 온도 제어 실험에서 SWL의 계산에 의해 계수 단어길이를 7비트로 채택하여 제어기를 구성해도 성능 지수에 영향이 거의 없음을 입증하였다.

참고문헌

[1] I. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," Trans. ASME, vol. 64, pp. 759-763, 1942.
 [2] K. J. Åström and Hägglund, "Industrial Adaptive Controllers Based on Frequency Response Techniques", Automatica, vol. 27, no. 4, pp. 599-609, 1991.
 [3] 이 상정, 홍 석민, 윤 기준, "디지털 PID제어기에서의 계수 양자화 오차 영향 분석," '89 한국 자동 제어 학술회의 논문집, vol. 1, pp. 477-482, 1989.
 [4] D. P. Atherton, Nonlinear Control Engineering, Van Nostrand Reinhold Co. : LONDON, 1975.
 [5] K. J. Åström and Hägglund, "Automatic tuning of a simple regulator with specifications on phase and amplitude margins," Automatica, vol. 29, no. 5, pp. 645-651, 1984.

[6] R. C. Agarmal and C. S. Burrus, "New recursive digital filter structures having low sensitivity and roundoff noise," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS - 22, no. 12, pp.921-927, Dec.1975.
 [7] J. B. Knowles and E. M. Olcayto, "Coefficient accuracy and digital filter response," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS - 15, pp.31-41, Mar, 1968.
 [8] 이 상정, "공정 제어의 디지털 구현에 관한 연구", 목적기초 1차년도 보고서

표 5.1 자동동조기로 구한 주파수 영역의 점

제어대상	w	G(jw)	w	G(jw)
A	0.0453	-0.523∠180°	0.0237	1.0∠232°
B	0.0417	-0.675∠180°	0.0224	1.0∠210°
C	0.0421	-0.518∠180°	0.0213	1.0∠235°
D	0.0634	-0.264∠180°	0.0220	1.0∠234°

표 5.2 온도제어기의 PID 계수

제어대상	K _P	T _i	T _d
A	5.479	187.137	46.784
B	4.288	201.218	50.304
C	5.579	199.388	49.847
D	10.159	140.118	35.029

표 5.3 온도제어기의 PI 계수

제어대상	K _P	T _i
A	5.954	119.527
B	6.832	185.021
C	5.595	117.094
D	5.726	79.478

표 5.4 온도제어기의 스케일링 계수

제어대상	K(PID)	K(PI)	k _e	k _u
A	370.	100.	0.0125	4.2424
B	480.	200.	0.0125	4.2424
C	380.	100.	0.0125	4.2424
D	200.	100.	0.0125	4.2424

표 5.5 온도제어기의 통계적 단어 길이

제어대상	3 %	5 %	10 %
A	7.285(8)	6.556(7)	5.666(6)
B	7.634(8)	6.821(7)	5.923(6)
C	5.145(6)	4.348(5)	3.408(4)
D	6.179(7)	5.442(6)	4.442(5)

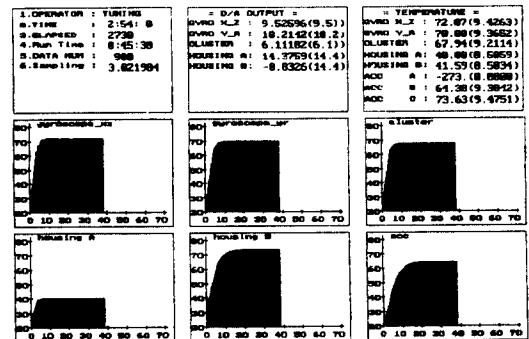
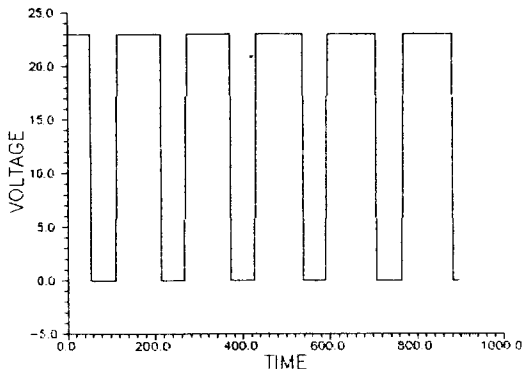
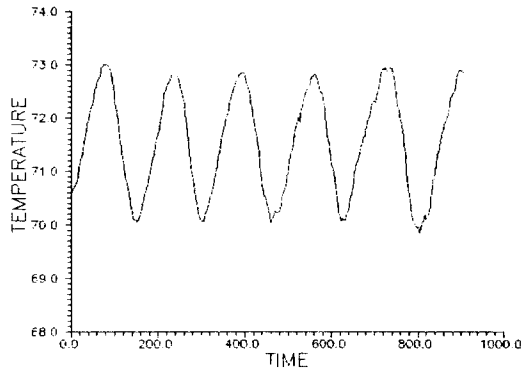


