

로봇 팔의 軌道制御를 위한 可變構造制御方式

김주홍* 손동설** 엄기환** 최우승***

* 동국대학교 전자공학과 **유한전문대학 전자과, 전기과 ***경원전문대학 사무자동화과

Variable Structure System Control Method for The Trajectory Control of Robot Arm

Joo-Hong Kim, Dong-Seol Son, Ki-Hwan Eom, Woo-Seung Choi

Dept. of Elec.Eng, Dongguk Univ., Dept. of Elec. Yuhan College, Dept. of OA Kyungwon College

(ABSTRACT)

In this paper, a variable structure system control method is proposed to the trajectory control of robot arm.

A proposed method uses nonlinear switching function and saturation function.

Furthermore, learning control method uses to decrease of the following error.

The computer simulation results show that the chattering and the following error decrease and is improved the control the performance by a proposed method.

1. 서론

로봇 팔은 관성운동, 비선형 마찰이나 원심력, 코리올리스크(Coriolis force)등의 비선형성, 불확실성등 때문에 제어하는 데 문제가 된다. 이러한 문제에 대하여 매개변수(Parameter)의 비선형성과 불확실성등을 가진 경우에도 좋은 제어성능을 가지고 외란에도 둔감한 특징이 있는 가변구조제어 방식은 비선형 시변 시스템인 로봇 팔 제어에 자주 사용되고 있다.^{1),2),3),4)}

가변구조제어방식은 상태공간에서 스위칭 평면을 선정하고 상태변수를 불연속적으로 이동시켜 평면점에 도달하게 하는 슬라이딩 모드(Sliding Mode)라는 독특한 형태를 갖는 제어방식이다.^{1),2),4),5)}

그러나 제어계의 초기상태가 스위칭 평면상으로 도달하기 까지의 시(Reaching Phase)이 필요하며 이 기간중에는 슬라이딩 모드에 의한 제어방식을 적용할 수 없다. 또한 로봇 팔 등의 실 시스템에 적용시에는 제어신호를 디지털(Digital)화 하므로 불연속적인 부호함수의 스위칭에 지연이 생겨 진동(Chattering)이 발생한다.

따라서 초기상태에서 스위칭평면상으로 도달시간을 줄이기 위하여 Morgan's Organizer는 스위칭 함수의 미분 값을 상수로 변화시키는 알고리즘을 제안하였고, 진동을 경감시키기 위하여 Soltine은 연속적인 제어입력들을 제안하는 등 많은 연구가 계속되고 있다.^{5),6)}

본 논문에서는 로봇 팔의 궤도제어를 위하여 종래의 선형 스위칭 함수가 아닌 포물선 형태의 비선형 스위칭 함수와 입력형태를 연속화한 포화함수를 사용하고, 추종오차를 경감시키는 방법으로 학습제어 방식을 사용할 것을 제안하고 그 특성을 시뮬레이션하여 검토한다.

2. 비선형 스위칭 함수에 의한 가변구조제어방식

가변구조제어방식은 비선형계에 대하여 불연속적인 제어입력을 이용한 강인한(Robust) 제어방식이다.

2-1. 선형 스위칭 함수

다음과 같은 시스템의 상태방정식을 생각한다.

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot U \tag{2-1}$$

여기서 X : 상태변수 벡터(n×1)

A : n×n 행렬

B : n×1 행렬

U : 제어입력

이다.

위의 시스템에 가변구조제어 이론을 적용시키기 위한 스위칭 함수의 일반적 표현은 다음과 같다.

$$S(X) = C^T \cdot X \tag{2-2}$$

여기서 C = [C₁, C₂, ..., C_n]^T

X = [X₁, X₂, ..., X_n]^T

이고 스위칭 계수 C는 상수이고 X는 상태변수이다. 한편 슬라이딩 모드가 존재하는 스위칭 평면은 S = 0 이며, 스위칭 평면에서 슬라이딩 모드가 존재하기 위한 필요충분조건은

$$S(X) \cdot \dot{S}(X) \leq 0 \tag{2-3}$$

이다.

