

관성항법장치의 초기정렬을 위한 중복 분해 필터

박 찬 국 · 이 장 규
서울대학교 공과대학 제어계측공학과

An Overlapping Decomposed Filter for INS Initial Alignment

Chan Gook Park and Jang Gyu Lee
Dept. of Control & Instrumentation Eng.
Seoul National University

Abstract

An Overlapping Decomposed Filter(ODF) accomplishing an initial alignment of an INS is proposed in this paper. The proposed filter improves the observability condition and reduces the filtering computation time. Its good performance has been verified by simulation. Completely observable and controllable conditions of INS error model derived from psi-angle approach are introduced under varying sensor characteristics vary. The east components of gyro and accelerometer have to be the first order markov process and the rest of them are the characteristics of the random walk or first order markov process.

1. 서 론

자유공간을 움직이는 항체에 관성센서를 부착하여 기준좌표계에 대한 항체의 위치를 파악하는 관성항법장치(Inertial Navigation Systems - INS)에서 가장 중요한 과정중의 하나는 정렬(alignment)이다. 정렬은 항체의 초기 상태를 결정하는 초기정렬(initial alignment)과 비행중의 오차를 보상하는 비행중 정렬(in-flight alignment)로 나눌 수 있다. 초기정렬은 항체가 비행을 시작하기 전에 위치, 속도 그리고 자세를 기준좌표축과 일치시키는 과정으로 여기서 발생하는 초기오차는 비행중 항체에 커다란 오차를 유발한다[1]. 비행정렬은 비행중에 관성센서에 의하여 누적되는 위치, 속도, 자세오차를 보상하므로 정렬은 INS에서 필수적이라 할 수 있다.

최근에는 칼만 필터를 이용하여 위치, 속도, 자세오차를 추정하여 보상하는 디지털 제어 방법이 일반적으로 사용된다[2]. 칼만 필터를 사용한 정렬방식의 장점으로는 필요한 정보를 컴퓨터에 저장하여 데이터 분석이 용이하다는 것과 센서 모델을 필터 모델에 추가하여 추정함으로써 센서계수 보정(calibration)을 동시에 수행할 수 있다는 것이다. 그러나 이러한 이유로 정렬 및 보정에 사용되는 필터 모델은 차수가 높아지게 되고 계산상 많은 시간을 요구하게 되므로 초기정렬이 늦어지고 비행정렬을 자주 수행할 수 없기 때문에 오차가 누적되는 현상을 초래한다. 따라서 이러한 문제점을 해결하기 위하여 필터링 방법과 모델 자체에 대한 연구가 이미 많이 진행되었다. 필터링 방법에 있어서는 2개의 차수가 낮은 필터를 결합하여 병렬로 수행하거나 모델을 낮은 차수로 분해하여 시간에 따라 교대로 수행하는 방법등이 제시되었다[3]. 또한 필터링에 필요한 모델의 가관측성에 대한 연구도 수행되었다[4, 5, 6]. 본 논문에서는 INS 초기정렬을 보다 빠르고 정확하게 수행

하기 위하여 모델을 중복 분해하여 분산 칼만 필터링을 수행함으로써 이 방법이 성능면에서 떨어지지 않고 일반 분해 방법보다 가관측성이 증가됨을 보이고자 한다. 또한 센서 모델을 변화시킬때 따라 완전 가관측이 되기 위한 조건을 제시하고자 한다.

2. INS 오차 모델

위치, 속도, 자세오차로 되어 있는 INS 오차모델은 시변 요소로 구성되어 있기 때문에 해석이 어렵고 비행궤적에 따라 다르게 나타난다. 본 논문에서는 항체가 정지해 있는 상태의 초기정렬만을 고려 하였으므로 시변요소를 무시하여 오차 모델을 표시하면 식(2-1)과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta r_N \\ \delta r_E \\ \delta r_D \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \delta v_D \\ \delta \phi_N \\ \delta \phi_E \\ \delta \phi_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 2\Omega_D & 0 & 0 & g & 0 \\ 0 & -\omega^2 & 0 & -2\Omega_D & 0 & 2\Omega_N & -g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega^2 & 0 & -2\Omega_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_D & 0 & \Omega_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_N & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta r_N \\ \delta r_E \\ \delta r_D \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \delta v_D \\ \delta \phi_N \\ \delta \phi_E \\ \delta \phi_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \delta v_N \\ \delta v_E \\ \delta v_D \\ \delta \phi_N \\ \delta \phi_E \\ \delta \phi_D \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

여기서 $\omega^2 = g/R$, $\Omega_N = \Omega \cos L$ 는 지구회전의 북쪽방향 성분 그리고 $\Omega_D = -\Omega \sin L$ 는 지구회전의 수직방향 성분을 각각 나타낸다. 또한 r_i, v_i, ϕ_i ($i=N, E, D$)는 위치, 속도, 그리고 자세오차를 각각 나타낸다.

