

## 특이 섭동 이론에 의한 유연성 관절 매니플레이터의 적응제어

김 응 석 ◦                      양 해 원  
한양대학교 전기공학과

Adaptive Control of Flexible Joint Manipulators  
based on the Singular Perturbation Theory

Eung-Seok Kim ◦                      Hai-Won Yang  
Department of Electrical Engineering  
Han-Yang University

## Abstract

The adaptive control of flexible joint manipulator is the focus of this paper. The full order flexible joint manipulator dynamic system does not allow the determination of a feedback linearization control as for rigid manipulators. This drawback is overcome by a model order reduction based on a singular perturbation strategy. The full order flexible joint manipulator dynamic model is adopted for derivation of the adaptive control law to damp out the elastic oscillations at the joints. It is shown that the joint position error will converge to zero asymptotically and that other signals remain bounded without precise knowledge of parameters of the manipulator and its joint flexibility.

## 1. 서론

최근에 로봇 매니플레이터를 가벼운 재질로 제작하는 것이 기구학적 설계상의 잇점, 가격의 저렴성, 고속도, 높은 에너지효율등의 장점을 살릴 수 있으므로 일반적인 추세라고 할 수 있겠다[6].

그러나 이러한 매니플레이터의 경우, 재질의 경량화로 인하여 더이상 강체모델로 간주할 수 없게 된다. 예를 들어 구동 시스템의 공진이 없는 직접 구동 방식의 매니플레이터 조차도 축이 관절 변위각에 대하여 유연성을 갖는다[6]. 따라서 강체 로봇 매니플레이터에 대한 적응제어 문제는 관절 강성이  $\infty$  라는 가정하에서 로봇 매니플레이터를 모델링하고 이에 대한 제어문제를 몇 가지 이상적인 가정하에서 해결하고자 노력해왔으나, 매니플레이터의 축과 actuator를 연결하는 축이 유연한 경우, 이 가정들 중 일부(각각의 관절에 독립적인 제어 입력이 존재, 시스템이 passivity 성질을 만족, ...)는 성립하지 않게 되며 이로 인해 궤환 선형화를 통한 선형화를 할 수 없게 된다. 따라서 매니플레이터 관절의 유연성을 고려한 제어 방식들이 몇가지 제시되어 왔다[5][6][7][8].

유연성 관절 매니플레이터의 경우에는 관절의 탄성 진동이 관절의 유연성이 클수록 심하게 발생하게 되며, 따라서 시스템의 성능을 저하시킬 뿐 아니라 심한 경우 시스템을 불안정하게 할 수도 있다. 참고문헌[8]에서는 이러한 관절의 탄성 진동을 감쇄시키면서 원하는 적응제어의 목적을 달성하기 위하여 관절의 계동을 보상해 주기 위한 보상기를 도입하고 있다. 이는 탄성 관절의 진동을 감쇄시켜주기 위하여 제시된[4] 특이 섭동 이론에 입각하여 시스템 내의 변수들을 빠른 시간 척도 및 느린 시간 척도로 구분하고, 각각에 대한 제어입력을 구성하는 합성 제어 방식을 도입해서 관절의 계동을 보상해 주는 역할을 하는 보상기를 제어입력토크식에 추가시켜주고 있다.

그러나, 새로 추가된 보상기의 이득값을 적절히 선택하기 위해서는 전동기의 내부 파라미터 및 관절강성에 대한 비교적 정확한 정보가 필요하게 되며 정보가 불충분할 경우, 또는 시스템 내에서 사용되는 다른 이득값들이 바뀌거나, 외부신호 등이 바뀔 경우에는 원하는 제동 효과를 기대하기 어렵다는 단점이 있다.

따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 극복하기 위하여, 참고문헌[7]에서 제시한 유연성 관절 로봇 매니플레이터 모델에 대하여 참고문헌[4],[6] 등에서 도입한 특이섭동 이론에 입각해서 적응제어 문제를 해결하고자 한다. 매니플레이터의 추정 모델을 다소 변경함으로써 참고문헌[8]에서 사용한 보상기 이득값을 사전에 계산하여 고정된 값을 사용하지 않고서, 사전 정보 없이 매시간 추정된 값을 사용함으로써 기존의 강체 로봇 매니플레이터 모델에 대하여 제시된 가정들이 그대로 성립하도록 하므로써 전체 시스템의 안정도 및 궤적 오차의 점근적 수렴성을 보장함과 동시에 관절의 유연성이 클수록 전동기 회전축의 위치와 매니플레이터 관절의 위치 간의 오차의 크기에 따라 원하는 관절 위치와 매니플레이터 관절 위치간의 오차를 감소시키는 역할을 하는 항을 추가시키므로써 궤적오차의 원점으로서의 점근적 수렴속도를 높이고자한다.