그림 5.1 Monitoring 화면



(a) 입력



(b) 출력

그림 5.2 릴레이 제어결과

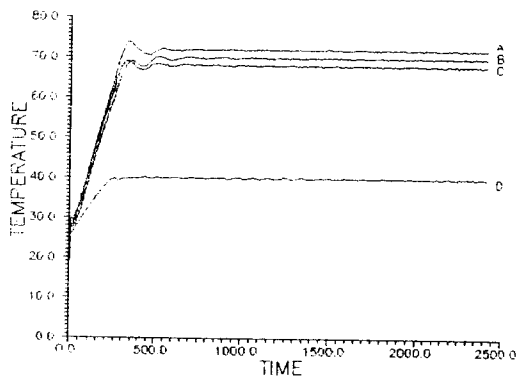


그림 5.3 PI 제어결과(제어기 계수 16bit)

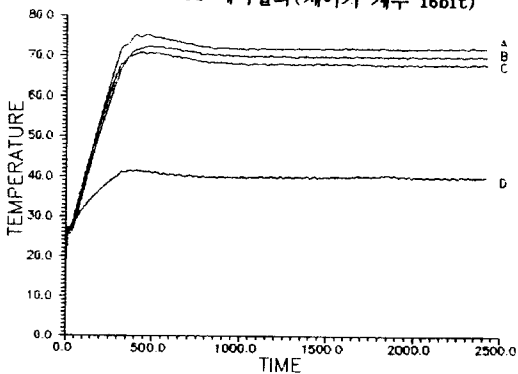


그림 5.4 PID 제어결과(제어기 계수 16bit)

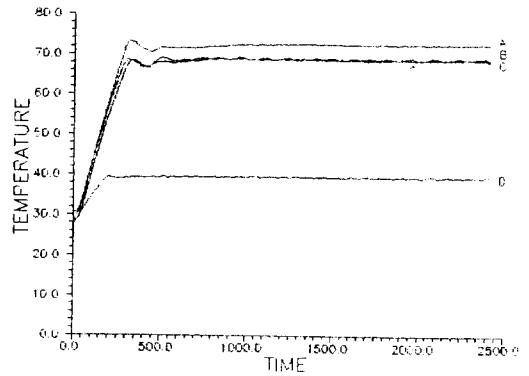


그림 5.5 PI 제어결과(제어기 계수 SWL 사용)

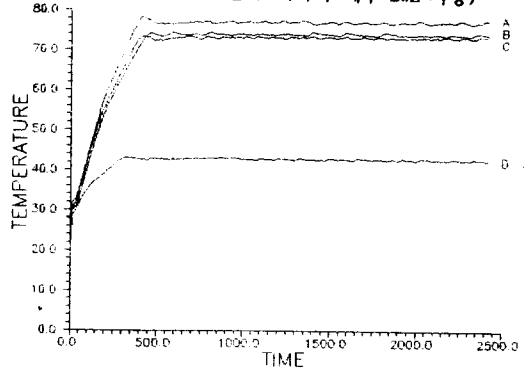


그림 5.6 PID 제어결과(제어기 계수 SWL 사용)

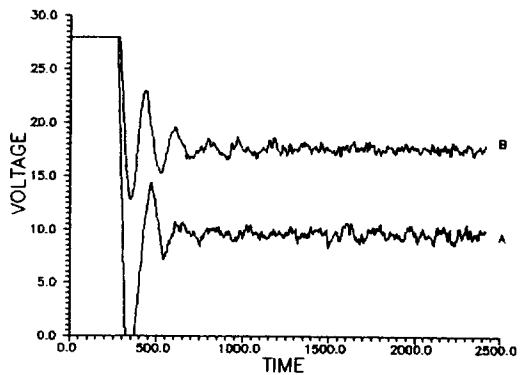


그림 5.7 PI 제어 입력결과(제어기 계수 16bit)

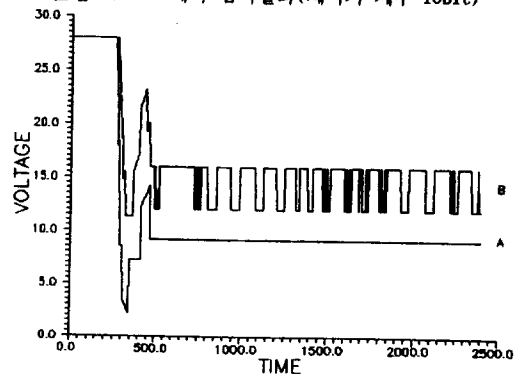


그림 5.8 PI 제어 입력결과(제어기 계수 SWL사용)