이 경우의 제어입력은

$$U = - \sum_{i=1}^k \phi_i \text{Sgn}(S) |X_i| \quad (2-4)$$

이며, 여기서

$$\text{Sgn}(S) = \begin{cases} 1, & (S > 0) \\ -1, & (S < 0) \end{cases} \quad (2-5)$$

이다.

상태 방정식의 제어입력을 식(2-4)와 같이 설정하여 식(2-2)의 스위칭 함수에 의해 스위칭하면 상태궤적의 평균값은 스위칭평면과 일치하게 되며 상태변수가 스위칭 평면에서 이상적으로 슬라이딩운동을 한다면 다음식이 성립한다.

$$\begin{aligned} S(X) &= C^T \cdot A \cdot X + C^T \cdot B \cdot U \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2-6)$$

스위칭 평면에 도달한 후에는 입력은 식(2-6)에서 등가적으로

$$U_{eq} = - (C^T \cdot B)^{-1} \cdot C^T \cdot A \cdot X \quad (2-7)$$

이며, 단 $|C^T \cdot B| \neq 0$ 이다.

이것을 등가선형계라고 한다.²⁾

식(2-7)의 U_{eq} 를 식(2-1)에 대입하면 슬라이딩 모드에서의 등가 상태방정식은

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (I - B(C^T \cdot B)^{-1} \cdot C^T) \cdot A \cdot X \\ &= A_{eq} X \end{aligned} \quad (2-8)$$

이므로 시스템의 상태가 슬라이딩 모드 상태일 때는 입력 U 와는 무관하며 시스템의 상태에만 의존함을 알 수 있다.

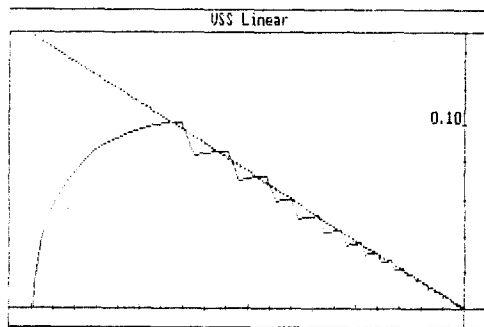


Fig. 2-1 Linear Switching Function

그림 2-1은 선형 스위칭 함수로서 2차 시스템에 가변구조제어방식을 적용하였을 경우의 상태궤적을 나타낸 그림이다.

2-2. 비선형 스위칭 함수

제어계의 초기위치로부터 스위칭 평면에 가까이 하여 도달시간을 줄이기 위하여 그림 2-2와 같은 원점대칭인 포물선을 스위칭 곡면으로 제안한다.

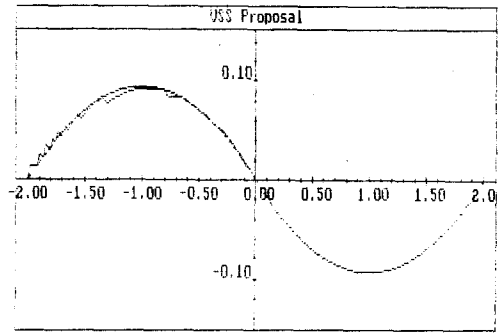


Fig. 2-2 Nonlinear Switching Function

제안한 스위칭 곡선은

$$S = C \cdot X_1 \cdot (X_1 + \varepsilon) + X_2$$

이며 이에 따른 새로운 입력변수를 설정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha &= -\phi_1 \cdot X_1 - \phi_2 \left[\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} - X_2} - \mu - \frac{\varepsilon}{2} \right] \quad (S > 0) \\ \beta &= \phi_3 \cdot X_1 + \phi_4 \cdot X_2 \cdot (X_2 + \varepsilon) \quad (S < 0) \end{aligned} \quad (2-9)$$

여기서 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \mu$ 는 상수이고,

ε 는 스위칭 곡면과 X_1 이 만나는 점의 값이며,

X_2 는 이상적인 슬라이딩이 이루어질 때 스위칭 곡면에 놓여 있는 상태변수 X 의 값이다.