본문의 구성은 2 절에서는 다루고자 하는 문제점을 정식화 하고, 3 절에서 문제에 대한 해결 방안을 제시하며, 4 절에서 제시된 해결 방안의 타당성을 수학적인 해석을 통하여 입증하고, 5 절에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제시된 방법 및 기존의 방법과의 비교 검토 결과를 제시한 후에 마지막으로 6 절에서 결론을 내리기로 한다.

## 2. 문제의 정식화

유연성 관절 매니플레이터 시스템은 다음과 같은 미분 방정식으로 표현할 수 있다[7].

$$D(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) = K(N^{-1}q_m - q_1) \quad (2.1)$$

여기서

$$J_m\ddot{q}_m + B_m\dot{q}_m + N^{-1}K(N^{-1}q_m - q_1) = u \quad (2.2)$$

- 1)  $q_1, q_m \in R^n$  은 각각 축과 전동기 회전축의 변위
- 2)  $D(q_1) : R^n \rightarrow R^{n \times n}$  은 모든  $q_1 \in R^n$  에 대해서 symmetric positive definite 인 강체 축의 관성 행렬
- 3)  $C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 : R^n \times R^n \rightarrow R^n$  은 전향력 및 구심력 벡터 ( Coriolis and Centrifugal vector)
- 4)  $G(q_1) : R^n \rightarrow R^n$  은 중력 벡터

- 5)  $N, K \in R^{n \times n}$  은 각각 diagonal positive definite matrix인 gear ratio matrix와 스프링 상수 행렬
- 6)  $J_m \in R^{n \times n}$ 은 전동기의 관성 행렬
- 7)  $B_m \in R^{n \times n}$ 은 전동기 회전축의 점성 마찰 계수 행렬(Viscous friction coefficient matrix)
- 8)  $u \in R^n$ 은 전동기 actuator로부터 발생하는 토크 입력

위의 식(2.1)과 식(2.2)는 관절의 유연성을 고려한 운동 방정식이다. 따라서  $N=I$ 이고  $K=\infty$ 라는 가정하에서 식(2.1), 식(2.2)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$(D + J_m) \ddot{q}_1 + (C + B_m) \dot{q}_1 + G = u \quad (2.3)$$

윗 식은 각 관절의 스프링 상수(또는 관절 강성)  $K=\infty$ 라는 가정하에서 유도된 운동방정식이다. 식(2.3)으로 주어진 강체 로봇 매니플레이터에 대한 가정은 다음과 같다[3].

- A1) 관성 행렬  $D(q_1)$ 는 symmetric positive definite이며  $D(q)$ 와  $D(q)^{-1}$ 는 모두 항상 유계(uniformly bounded)이다.
- A2) 각 관절에 대한 독립적인 입력이 존재한다.
- A3) 축의 질량, 관성 모멘트와 같은 모든 상수 매개변수들은 일반화된 좌표계에 관한 기지의 함수들의 계수들로서 나타내어진다. 즉, 독립적인 매개변수로서 각각의 계수들을 정의하므로써 선형관계로부터 식(2.3)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$(D+J_m)\ddot{q}_1 + (C+B_m)\dot{q}_1 + G = Y(q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1)\theta = u \quad (2.4)$$

여기서  $Y(q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1) \in R^{n \times r}$ 는 기지의 함수들을 요소로 갖는 regressor matrix,  $\theta \in R^r$ 는 매개변수 벡터

- A4)  $C(q_1, \dot{q}_1)$ 을 적절히 선정하므로써  $\hat{D} - 2C$ 가 skew symmetric 성질을 만족하게 된다.

식(2.3)으로 주어진 강체 로봇 매니플레이터에 대한 위의 4가지 가정 중에서 실제 유연성 관절 매니플레이터에 대해서 우선 A2)가 성립하지 않게 된다. 즉, 궤환 선형화 방식에 입각한 비선형 항들의 정확한 소거를 통한 전체페루프 시스템의 선형화를 이룰 수 없게 된다. 그에 따라 선형 매개변수화 방식에 근거를 두고 있는 가정 A3)도 성립되지 않게 되며, passivity 성질 또한 만족되지 못한다. 이러한 이유 등으로 인해서 기존의 강체 로봇 매니플레이터에 대해 제시된 inverse dynamics control(computed torque control)[2] 및 passivity based control[1]등을 적용 할 수 없게되므로, 본 연구에서는 식(2.1), 식(2.2)로 표현된 유연성 관절 매니플레이터에 대하여 위의 4가지 가정이 모두 성립될 수 있도록 하므로써 기존의 강체 로봇 매니플레이터에 대한 적응제어 방식[1][2]을 그대로 적용할 수 있도록 하고자 한다.