초기정렬은 대개 항체가 정지중에 수행되므로 위치오차는 영으로 가정할 수 있으며, 또한 수직축 속도오차는 측정치로 사용되는 수평축 속도 성분과 매우 약하게 결합되어 있기 때문에 일반적으로 무시한다[7]. 식(2-1)에서 이러한 성분을 무시하면 5개의 상태변수만이 존재하게 되지만 구동항으로 사용되는 가속도계 오차와 자이로 오차는 일반적으로 백색잡음이 아니므로 상태변수에 추가하여 표시한다. 본 논문에서는 센서 잡음을 랜덤상수, 랜덤워크 또는 1차 마코프 프로세스로 모델링 하기 위하여 식(2-2)와 같이 일반적인 변수로 사용하였다.

$$\begin{aligned} \dot{v}_i &= a_i v_i + w_i \quad (i=N, E), \quad w_i \sim N(0, q_i) \\ \dot{\epsilon}_j &= \beta_j \epsilon_j + w_j \quad (j=N, E, D), \quad w_j \sim N(0, q_j) \end{aligned} \quad (2-2)$$

여기서 v_i 는 가속도계 오차를 ϵ_j 는 자이로 오차를 나타낸다. 식(2-2)에서 a_i, β_j 가 영인 경우는 랜덤상수($q=0$)나 랜덤워크를 의미하며, 그렇지 않은 경우에는 1차 마코프 프로세스를 나타내는데 이때 a_i 와 β_j 는 $-1/\tau$ (τ :시정수)를 표시한다. 위치

$$L = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & -C_{12} & 0 \\ 0 & -C_{22} & C_{22} & 0 \end{bmatrix}$$

식(3-8)은 다음의 조건식(3-9)를 만족한다.

$$M\Gamma = 0, \quad N = 0, \quad L\Gamma = 0 \quad (3-9)$$

식(3-9)는 식(3-7)을 만족하는 한가지 경우이다[9]. 식(3-8)을 식(3-6)에 대입하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & 0 & A_{23} \\ \hline A_{21} & 0 & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & 0 & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \hline \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 \\ G_{21} & G_{22} \\ \hline G_{21} & G_{22} \\ 0 & G_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_1 \\ \hline \tilde{G}_2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_1 & 0 \\ \hline 0 & \tilde{C}_2 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

식(3-10)과 같은 확장 시스템 \tilde{S} 로서 분산 칼만 필터를 구성하기 위해서는 비대각 블록을 무시한 식(3-11)과 같은 부분 시스템(subsystem)에서 얻은 필터이득이 전체 확장시스템 \tilde{S} 를 안정하게 하여야 한다.

$$\begin{aligned} \tilde{S}_i : \tilde{x}_i(t) &= \tilde{A}_i \tilde{x}_i(t) + \tilde{G}_i w(t), \quad \tilde{x}_i(t) \in \mathbb{R}^{\tilde{n}_i}, \quad w(t) \in \mathbb{R}^p \\ \tilde{z}_i(t) &= \tilde{C}_i \tilde{x}_i(t) + \tilde{v}(t), \quad \tilde{z}_i(t) \in \mathbb{R}^{\tilde{m}_i}, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (3-11)$$

시스템 \tilde{S} 의 분산 칼만필터 오차 공분산 및 이득 행렬은 식(3-12)와 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{A}_D \tilde{P}_D + \tilde{P}_D \tilde{A}_D^T + \tilde{G}_D \tilde{Q}_D \tilde{G}_D^T - \tilde{P}_D \tilde{C}_D \tilde{R}_D^{-1} \tilde{C}_D^T \tilde{P}_D &= 0 \\ \tilde{K}_D &= \tilde{P}_D \tilde{C}_D^T \tilde{R}_D^{-1} \end{aligned} \quad (3-12)$$

여기서 $\tilde{A}_D, \tilde{G}_D, \tilde{C}_D$ 는 $\tilde{A}, \tilde{G}, \tilde{C}$ 의 대각행렬을 나타낸다.