비선형 스위칭 함수를 일반적 형태로 표시하면

$$S(X) = C \cdot M_x \cdot X \quad (2-10)$$

이고, 여기서 M_x 는 X 의 함수로 구성된 대각행렬로

$$M_x = \begin{bmatrix} f(X_1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & f(X_2) & & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & & & f(X_n) \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

이다.

스위칭 함수는 식(2-10)과 같고 여기서 상태변수가 스위칭 곡면에서 이상적으로 슬라이딩운동을 할 때는 식(2-12)와 같은 등가식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \dot{S}(X) &= C^T \cdot M_x \cdot \dot{X} \\ &= C^T \cdot M_x \cdot X + C^T \cdot M_x \cdot (A \cdot X + B \cdot U) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2-12)$$

식(2-12)에서 등가입력 U_{eq} 를 구하면

$$U_{eq} = - (C^T \cdot M_x \cdot B)^{-1} \cdot (C^T \cdot M_x \cdot C^T \cdot M_x \cdot A) \cdot X \quad (2-13)$$

이고, 단 $|C^T \cdot M_x \cdot B| \neq 0$ 이다.

식(2-13)를 식(2-1)에 대입하면 다음과 같은 등가 상태방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{X} = \left\{ A - B \cdot (C^T \cdot M_x \cdot B)^{-1} \cdot (C^T \cdot M_x \cdot C^T \cdot M_x \cdot A) \right\} \cdot X \quad (2-14)$$

식(2-14)는 입력 U 와는 무관하게 동작함을 보여주고 있다.

$$- \left[\sum_{j=1}^n \left\{ \hat{M} \Lambda \right\}_{i,j} \left\{ e_j^2 + e_j \dot{e}_j \right\} + \hat{C}_i + \hat{h}_i + \hat{v}_i \right] \text{Sign}(S_i) \quad (3-17)$$

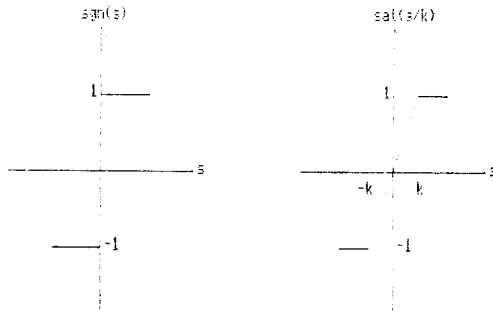
이다. 그러나 실제 n링크 로봇 팔의 제어에 있어서 제어신호는 디지털화하여 사용하므로 연산시간 지연이 있어 진동이 발생한다. 이러한 진동을 경감시키기 위하여 부호함수 대신에 포화함수를 사용하여 입력을 연속화 하면

$$U(t) = -M^* \Lambda \ddot{e}^2 - M^* \Lambda \dot{e} \dot{e} + C^* (\theta, \dot{\theta}) + h^* (\theta, \dot{\theta}) - PS - Q \text{sat}(s/k) \quad (3-18)$$

이며 여기서

$$\text{sat}(s/k) = \begin{cases} s/k & (|s| \leq k) \\ 1 & (s > k), \quad -1 & (s < -k) \end{cases} \quad (3-19)$$

이다. 식(3-18)은 $|s| \leq k$ 이내에서는 $1/k$ 을 이득으로 하는 비례제어이며 $S(t) = 0$ 부근에서 이득이 감소하므로 목표치에 대한 추종오차가 발생한다.