### 3. 유연성 관절 매니플레이터에 대한 적응제어

이 절에서는 식(2.1), (2.2)의 유연성 관절 매니플레이터에 대한 적응 제어 시스템의 점근적 안정성을 보장하기 위하여 참고문헌[1]등에서 제시한 passivity based controller를 기본 구조로 하고 참고문헌[4] 등에서 소개된 특이 섭동 이론에 입각한 합성제어에 근거를 두고있는 새로운 제어기의 구조를 소개하기로 한다. 식(2.1), (2.2)를 다시 쓰면,

$$D(q_1) \ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1) \dot{q}_1 + G(q_1) = K(N^{-1}q_m - q_1) \quad (3.1)$$

$$J_m \ddot{q}_m + B_m \dot{q}_m + N^{-1}K(N^{-1}q_m - q_1) = u \quad (3.2)$$

이 되고, 유연성 관절 매니플레이터에 대한 일반적인 가정은 다음과 같다.

- B1) 관절 강성(joint stiffness)은 다른 파라미터들에 비해 상대적으로 크며, 그에 비해 관절 계동비는 상대적으로 작다.
- B2)  $N^{-1}K = O(1/\epsilon^2)$ 을 만족한다.
- B3)  $\epsilon$ 은 섭동상수로서 충분히 작은 값이다.

$K=\infty$ (또는  $\epsilon=0$ )일 경우, 식(3.1)과 (3.2)는 식(2.3)으로 주어진 강체 로봇 매니플레이터로 간주할 수 있다[8]. 식(3.1), (3.2)로 주어진 유연성관절 매니플레이터에 대한 전동기 actuator로부터 나오는 제어 입력 토크 벡터  $u$ 는 다음 식과 같이 passivity based controller를 기본구조로 갖는다.

$$u = N^{-1} \{ (\hat{D} + N J_m N) \dot{q}_r + \hat{C} \dot{q}_r + N B_m N \dot{q}_1 + \hat{G} - \hat{K}_v \dot{e} - K_s e - K_D s \} \quad (3.3a)$$

여기서  $\dot{q}_r = \dot{q}_d + \Lambda q_e$ ,  $q_e = q_1 - q_d$ ,  $s = \dot{q}_1 - \dot{q}_r = \dot{q}_e + \Lambda q_e$ ,  $K_D = K_D^T > 0$ ,  $e = N^{-1}q_m - q_1$ ,  $K_v > 0$ ,  $q_d$ 는 원하는 궤적,  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$

$$K_s = k_g s e^T, \quad k_g > 0 \text{ 상수} \quad (3.3b)$$

적용칙은 다음과 같은 표준형 Gradient Method를 사용하기로 한다.

$$\dot{\theta} = -\Gamma Y(q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1, \dot{q}_r, \ddot{q}_r, \dot{e}) s \quad (3.4)$$

식(3.3a)에서  $\hat{K}_v \dot{e}$ 는 식(3.2)의 계동보상해추므로써 섭동 신호의 점근적 안정도를 보장하고자 도입된 항이며 참고문헌[8]에서는 전동기의 관성, 점성 마찰력, 관절 강성등을 고려해서 사전에 결정을 하여 고정된 값으로 사용하고 있지만, 본 연구에서는 매니플레이터의 추정모델을 재설정해서 적응칙을 이용한 추정치로써 대처하기로 하며,  $K_s e$ 는 출력오차의 점근적 수렴성을 높이기 위해 추가된 항이며, 이에 대하여는 전체 시스템의 안정도를 다루면서 다시 언급하기로 한다.

한편 식(3.3)으로 주어진 제어 입력 토크 벡터는 참고문헌[2][3]등에서 소개된 궤환 선형화 제어에 입각한 inverse dynamics control을 기본구조로 할 수도 있지만 여기서 해결하고자 하는 문제와는 별개이므로 다루지 않기로 한다.

### 4. 안정도 및 수렴성 해석

이제 아래의 정리로부터 유연성 관절 매니플레이터의 섭동모델을 유도하고 그것을 근거로 적응제어를 위한 추정모델을 유도함과 동시에 시스템 내의 신호들의 점근적 수렴성 및 유계성에 대하여 알아 보기로 한다.