확장 시스템 \tilde{S} 를 안정하게 하는 필터 이득 \tilde{K}_D 는 다음식(3-13)을 만족할 때 원래 시스템 S 를 안정하게 하는 필터를 구성하게 된다.

$$K_E = V \tilde{K}_D U \quad (3-13)$$

여기서 V 와 U 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \hat{x} &= V \tilde{x} \\ \hat{z} &= U \tilde{z} \end{aligned} \quad (3-14)$$

식(3-13)에서 구한 칼만 이득 행렬을 이용한 상태변수 추정식은 다음과 같다.

$$\hat{dx}(t)/dt = (A - K_E C) \hat{x}(t) + K_E z(t) \quad (3-15)$$

식(2-6)의 INS 오차모델을 중복 분해하여 확장 시스템을 구성하면 상태변수 u_N 이 중복 상태변수에 포함되므로써 측정치가 증가한 효과를 제공하기 때문에 측정행렬 C 의 차수가 증가하고 제 4장에서 다루는 부분 시스템의 가관측성을 증가시켜 주게된다.

4. 센서모델에 따른 가관측성

칼만 필터를 구성할 때 가장 중요한 조건은 가관측성을 만족하는 것이다. 가관측성은 칼만 필터가 측정치를 가지고 상

태변수를 어느정도 추정할 수 있는가를 나타내는 지표로서 완전 가관측(completely observable)하기 위해서는 가관측 행렬이 시스템 차수와 일치 하여야 한다. 2장에서 구한 INS 오차 모델은 센서 모델에 따라서 가관측성이 변화하게 되므로 모델이 완전 가관측이 되기 위한 센서 모델을 결정하고자 한다.

우선 INS 오차모델의 특성을 파악하기 위하여 식(2-3)의 시스템 행렬 A^* 의 고유치를 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} | \lambda I - A^* | &= 0 \\ \lambda_1 &= 0, \quad \lambda_{2-3} = \pm j\Omega, \quad \lambda_{4-5} = \pm 2j\Omega, \\ \lambda_{6-10} &= \alpha_N, \alpha_E, \beta_N, \beta_E, \beta_D \end{aligned} \quad (4-1)$$

λ_{1-3} 는 자세식에서 유도된 고유치로서 2번째와 3번째 고유치는 24시간 주기를 갖는 모드이다. λ_{4-5} 는 속도오차 결합에 의하여 발생된 모드로서 적도에서는 영이 된다. λ_{6-10} 는 센서 오차 모델에 의한 고유치로서 시스템이 안정되기 위해서는 양이 아닌 값을 가져야 한다.

다음에는 가관측성을 조사하기 위하여 가관측 행렬을 구성하자. 식(2-5)와 같이 정의된 선형 불규칙 시스템에서 가관측 행렬은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$O = [C^*T, (C^*A^*)^T, (C^*A^{*2})^T, \dots, (C^*A^{*n-1})^T]^T \quad (4-2)$$

INS 오차모델 (A^*, G^*, C^*)의 가관측 행렬을 구하면 20x10 행렬이 된다. 시스템이 완전 가관측이 되기 위해서는 20개의 행중에서 독립인 10개의 행만 존재하면 되므로 가우스 소거법을 이용하여 정리하면 다음과 같은 가관측 행렬을 구성할 수 있다.

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & g & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & g\Omega_N & \alpha_N & -\Omega_D & 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_D & \alpha_E & -g & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_N^2 + \Omega_N^2 & -\alpha_E \Omega_D & 0 & g\beta_E & g\Omega_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_N \Omega_D & \alpha_E^2 & -g\beta_N & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_N(\alpha_N^2 + \Omega_N^2) & -\alpha_E^2 \Omega_D & 0 & g\beta_E^2 & g\Omega_N \beta_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_N^2 \Omega_D & \alpha_E^3 & -g\beta_N^2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_N^2(\alpha_N^2 + \Omega_N^2) & -\alpha_E^3 \Omega_D & 0 & g\beta_E^3 & g\Omega_N \beta_D^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_N^3 \Omega_D & \alpha_E^4 & -g\beta_N^3 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_N^6(\alpha_N^2 + \Omega_N^2) & -\alpha_E^7 \Omega_D & 0 & g\beta_E^7 & g\Omega_N \beta_D^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_N^7 \Omega_D & \alpha_E^8 & -g\beta_N^7 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