(a) sign function (b) saturation function

Fig.3-1 Switching Function

그림 3.1은 부호함수와 포화함수를 나타낸다. 추종오차를 경감시키기 위하여 학습제어방식을 적용하면 다음과 같다. 前回까지의 시행에 의한 추종오차를 이용한 수정입력을

$$\begin{aligned} \tau_{k+1}(t) &= \tau_k(t) - \left\{ \Lambda \cdot e(t) \cdot (e(t) + \dot{e}(t)) + \dot{e}(t) \right\} \\ &= \tau_k(t) - S_k(t) \end{aligned}$$

라 하고 $\tau_1(t) = 0$, k 는 시행 회수, 1회의 시행시간은 $[0, T]$ 로 한다. 그러므로 입력은

$$U_k(t) = -M^* \Lambda \ddot{e}^2 - M^* \Lambda \dot{e} \dot{e} + C^* (\theta, \dot{\theta}) + h^* (\theta, \dot{\theta}) - PS - Q \text{sat}(s/k) + \tau_k \quad (3-20)$$

이다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

제한한 가변제어 방식을 1 링크로봇 팔에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션한다. 로봇 팔의 변수는 1[m], 1[kg]으로 하고, 목표궤도는 원궤도

$$X(t) = -0.02 - 0.08 \sin(\pi t)$$

$$Y(t) = 0.08 \cos(\pi t) \quad [m] \quad (4-1)$$

로 주었다.

설계값은 同定値를 이용하고 오차는 同定値의 약 10%로 하였다. 스위칭 함수의 매개변수는 $\lambda_1 = 35.0$ 으로하고 포화함수의 폭 k 는 진동을 발생하지 않는 범위에서 $k_1 = 0.15$ 로 한다.

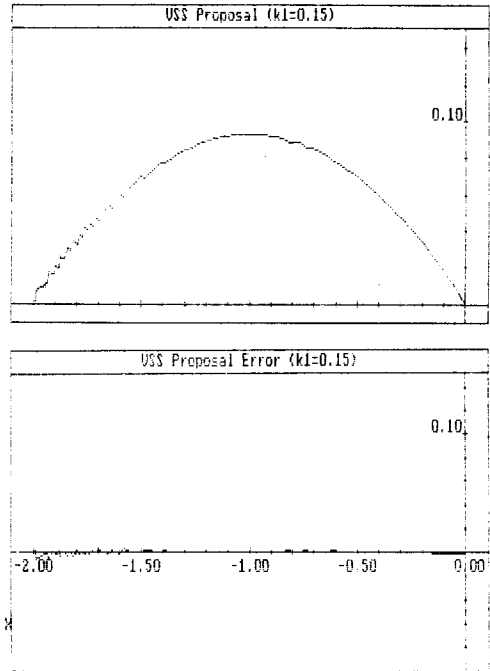


Fig.4-1 The result of $K_1 = 0.15$

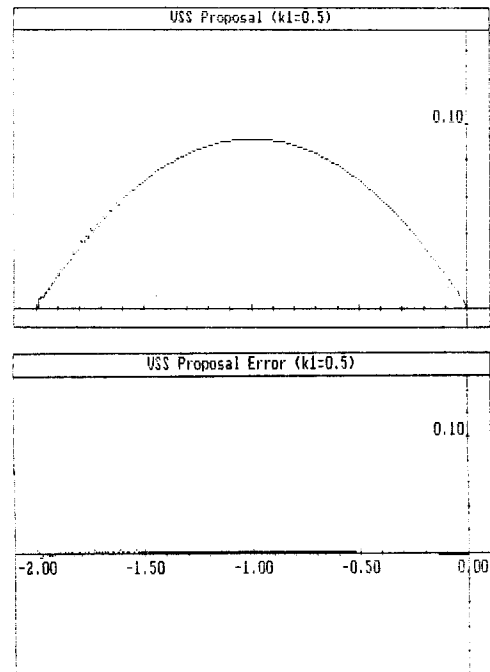


Fig.4-2 The result of $K_1 = 0.5$

3. 로봇 팔의 궤도제어

회전 관절형 로봇 팔의 운동방정식은 일반적으로

$$M(\theta)\ddot{\theta} + c(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) = U \quad (3-1)$$

이며, 여기서 $M(\theta) = M^T(\theta)$ 는 관성행렬, $c(\theta, \dot{\theta})$ 는 원심력·코리올리력 벡터, $h(\theta, \dot{\theta})$ 는 점성 마찰력과 중력을 합친 벡터, $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 는 각각 관절각, 관절각 속도, 관절각 가속도, U 는 입력 벡터이다.¹⁾