정리 : 원하는 궤적벡터  $q_d$ 가 유계이고, 두 번 미분 가능하다면, 식(3.3a), (3.4)를 각각 제어칙과 적용칙으로 사용하는 식(3.1), 식(3.2)로 주어진 유연성 관절 매니플레이터 시스템의 위치오차  $q_e$  및 속도오차  $\dot{q}_e$ 가 점근적으로 0으로 수렴하면서, 시스템내의 다른 모든 신호들은 유계가 되며, 아래의 식(4.1), 식(4.2)가 만족된다.

$$\begin{aligned} & (D + N J_m N) \dot{s} + C_s + K_D s + K_s e \\ & = (D + N J_m N) \dot{q}_r + \hat{C} \dot{q}_r + N B_m N \dot{q}_1 + \hat{G} - K_v \dot{e} + \eta \\ & = Y(q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1, \dot{q}_r, \ddot{q}_r, \dot{e}) \hat{\theta} + \eta \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$J_m N \frac{d^2 \eta}{dt^2} + k_2 \frac{d\eta}{dt} + k_1 \eta = 0 \quad (4.2)$$

여기서  $\hat{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 로서 파라미터 오차 벡터이고,  $N^{-1}K = k_1/\epsilon^2$ 이고,  $B_m N + K_v = k_2/\epsilon$ 을 만족하며,  $k_1, k_2 = O(1)$ 이다.

증명 :

i) 식(4.1), 식(4.2)의 유도 :

먼저 식(3.3a)를 제어 입력 토크 벡터로 사용하는 식(3.1), 식(3.2)로 주어진 유연성 관절 매니플레이터 시스템으로부터 식(4.1), (4.2)를 유도하기로 한다.  
식 (3.2)를 다시 쓰면,

$$J_m N(N^{-1}\dot{q}_m - \dot{q}_1) + B_m N(N^{-1}\dot{q}_m - \dot{q}_1) + N^{-1}K(N^{-1}q_m - q_1) = u - J_m N \dot{q}_1 - B_m N \dot{q}_1 \quad (4.3)$$

$e = N^{-1}q_m - q_1$  로서 정의하고 식(4.3)을  $e$ 에 관해 다시 쓰면,  
 $J_m N \dot{e} + B_m N \dot{e} + N^{-1}K e = u - J_m N \dot{q}_1 - B_m N \dot{q}_1 \quad (4.4)$

과 같이 되며, 뒷 식의 양변에  $K_v \dot{e}$ 를 각각 더해해서 다시 정리하면,

$$J_m N \dot{e} + (B_m N + K_v) \dot{e} + N^{-1}K e = u - J_m N \dot{q}_1 - B_m N \dot{q}_1 + K_v \dot{e} \quad (4.5)$$

이 된다.  $z = N^{-1}K e$  라고 정의하고, 식(4.5) 양변의 좌측에  $N^{-1}K$ 를 곱해서 정리하면,

$$J_m N \dot{z} + (B_m N + K_v) \dot{z} + N^{-1}K z = N^{-1}K(u - J_m N \dot{q}_1 - B_m N \dot{q}_1 + K_v \dot{e}) \quad (4.6)$$

여기서  $N^{-1}K = k_1/\epsilon^2$  이고,  $B_m N + K_v = k_2/\epsilon$  이므로 식(4.6)은,  
 $\epsilon^2 J_m N \dot{z} + \epsilon k_2 \dot{z} + k_1 z = k_1(u - J_m N \dot{q}_1 - B_m N \dot{q}_1 + K_v \dot{e}) \quad (4.7)$

와 같이 쓸 수 있으며,  $\epsilon=0$  이라고 가정하면 식(4.7)은 다음 관계를 만족한다.

$$\bar{z} = \bar{u} - J_m N \dot{\bar{q}}_1 - B_m N \dot{\bar{q}}_1 + K_v \dot{\bar{e}} \quad (4.8)$$

여기서 변수 위에 (-)를 붙인 것은  $\epsilon=0$  에서 정의된 변수인 줄 뜻한다. 식(3.1)과 식(3.2)를 변수  $z$ 에 관해서 다시 쓰면,

$$D \dot{q}_1 + C \dot{q}_1 + G = N N^{-1}K e = N z \quad (4.9)$$

$$\epsilon^2 J_m N \dot{z} + \epsilon k_2 \dot{z} + k_1 z = k_1(u - J_m N \dot{q}_1 - B_m N \dot{q}_1 + K_v \dot{e}) \quad (4.10)$$

가 된다. 따라서 식(4.8)을 식(4.9)에 대입해서 정리하면,

$$(D + N J_m N) \dot{\bar{q}}_1 + (C + N B_m N) \dot{\bar{q}}_1 + G - N K_v \dot{\bar{e}} = N \bar{u} \quad (4.11)$$