식(4-3)이 독립인 10개의 행을 가지기 위해서는 센서 모델 변수 $\alpha_N, \alpha_E, \beta_N, \beta_E, \beta_D$ 가 다음 3가지 조건을 만족해야 한다.

$$i) \alpha_E < 0, \quad \beta_E < 0 \quad (4-4)$$

$$ii) \alpha_N \leq 0, \quad \beta_N \leq 0, \quad \beta_D \leq 0, \quad \beta_E \neq \beta_D \quad (4-5)$$

$$iii) \text{ 위의 조건을 만족하는 3개 이상의 변수가 같은 값을 갖지 않는다.} \quad (4-6)$$

다음에는 분해 필터의 완전 가관측 조건에 대하여 살펴보자. 분해 필터의 완전 가관측 조건을 조사하기 위해서는 대각 블록만으로 가관측 행렬을 구성하여 이 행렬의 행렬식이 0이 되지 않는 조건을 구하게 된다. 우선 N 방향과 E-D 방향으로 일반 분해된 필터가 완전 가관측이 되기 위한 $\alpha_N, \alpha_E, \beta_N, \beta_E, \beta_D$

의 집합 Γ 는 다음과 같다.

$$\Gamma = \{ (a_N, a_E, \beta_N, \beta_E, \beta_D) \mid a_N < 0, a_E < 0, \beta_E < 0, \beta_N \leq 0, \beta_D \leq 0, (a_N - \beta_E)(\beta_E - \beta_D)(\beta_D - a_N)(a_E - \beta_N) \neq 0 \} \quad (4-7)$$

중복 분해필터가 완전 가관측이 되기 위한 집합 Π 는 식(4-8)과 같다.

$$\Pi = \{ (a_N, a_E, \beta_N, \beta_E, \beta_D) \mid a_N < 0, a_E < 0, \beta_E < 0, \beta_N \leq 0, \beta_D \leq 0, (a_N - \beta_E)(\beta_E - \beta_D)(\beta_D - a_N) \neq 0 \} \quad (4-8)$$

집합 Γ 는 집합 Π 의 부분 집합이므로 중복 분해 시스템이 일반 분해 시스템보다 완전 가관측성 조건을 완화 시켜줌을 알 수 있다.

다음에는 시스템의 가제어성에 대하여 알아보자. 초기정렬에 사용되는 모델 식(2-3)은 시불변 시스템이므로 미분 Riccati 방정식 대신에 대수 Riccati 방정식을 풀게 되는데, 대수 Riccati 방정식의 해가 양의 정칙이고 유일한 해를 갖기 위한 충분조건은 (A^*, G^*) 가 가관측하고 $(A^*, G^*Q^{*1/2})$ 가 가제어 해야 한다. 또한 이 대수 Riccati 방정식의 해로서 구한 칼만 이득은 필터의 안정성을 보장해준다[10]. 가관측 조건은 이미 제시하였고 $(A^*, G^*Q^{*1/2})$ 의 가제어 조건은 행렬 Q^* 가 적어도 랭크 5를 가져야 하므로 센서모델이 랜덤상수가 아닌 랜덤워크나 1차 마코프 프로세스가 되어야 함을 알 수 있다.

5. 성능 분석

INS 초기정렬에 적용된 중복 분해 필터의 성능을 알아보기 위하여 비분해 필터(non-decomposed filter)와 시뮬레이션을 통하여 비교하였다. 여기서 비분해 필터와 비교한 이유는 제안된 필터의 준최적 정도를 보이기 위해서이다.