또한 다음과 같이 매개변수의 실제값과 同定(설계)값과의 관계를 정의한다.

$$M(\theta) = M^*(\theta) + \Delta M(\theta) \quad (3-2-a)$$

$$c(\theta, \dot{\theta}) = c^*(\theta, \dot{\theta}) + \Delta c(\theta, \dot{\theta}) \quad (3-2-b)$$

$$h(\theta, \dot{\theta}) = h^*(\theta, \dot{\theta}) + \Delta h(\theta, \dot{\theta}) \quad (3-2-c)$$

여기서 M^*, c^*, h^* 는 公稱值 또는 公稱值로 想定한 설계값, $\Delta M, \Delta c, \Delta h$ 는 실제값과 설계값과의 오차로 한다. $\Delta M, \Delta c, \Delta h$ 의 각 요소는 절대 상한값을 아는 것으로 하여 아래와 같이 취한다.

$$|\Delta M_{ij}(\theta)| \leq \hat{M}_{ij}(\theta) \quad (3-3-a)$$

$$|\Delta c_{ij}(\theta, \dot{\theta})| \leq \hat{c}_{ij}(\theta, \dot{\theta}) \quad (3-3-b)$$

$$|\Delta h_i(\theta, \dot{\theta})| \leq \hat{h}_i(\theta, \dot{\theta}) \quad (3-3-c)$$

$M(\theta)$ 의 시간 미분값 $\dot{M}(\theta)$ 의 각 요소의 절대 상한값을

$$|\dot{M}_{ij}(\theta)| \leq \hat{M}_{ij}(\theta) \quad (3-4)$$

로 놓고 주어지는 목표각 가속도 $\ddot{\theta}_d(t)$ 를 有界로 하여 다음과 같이 가정한다.

$$|M(\theta)\ddot{\theta}_d(t)_i| \leq \hat{v}_i(t) \quad (3-5)$$

목표궤도 $\theta_d, \dot{\theta}_d$ 에 대하여 추종오차를 각각

$$e(t) = \theta(t) - \theta_d(t)$$

$$\dot{e}(t) = \dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t) \quad (3-6)$$

로 하며, $\theta, \dot{\theta}$ 는 측정 가능하다.

n링크 로봇 팔의 n입력계에서 가변구조제어방식은 n개의 입력 스쿼칭 평면이 필요하므로 스쿼칭 함수를 아래와 같이 설정한다.

$$S(t) = \Lambda \cdot e(t) \cdot (e(t) + \epsilon) + \dot{e}(t) \quad (3-7)$$

여기서 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$, $\forall \lambda_i > 0$

이다. 로봇 팔과 같은 2차 결합계의 가변구조제어방식은 $\lambda_i > 0$

이라면 $S = 0$ 에서 $\dot{e} = -\Lambda \cdot e + \dot{e}$ 의 점근 안정한 상미분방정식을 얻으므로 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0$ 가 보증된다. 그러므로 상태 $\theta, \dot{\theta}$ 를

$S(t) \rightarrow 0$ 에 수렴시키는 제어입력신호를 구하면 된다.

$S(t)$ 에 관한 Lyapunov함수의 후보로서 다음의 正定函數를 주면

$$V(S) = \frac{1}{2} S^T M(\theta) S \quad (3-8)$$

이며, 그 미분값은

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} S^T \dot{M} S + S^T M \dot{S} \\ &= \frac{1}{2} S^T \dot{M} S + S^T M (\Lambda \dot{e}^2 + \Lambda \dot{e} \epsilon + \dot{e} \dot{\epsilon}) \\ &= \frac{1}{2} S^T \dot{M} S + S^T (M \Lambda \dot{e}^2 + M \Lambda \dot{e} \epsilon + U - C - h - M \ddot{\theta}_d) \end{aligned} \quad (3-9)$$