이 되며 위의 식(4.11)을 의사 정상상태 시스템(quasi-steady state system)이라 부른다. 식(4.9), (4.10), (4.11)에서  $z(t)$ 와  $q_1(t)$ 는 Tichonov 정리[4]로부터  $t > 0$ 에 대해서 다음 관계를 만족한다.

$$\bar{z}(t) = z(t) + \eta(\tau) + O(\epsilon) \quad (4.12)$$

$$\bar{q}_1(t) = q_1(t) + O(\epsilon) \quad (4.13)$$

여기서  $\tau = t/\epsilon$  로서 빠른 시간 척도(fast time scale)이며,  $\eta(\tau)$ 는 식(4.12), (4.13)을 이용해 식(4.10)을 정리해서 유도된 아래의 boundary layer equation을 만족한다.

$$J_m N \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + k_2 \frac{d\eta}{d\tau} + k_1 \eta = 0 \quad (4.14)$$

따라서 식(4.9)와 식(4.10)은 식(4.11)및 식(4.12)-(4.14)의 관계로 부터

$$(D + N J_m N) \dot{\bar{q}}_1 + (C + N B_m N) \dot{\bar{q}}_1 + G - N K_v \dot{\bar{e}} = N u + \eta \quad (4.15)$$

$$J_m N \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + k_2 \frac{d\eta}{d\tau} + k_1 \eta = 0 \quad (4.16)$$

과 같이 다시 쓸 수 있다. 여기서  $k_2$  는 boundary layer equation 식(4.16)의 점근적 안정도를 보장하면서 관절 제동을 보장해 주므로써 식(4.15), (4.16)으로 주어진 유연성 관절 매니플레이터 시스템의 탄성 관절 진동(elastic joint oscillation)을 줄여주는 역할을 하게된다[8]. 식(4.15)에 식(3.3a)의 제어 입력 토크 벡터  $u$ 를 대입해서 정리하면

$$\begin{aligned} & (D + N J_m N) \dot{s} + C s + K_D s + K_s e \\ & = (D + N J_m N) \dot{q}_r + \dot{C} q_r + N B_m N \dot{q}_1 + \dot{G} - K_v \dot{e} + \eta \\ & = Y(q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_r, \dot{q}_r, \dot{e}) \dot{\theta} + \eta \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$J_m N \frac{d^2 \eta}{d\tau^2} + k_2 \frac{d\eta}{d\tau} + k_1 \eta = 0 \quad (4.18)$$

와 같이 쓸 수 있다. 따라서 식(4.17), (4.18)은 정리에서 언급된 식(4.1), (4.2)와 같음을 알 수 있다. 즉, 식(4.18)로부터 알 수 있듯이  $\eta$  는 점근적으로 원점으로 수렴하게되며, 그에 따라 식(4.17)에 의해서 강체 매니플레이터에 대해서 제시된 적용칙을 그대로 사용할 수 있음을 알 수 있다.

ii) 신호들의 점근적 수렴성 및 유계성 :

이제 Lyapunov 함수를 다음과 같이 선정한다.

$$V = \frac{1}{2} s^T (D + N J_m N) s + \frac{1}{2} \dot{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\theta} \quad (4.19)$$

이 때 식(3.4)의 적용칙을 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\dot{\theta} = -\Gamma Y(q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_r, \dot{q}_r, \dot{e}) s \quad (4.20)$$

이제 위의 Lyapunov 함수  $V$ 의 1 계 도함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{V} = s^T (D + N J_m N) \dot{s} + 1/2 s^T D \dot{s} + \dot{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\theta} \quad (4.21)$$

$$\leq -s^T K_{D1} s - s^T K_{D2} s + \|s\| \|\eta\| - s^T K_s e$$

여기서  $K_{D1}$ ,  $K_{D2}$  는  $K_{D1} + K_{D2} = K_D$  을 만족하면서 각각 symmetric positive definite 이고  $K_s = k_g s e^T$ , 상수  $k_g > 0$  이므로

$$\begin{aligned} & \leq -s^T K_{D1} s - s^T K_{D2} s + \|s\| \|\eta\| - k_g s^T s e^T e \\ & \leq -s^T K_{D1} s - k_g \|s\|^2 \|e\|^2 \\ & \quad - \lambda_{k2} (\|s\| - \|\eta\|/2\lambda_{k2})^2 + \|\eta\|^2/4\lambda_{k2} \end{aligned} \quad (4.22)$$

여기서  $\lambda_{k2} = \lambda_{\min}(K_{D2})$  로서  $K_{D2}$ 의 최소 고유치이다.