시뮬레이션에서 사용된 INS 오차모델은 식(2-6)을 사용하였으며, 이때 센서 모델은 앞에서 구한 완전 가관측, 가제어 조건을 만족하는 한가지 경우를 택하였다. 사용된 센서 모델과 변수값은 표 5-1과 같다. 시뮬레이션에 사용된 필터들은 대수 Riccati 방정식을 풀어서 얻은 고정 필터이득을 사용하였다. 이때 분해 필터들은 시스템 차수의 3제곱에 비례하는 시간이 소요되는 대수 Riccati 방정식을 부분 시스템에 대하여 풀게 되므로 비분해 필터에 비하여 계산 시간이 크게 감소하게 된다. 그러나 계산 시간이 별로 소요되지 않는 상태변수 추정에는 비분해 시스템에 부분 시스템에서 구한 칼만 이득을 적용하여 구하였다. 왜냐하면 분해 필터에서 각 부분 시스템 별로 상태변수를 추정할 때 서로의 정보교환으로 무시된 비대각 성분들의 보상이 쉽기 때문이다.

그림 5-1에서 그림 5-3은 추정된 10개의 상태변수를 나타내고 있는데 실선은 비분해 필터의 추정치이고 점선은 중복 분해 필터의 추정치이다. 그림에서 알 수 있듯이 본 논문에서 제안한 중복 분해 필터는 최적 필터인 비분해 필터에 비하여 성능면에서 별로 차이가 없음을 알 수 있었다. 그림 5-1은 중복되지 않은 상태변수($\varphi_D, \varphi_E, \varphi_N$)의 추정치이고, 그림 5-2는 중복된 상태변수($\varphi_D, \varphi_E, \varphi_N$)의 추정치를 나타내며, 그림 5-3은 상태변수($\varphi_E, \varphi_N, \varphi_N, \varphi_E$)의 추정치를 표시하고 있다. 그림 5-3의 북쪽 방향 자세 오차(φ_N)와 자이로 오차(φ_N)에서 중복 분

해 추정치가 최적 추정치와 약간의 차이를 나타내지만 수렴하고 있음을 보여주고 있다. 이는 중복 분해 필터에서 구한 이득이 준최적 이지만 필터를 안정하게 함을 나타내고 있다. 또한 이 두성분이 같은 성향을 나타내는 이유는 자이로 오차 추정치가 자세오차에 직접적으로 영향을 미치기 때문이다.

6. 결론

본 논문에서는 INS 초기정렬을 보다 빠르고 정확하게 수행하기 위하여 모델을 중복 분해하여 병렬 필터링을 수행함으로써 이 방법이 성능면에서 우수하고 일반 분해 방법보다 가관측성이 증가됨을 보였다. 또한 센서 모델을 변화시킴에 따라 완전 가관측이 되기 위한 조건을 제시하였다.

본 논문에서 사용된 INS 오차모델이 완전 가관측이 되기 위해서는 센서 모델중 적어도 3개는 1차 마코프 프로세스를 가져야 하고 나머지는 랜덤 워크가 되어야 한다. 5개의 센서 오차 상태변수 중 동쪽 방향 성분(φ_E, φ_E)은 반드시 마코프 모델이 되어야 하며 φ_E 와 φ_E 의 시정수가 같아서는 안된다는 것이다. 여기서 동쪽방향 성분이 가관측성에 중요한 영향을 미치는 이유는 지구자전 성분이 동쪽방향에 포함되지 않기 때문이다.

중복 분해 필터는 비분해 필터에 비하여 비슷한 성능을 나타낸 반면 병렬 처리 경우에 계산 시간면에서는 3배 이상 감소함을 알 수 있었다. 그러나 INS 오차 모델에 중복 분해 방법을 적용할 때, 본 논문에서 제안한 INS 오차모델이 최적이라고는 말할 수 없으며 중복 분해 필터를 적용한 한가지 예라고 할 수 있다. 초기 정렬에 사용된 φ -각 오차모델은 구조가 간단하고 결합 정도가 약하기 때문에 일반 분해 방법도 필터의 안정성을 유지하지만 비행 정렬이나 복잡한 오차 모델에서는 중복 분해 방법 만이 필터의 안정성을 보장해 줄 수 있을 것이다. 또한 일반 분해 방법은 경험에 의하여 분해하며 위도에 따라서 변하게 되는 반면, 중복 분해 방법은 이러한 문제들을 해결할 수 있고 측정치를 주는 상태변수를 중복함으로써 부분 시스템의 가관측성을 높일 수 있으므로 앞으로 많은 분야의 적용이 가능하리라 생각된다.