이다. 여기서 입력 $U(t)$ 를

$$\begin{aligned} U(t) &= -M^*(\theta) \Lambda \dot{e} - M^*(\theta) \Lambda \dot{e} \epsilon + C^*(\theta, \dot{\theta}) + h^*(\theta, \dot{\theta}) \\ &\quad - PS - Q \text{sgn}(S) \end{aligned} \quad (3-10)$$

로 하고

$$P(t) \text{ 는 } \text{diag}[p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)] \quad (3-11-a)$$

$$Q(t) \text{ 는 } \text{diag}[q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)] \quad (3-11-b)$$

라 한다. P, Q 는 V 가 負定函數가 되도록 각 매개변수의 公稱值와 오차의 上界值를 이용하여 결정하는 함수이다.

그러므로 식(3-9)에 식(3-1), (3-10), (3-11)을 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} S^T \dot{M} S + S^T (M \Lambda \dot{e}^2 + M \Lambda \dot{e} \epsilon - C - h - M \ddot{\theta}_d) \\ &\quad + S^T (-M^* \Lambda \dot{e} - M^* \Lambda \dot{e} \epsilon + C^* + h^* - PS - Q \text{sgn}(S)) \\ &= -S^T (P - \frac{M}{2}) S + S^T (-Q \text{sgn}(S) + \Delta M \Lambda \dot{e}^2 + \Delta M \Lambda \dot{e} \epsilon \\ &\quad - \Delta C - \Delta h - M \ddot{\theta}_d) \end{aligned} \quad (3-12)$$

이다. 여기서 먼저 $q_i(t)$ 를

$$q_i(t) = \sum_{j=1}^n \left\{ \hat{M}_{ij} \right\}_{ij} \left\{ \dot{e}_j^2 + \dot{e}_j \epsilon_j \right\} + \hat{c}_i + \hat{h}_i + \hat{v}_i \quad (3-13)$$

로 정하면

$$S^T Q \text{sgn}(S) \geq S^T (\Delta M \Lambda \dot{e}^2 + \Delta M \Lambda \dot{e} \epsilon - \Delta C - \Delta h - M \ddot{\theta}_d) \quad (3-14)$$

이 되어 식(3-12)의 제 2 항은 S 의 半負定函數로 된다. 또한

$$P_i(t) = \sum_{j=1}^n \hat{M}_{ij}/2 + R_i \quad ; R_i = \text{정수} > 0 \quad (3-15)$$

로 정하면

$$P - \frac{M}{2} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$\dot{V} \leq 0 \quad (3-16)$$

가 되어 $S \neq 0$ 에서 $\dot{V} < 0$ 이고 $S = 0$ 에서 $\dot{V} = 0$ 가 되므로 V 는 S 의 負定函數로 된다. 따라서 $S(t) \rightarrow 0$ 가 대역적으로 보증된다.

식(3-10)의 $U(t)$ 를 정리하면

$$\begin{aligned} U_i(t) &= - \sum_{j=1}^n \left\{ M^*(\theta) \Lambda \right\}_{ij} \left\{ \dot{e}_j^2 + \dot{e}_j \epsilon_j \right\} + C^*_{ij}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} \\ &\quad + h^*_{ij}(\theta, \dot{\theta}) - \left[\sum_{j=1}^n \hat{M}_{ij}/2 + R_i \right] S_i \end{aligned}$$

그림 4-1 은 $K_1 = 0.15$ 로 하였을 때의 결과이며, 그림 4-2 는 $K_1 = 0.5$ 로 하였을 때의 결과이다.

그림에서 오차는 매우적어 우수한 제어성능을 얻고 있으며 K 의 값을 작게하면 포함함수의 선형 부분이 고이득이되어 진동이 커짐을 알 수 있다.

추종오차를 더욱 경감시키기 위하여 학습제어 방식을 도입하여 제어 신호 식 (3-20)을 적용하였다. 1회의 시행시간은 2.0 [sec], 제어주기는 2.0[msec]로 하였다.