식 (4.18)로 부터  $\|\eta\|$ 은 시간이 지남에 따라 점근적으로 0 으로 수렴함을 알 수 있으며, 그에 따라

$$\dot{V} \leq -s^T K_{D1} s - k_g \|s\|^2 \|e\|^2 \quad (4.23)$$

이 성립하므로  $s$ 가 점근적으로 0 이 되며,  $s$ 와  $q_e$ 의 관계로부터  $q_e$  및  $\dot{q}_e$  또한 0 으로 수렴함을 알 수 있다. 이때  $\theta$  는 유계이며, 이에 따라 다른 모든 신호들도 유계가 됨을 알 수 있다. 식(4.23)으로부터 알 수 있듯이  $k_g \|s\|^2 \|e\|^2$  항이 추가 되므로써 전동기 회전축의 위치와 매니플레이터 관절 위치 간의 오차가 클 수록 식(4.23)의 Lyapunov 함수의 1계 도함수는 더욱 음이 됨을 알 수 있다. ▲▲▲

이제까지 특이성동이론에 입각한 유연성 관절 매니플레이터에 대한 적용제어의 모델을 재설정하고, Lyapunov 안정도 해석을 통해 신호들의 수렴성 및 유계성에 대해 수학적인 해석을 통해 알아 보았다.

다음 절에서는 제시된 알고리즘의 타당성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 알아 보기로 한다.

### 5. 시뮬레이션

앞 절에서는 제시된 알고리즘의 타당성을 특이섭동 이론 및 Lyapunov안정도 이론에 입각하여 입증하였다. 따라서 본 절에서는 이를 뒷받침하기 위하여 제시된 알고리즘과 참고문헌[8]에서 제시한 알고리즘과 비교해 보기로 한다.

컴퓨터 시뮬레이션에서 고려된 유연성 관절 매니플레이터 모델은 다음과 같이 참고문헌[8]에서 사용한 단일 축 매니플레이터로 하였다.

$$D \dot{q}_1 + Mgl \sin(q_1) = k(q_m - q_1) \quad (5.1)$$

$$J_m \dot{q}_m + B_m \dot{q}_m + k(q_m - q_1) = u \quad (5.2)$$

윗 식의 매니플레이터의 파라미터는 표1 과 같이 주어진다.

표 1. 매니플레이터 파라미터  
Table 1. Manipulator parameters

D	0.031 Kg-m <sup>2</sup>
Mgl	0.8 N-m
J <sub>m</sub>	0.004 Kg-m <sup>2</sup>
B <sub>m</sub>	0.007 N-m-sec/rad
k	31.0 N-m/rad

위의 식(5.1), (5.2)로 주어진 매니플레이터가 추종해야 할 궤적은 아래의 미분 방정식으로 주어지며, 매니플레이터의 관절이 초기 위치에서 90° 만큼 회전하도록 한다.

$$\ddot{q}_a + \alpha_1 \dot{q}_a + \alpha_2 q_a = 1.57 \alpha_2 \quad (5.3)$$

여기서  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$  이다.

식(5.1), (5.2)는  $k \rightarrow \infty$ 라고 가정하면 다음식과 같이 표현될 수 있다.

$$(D + J_m) \dot{q}_1 + B_m \dot{q}_1 + Mgl \sin(q_1) - k_v(\dot{q}_m - \dot{q}_1) = u \quad (5.4)$$

따라서 식(5.4)를 근거로 하여 제어입력토크 u를 결정하면,

$$u = \hat{\theta}_1 \ddot{q}_r + \hat{\theta}_2 \sin(q_1) + B_m \dot{q}_1 - k_d \dot{s} - \hat{\theta}_3 e - k_s e \quad (5.5)$$

이다. 여기서 실제 파라미터는  $\theta_1 = D + J_m, \theta_2 = Mgl, \theta_3 = k_v$  이다.

위의 식(4.5)에서  $-\hat{\theta}_3 e - k_s e$  가 새롭게 추가된 항으로, 유연성 관절의 제동을 보상해 주므로써 섭동신호의 접근적 안정도 및 관절 위치와 원하는 위치간의 오차의 점근적 수렴성을 높이기위해 사용되는 항이다.