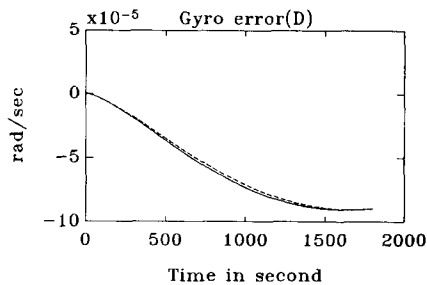
참 고 문 헌

- [1] W.S.Widnall and P.A.Grundy, "Inertial Navigation System Error Models," Intermetrics Inc., TR-03-73,1973.
- [2] 박찬국, "스트랩다운 시스템 Alignment 성능비교," 서울대학교 대학원 석사학위논문, 1987.
- [3] I.Y.Bar-Itzhack, "Minimal Order Time Sharing Filters for INS In-Flight Alignment," *Journal of Guidance and Control*, Vol.5, No.4, July-Aug., 1982.
- [4] I.Y.Bar-Itzhack and N.Berman, "Control Theoretic Approach to Inertial Navigation Systems," *Journal of Guidance and Control*, Vol.11, No.3, May-June., 1988.
- [5] D.G.Meskin and I.Y.Bar-Itzhack, "Observability Analysis of Inertial Navigation Systems During In-Flight Alignment," *AIAA Paper*, 1988.
- [6] H.H.Kothe and E.P.Hofer, "Analytical Techniques for Observability Analysis and Filter for Inertial Navigation Systems," *AIAA Paper*, 1988.

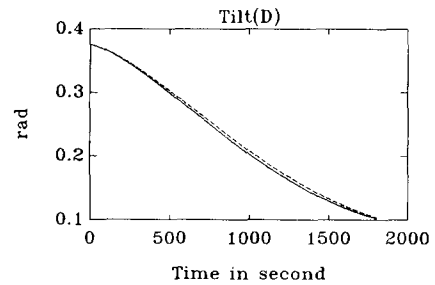
- [7] C.E.Hutchinson and H.M.Wondergem, "An Error Analysis Technique for Inertial Navigation Systems and Kalman Filters," THEMIS-UM-68-2, Sept., 1968.
- [8] M.Ikeda and D.D.Siljak, "Overlapping Decompositions Expansions and Contractions of Dynamic Systems," *Large Scale Systems*, Vol.1, 1980.
- [9] M.Ikeda and D.D.Siljak, "Overlapping Decentralized Control with Input, State, and Output Inclusion," *Control-Theory and Advanced Technology*, Vol.2, No.2, 1986, pp.155-172.
- [10] R.W.Brockett, *Finite Dimensional Linear Systems*, John Wiley, New York, 1970, pp 147-155.

표 5-1 센서 모델
Table 5-1 Sensor models

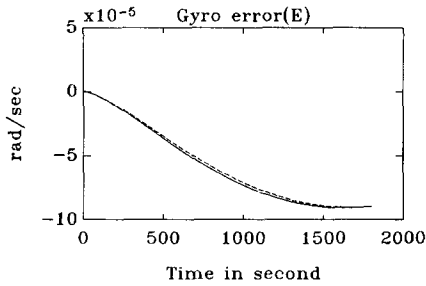
| 센서 모델 | 상태변수 | 1σ | Q | τ |
|-------------|--------------|-----------------------|------------------------------------|----------|
| 1차 마코프 프로세스 | ∇_N | 3.12×10^{-3} | $9.73 \times 10^{-7} (ft^2/sec^2)$ | 20 (sec) |
| | ∇_E | 3.12×10^{-3} | $9.73 \times 10^{-7} (ft^2/sec^2)$ | 20 (sec) |
| | ϵ_E | 4.93×10^{-8} | $1.62 \times 10^{-16} (rad/sec^2)$ | 30 (sec) |
| 랜덤 워크 | ϵ_N | 4.93×10^{-8} | $1.62 \times 10^{-16} (rad/sec^2)$ | |
| | ϵ_D | 4.93×10^{-8} | $1.62 \times 10^{-16} (rad/sec^2)$ | |



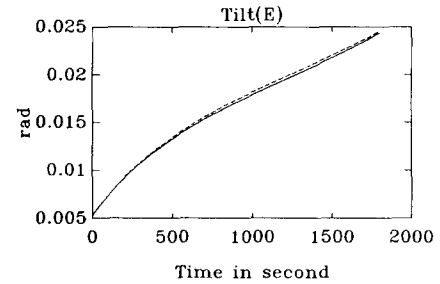
(a) 수직방향 자이로 오차(ϵ_D)
(a) Down gyro error