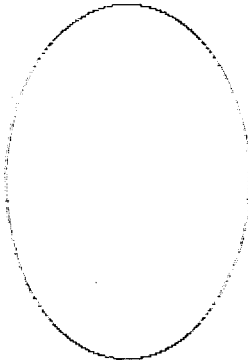
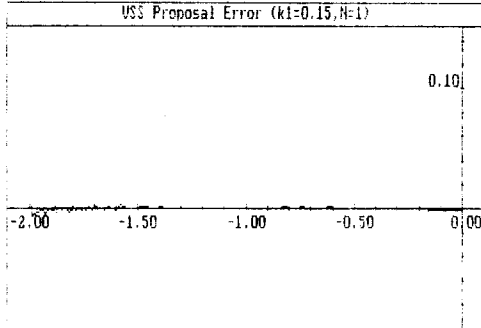


Fig.4-3 Circle Trajectory (N=1)

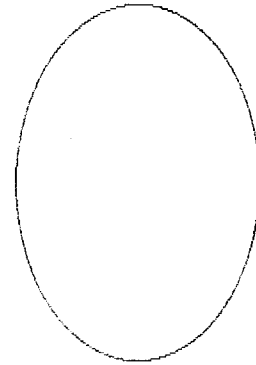
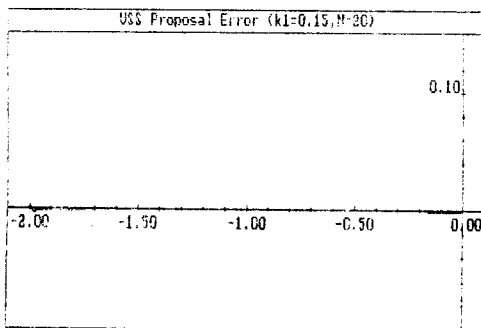


Fig.4-4 Circle Trajectory (N=20)

그림 4-3 은 試行 1회째의 결과이며, 그림 4-4 는 試行 20회째의 결과를 나타낸다. 試行 회수 1회째는 포화함수를 사용한 가변구조 제어방식이고 試行을 반복함으로써 추종오차는 감소하여 시행 20회째는 추종오차가 거의 없게되어 목표궤도에 추종하고 있다.

5. 결론

로보트 팔의 궤도제어를 위한 새로운 가변구조제어 방식을 제안하였다. 제안한 가변구조제어 방식은 포물선 형태의 비선형 스위칭 함수에다 입력 형태를 연속화한 포화함수를 사용하고 이 때 생기는 추종오차를 경감시키기 위하여 학습제어방식을 사용하였다. 시뮬레이션 결과 진동과 추종오차를 줄이고 제어성능이 개선됨을 알았다.

참고문헌

- [1] S.K.Spurgeon and R.J.Pattan, "Robust variable structure control of model reference systems," IEE PROCEEDINGS, Vol. 137, Pt.D, No.6, PP.341-348, November 1990
- [2] GAMAL M.ALY and WAHIED G. ALI, "Digital design of variable structure control systems," INT.J.SYSTEMS SCI., Vol.21, No.8, PP.1709-1720,1990
- [3] KAI S. YEUNG and YON P. CHEN, "A New Controller Design for Manipulators Using the Theory of Variable Structure Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, No.2, PP. 200~206, February 1988
- [4] GIUSEPPE S.BUJA and ALEXANDER SOULIAEV, "A Variable Structure Controller," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.33, No.2, PP.207~209, February 1988

- [5] RUSSEL G.MORGAN and UMIT ÖZGÜNER, "A Decentralized Variable Structure Control Algorithm for Robotic Manipulators," IEEE Journal of ROBOTICS and AUTOMATION, Vol.RA-1, PP.57~65, March 1985
- [6] J.J.E Slotine, "The Robust Control of Robot Manipulators," Int.J.Robotics Research, Vol.4, PP.49~63, 1985
- [7] A.S.I.Zinober and S.A.Billings, "Multivariable Variable Structure Adaptive Model Following Control Systems," IEE PROC. Vol 129, No.1, PP.6~12, January 1982
- [8] 美多勉 大順賀公一, "Robot 제어공학 입문," Corona사, PP.133~141, 1989