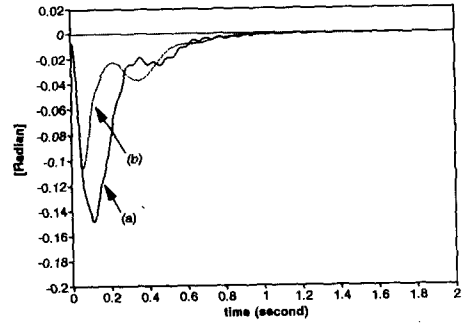
이제 파라미터 적응칙은 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = -g_1 q_r s, \quad \dot{\hat{\theta}}_2 = -g_2 \sin(q_1) s, \quad \dot{\hat{\theta}}_3 = -g_3 e s \quad (5.6)$$

시뮬레이션에서 사용한 적응 이득값들은  $g_1 = 0.001, g_2 = 10, g_3 = 1$  이다. 참고문헌[8]에서 제시한 제어칙을 소개하면 다음과 같다.

$$u = \hat{\theta}_1 \ddot{q}_r + \hat{\theta}_2 \sin(q_1) + B_m \dot{q}_1 - k_d \dot{s} + k_v(\dot{q}_1 - \dot{q}_m) \quad (5.7)$$

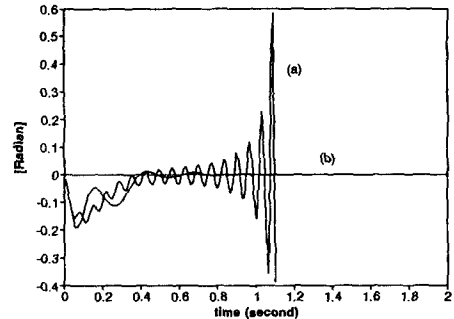
참고문헌[8]에서는 유연성 관절의 제동을 보상해 주기위해 도입된 상수  $k_v$ 를 사전정보를 이용해서 미리 계산하여 고정된 값으로 사용하고 있지만 본 논문에서는 변형된 매니플레이터 추정 모델을 통해 매 시간 추정되어지는 값을 사용하고 있다. 다음의 그림 1은 참고문헌[8]에서 제시된 알고리즘을 사용한 경우(a)와 본 논문에서 제시한 알고리즘을 사용한 경우(b)에 대한 비교 결과이다. 그림에서 알 수 있듯이 참고문헌[8]에서 제시된 보상기 이득상수  $k_v$ 를 사전에 정확한 정보를 갖고서 미리 계산하여 적절하게 설정된 경우 본 논문에서 제시한 알고리즘을 사용한 경우와 비교해 볼때 큰 차이가 없음을 볼 수 있다.



(a) 참고문헌[8]의 알고리즘을 사용한 경우,  $K_v = 0.1$   
(b) 제안한 알고리즘을 사용한 경우  
그림 1. 관절 공간에서의 위치 오차  
 $k_d = 0.6, \lambda = 10, \alpha_1 = 24, \alpha_2 = 100$

(a) The case of the algorithm in [8],  $K_v = 0.1$   
(b) The case of proposed algorithm  
Fig. 1 Position error in the joint space  
 $k_d = 0.6, \lambda = 10, \alpha_1 = 24, \alpha_2 = 100$

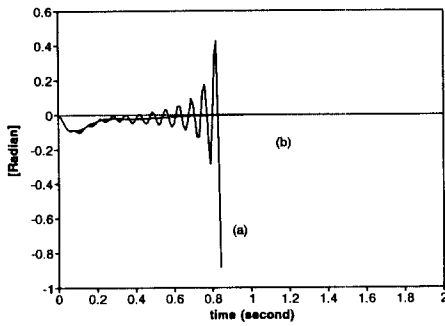
아래 그림 2는 PD전향 보상기의 이득값은 그대로 두고 원하는 궤적을 발생시키는 시스템의 신호특성을 바꾼 경우, 즉 초기 위치에서 90°만큼 회전시키는 것은 그림 1의 경우와 같지만 회전속도를 다소 높여준 경우에 대한 비교결과이다. 그림을 통해 알 수 있듯이  $K_v = 0.1$ 로서 고정시킨 경우에는 위의 그림 1에서 양호한 결과를 얻을 수 있었던 것과 달리 관절의 탄성 진동이 적절하게 보상되고 있지 못함을 알 수 있다.



(a) 참고문헌[8]의 알고리즘을 사용한 경우,  $K_v = 0.1$   
(b) 제안한 알고리즘을 사용한 경우  
그림 2. 관절 공간에서의 위치 오차  
 $k_d = 0.6, \lambda = 10, \alpha_1 = 24, \alpha_2 = 225$

(a) The case of the algorithm in [8],  $K_v = 0.1$   
(b) The case of proposed algorithm  
Fig. 2 Position error in the joint space  
 $k_d = 0.6, \lambda = 10, \alpha_1 = 24, \alpha_2 = 225$