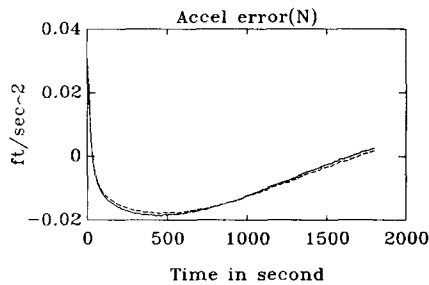
(a) 수직방향 자세 오차(ϕ_D)
(a) Down tilt



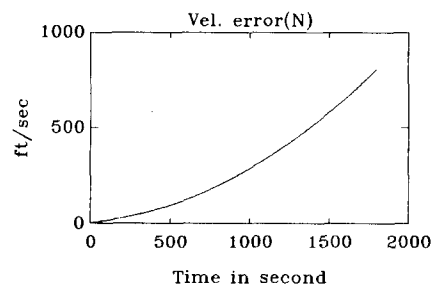
(b) 동쪽방향 자이로 오차(ϵ_E)
(b) East gyro error



(b) 동쪽방향 자세 오차(ϕ_E)
(b) East tilt



(c) 북쪽방향 가속도계 오차(∇_N)
(c) North accel. error



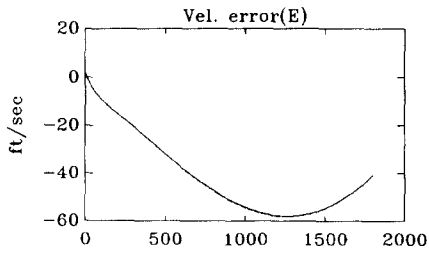
(c) 북쪽방향 속도 오차(u_N)
(c) North velocity error

그림 5.1 비분해 필터와 중복 분해 필터의 상태변수($\epsilon_D, \epsilon_E, \nabla_N$) 추정치

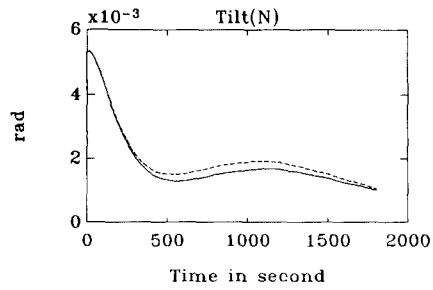
Fig 5.1 Estimated values of ϵ_D, ϵ_E , and ∇_N

그림 5.2 비분해 필터와 중복 분해 필터의 상태변수(ϕ_D, ϕ_E, u_N) 추정치

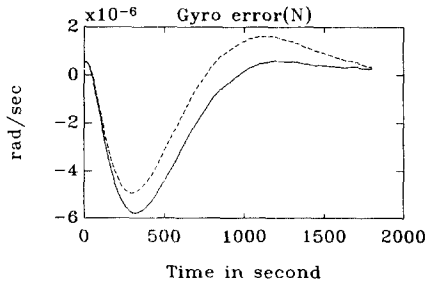
Fig 5.2 Estimated values of ϕ_D, ϕ_E , and u_N



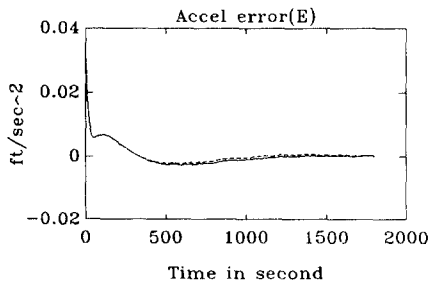
(a) 동쪽방향 속도 오차(v_E)
(a) East velocity error



(b) 북쪽방향 자세 오차(ϕ_N)
(b) North tilt



(c) 북쪽 방향 자이로 오차(ϵ_N)
(c) East gyro error



(d) 동쪽방향 가속도계 오차(v_E)
(d) East accel. error

그림 5.3 비분해 필터와 중복 분해 필터의 상태변수($v_E, \phi_N, \epsilon_N, v_E$) 추정치
Fig 5.3 Estimated values of $v_E, \phi_N, \epsilon_N,$ and v_E