그림 3의 경우는 원하는 궤적 시스템은 그림 1에서와 같지만, PD전향 보상기의 이득값  $k_d = 0.6$ 에서  $k_d = 1$ 로 바꾼 경우이다. 전향 보상기의 사용 목적은 적응 제어시의 문제점으로 지적되고 있는, 지나치게 큰 과도응답을 줄여 주기 위한 것이다. 따라서 그 이득값을 바꾸어 줄 경우 매니플레이터 시스템의 과도 응답이 바뀌게 되고 그에 따라 보상해 주어야 할 유연성 관절의 제동비도 달라지게 된다. 따라서 그림 3의 (a)에서와 같이  $k_v = 0.1$ 로 초기에 설정해 놓은 값을 그대로 사용할 경우 유연성 관절의 탄성 진동에 대한 적절한 보상을 기대할 수 없게 됨을 알 수 있다.



(a) 참고문헌[8]의 알고리즘을 사용한 경우,  $K_v=0.1$   
 (b) 제안한 알고리즘을 사용한 경우  
 그림 3. 관절 공간에서의 위치 오차  
 $k_d=1, \lambda=10, a_1=24, a_2=100$

(a) The case of the algorithm in [8],  $K_v=0.1$   
 (b) The case of proposed algorithm

Fig. 3 Position error in the joint space  
 $k_d=1, \lambda=10, a_1=24, a_2=100$

그런데 이러한 문제점들은 그림 1, 그림 2, 그림 3의 (b) 그림들의 결과로 부터 알 수 있듯이  $k_v$ 를 결정해 주기위한 사전 정보없이 기존의 이상적인 가정하에서 제시된 표준형 적응칙을 그대로 사용해서 그 추정치를 이용함으로써 해결할 수 있다.  $k_v$ 를 고정시킬 경우 시스템 내의 다른 이득값들 및 기준입력등, 신호들의 변화에 대해 보상해 주어야 할 제동이 달라지므로 적응칙을 이용해 매 시간마다 적용시키는 것이 변화하는 상황에 대해 더 능동적임을 알 수 있다.

### 6. 결론

본 연구에서는 연속 시간 계통의 유연성 매니플레이터에 대한 직접 적응제어를 제시하였다. 특히섭동 이론에 입각하여 매니플레이터의 추정모델을 재구성하여 아무런 사전 정보없이 기존의 이상적인 가정하에서 설계된 적응칙을 그대로 사용할 수 있도록 하였으며, 전동기 회전속과 매니플레이터 관절위치간의 오차의 크기에 따라 원하는 관절위치와 매니플레이터 관절위치간의 오차를 줄여줄 수 있도록 하였다. 섭동신호의 점근적 안정도가 보장되면서 위치오차의 빠른 점근적 수렴성 및 계통내의 다른 모든 신호들의 유계성이 만족됨을 Lyapunov 안정도 이론을 통해 입증하였다. 매니플레이터 및 전동기의 내부 파라미터가 사불변이라고 가정하였으나, 실제로는 시간에 따라 변화하므로 이에 대한 문제의 해결이 앞으로의 연구 과제로 남는다.

- [1]. J.J.E. Slotine and Weiping Li, " Composite Adaptive Control of Robot Manipulators ", Automatica, Vol.25, No.4., pp.509-519, 1989
- [2]. M.W.Spong and R.Ortega, "On Adaptive Inverse Dynamics Control of Rigid Robots", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.AC-35, No.1, pp.92-95, Jan. 1990
- [3]. R.Ortega and M.W.Spong, " Adaptive Motion Control of Rigid Robots : a Tutorial", Automatica, Vol.25, No.6, pp.877-888, 1989
- [4]. P.V.Kokotovic, "Applications of Singular Perturbation Techniques to Control Problems", SIAM Review, Vol.26, No.4, pp.501-550, Oct. 1984
- [5]. K.Khorasani, " Nonlinear Feedback Control of Flexible Joint Manipulators : A Single Link Case Study", IEEE Trans., Automat., Contr., Vol.AC-35, No.10, pp.1145-1149, Oct. 1990
- [6]. B. Siciliano and W.Book, " A Singular Perturbation Approach to Control of Lightweight Flexible Manipulators", Int., J., Robotics Res., Vol.7, No.4, pp.79-90, Aug. 1988
- [7]. K.P.Chen and L.C.Fu, " Nonlinear Adaptive Control for a Manipulator with Flexible Joints", Proc. 1989 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation Vol.2, pp.1201-1206, 1989
- [8]. F.Ghorbel, J.Y.Hung and M.W.Spong, " Adaptive Control of Flexible Joint Manipulators", Proc. IEEE Int. Conf.on Robotics and Automation Vol.2, pp.1188-1193, 1989