

## 직접 적응 극배치 제어기의 강인성에 관한 연구

• 김 영진 김 응석 양 해원  
한양대학교 전기공학과

### A study on the Robustness of a Direct Adaptive Pole-placement Controller

• Young-Jin Kim, Eung-Seok Kim, Hai-Won Yang  
Dept. of Electrical Eng. Han-Yang Univ.

#### Abstract

This paper deals with the robustness of a direct adaptive pole-placement control algorithm for continuous time plants with unmodeled dynamics. In this paper, least squares method is used for controller parameter adaptation and covariance matrix update equation is modified by normalizing signal to guarantee the boundedness of all signals in the closed loop system. In the proposed algorithm, no a priori knowledge is required and it is shown that persistence of excitation condition is required to ensure the stability of the closed loop system.

#### I. 서론

모든 제어 시스템은 플랜트를 모델링한 것에 근거를 두고 설계되어진다. 그러나 대부분의 제어 대상들은 정확한 수학적인 모델링이 어려울 만큼 그 동특성이 복잡하고, 비록 플랜트를 충분히 고차로 모델링하였다 하더라도 제어 시스템은 가능한 저차로 설계하는 것이 바람직하기 때문에 플랜트 동특성의 일부는 무시되어져 제어 시스템을 설계하게 된다. 이러한 모델링 오차는 비록 그 크기가 작더라도 적응 시스템의 불안정성을 야기시킬 수 있으므로 이런 비모형화 특성이 존재하는 경우에도 안정도가 보장될 수 있게끔 하는 강인한 제어 알고리즘이 요구되었고, 최근 이에 대한 연구가 활발히 진행 중이다.

본 논문은 이러한 비모형화 특성이 플랜트의 모델링한 부분에 대해서 각각 곱해지는 형태로 존재하는 플랜트에 대해 페루프 시스템의 특성다항식의 근들이 원하는 곳에 위치하게 하는 극배치 제어 알고리즘을 제시한다.

극배치 제어 알고리즘은 추정하는 파라미터에 의해 간접법(indirect method)과 직접법(direct method) 두가지로 나뉘는데, 간접법에서는 플랜트의 파라미터들을 추정 한 뒤 추정된 플랜트의 파라미터로부터 제어기 파라미터를 계산해낸다. 이러한 간접법에서는 적응칙과 제어칙의 선택에 대한 융통성이 있으나 제어기 파라미터의 계산과정이 추가되고 유계인 제어기 파라미터를 얻기 위해 추정된 플랜트 파라미터들로 구성된 플랜트의 분모와 분자 다항식이 서로 소이어야 한다는 제약이 따르게 되나, 직접법에서는 제어기 파라미터의 계산 과정이 필요없이 유계인 제어기 파라미터를 직접 추정할 수 있으며 간접법에 비해 안정도 해석이 수월하다는 잇점이 있다. 따라서 본 논문은

직접법에 근거를 둔 적응 극배치 제어기 설계문제를 다루게 되는데, II절에서 제어대상인 플랜트에 대한 모델링과 가정등이 주어지고, III절에서는 제안된 직접 적응 극배치 제어 알고리즘이, IV절에서는 수학적인 안정도 해석이 제시되고, V절에서는 수학적 해석의 타당성을 보이기 위해 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 제시했으며, 마지막 VI절에서 결론을 맺는다.

#### II. 플랜트의 모델링

본 논문에서는 다음과 같이 선형 시불변이며 모델링한 부분에 대해 곱해지는 형태와 더해지는 형태의 비모형화특성을 포함하고 있는 연속시간 플랜트를 다룬다.

$$y(t) = \frac{B(D)B_u(D)}{A(D)A_u(D)} u(t) + \frac{B_a(D)}{A_a(D)} u(t) \quad (1)$$

여기서 D는 미분 연산자이고,  $\frac{B_u(D)}{A_u(D)}$ 와  $\frac{B_a(D)}{A_a(D)}$ 는 각각 곱해지는 형태와 더해지는 형태로 존재하는 비모형화특성으로, 위의 플랜트에 대해 다음과 같은 가정을 한다.

- 가정: a) A(D)와 B(D)는 서로 소이며, A(D)는 monic다항식이고 차수는 n이며 B(D)는  $m \leq n$ 차 다항식이다.
- b)  $A_u(D)$ 는 Hurwitz다항식이고,  $\frac{B(D)B_u(D)}{A(D)A_u(D)}$ 는 strictly proper한 전달함수이다.
- c)  $\frac{B_a(D)}{A_a(D)}$ 는 strictly proper하며 안정한 전달함수이다.
- d) 전달함수  $\frac{B_u(D)}{A_u(D)}$ 와  $\frac{B_a(D)}{A_a(D)}$ 의 극점의 실수부 최소값인  $p_0 = \min |\operatorname{Re}(p_j)|$ 를 알고 있다. 여기서  $p_j$ 는 j번째 극점을 나타낸다.

제어기 파라미터를 추정하기 위하여 플랜트는 부분상태(partial state)를 이용해 표현하게 되는데 식 (1)로부터

$$\eta_1 = \frac{[B_u(D) - A_u(D)]}{A_u(D)} u(t) \quad (2a)$$

$$\eta_2 = \frac{B_a(D)}{A_a(D)} u(t) \quad (2b)$$

라 하면 플랜트는 다음과 같이

$$A(D)\xi(t) = u(t) + \eta_1(t) \quad (3a)$$

$$y(t) = B(D)\xi(t) + \eta_2(t) \quad (3b)$$

로 표현할 수 있다.

결국 위의 식 (3a), (3b)와 같이 표현된 플랜트에 대해서 페루프 시스템의 특성다항식이 안정하면서 그 근들이 원하는 위치에 놓이도록 하는 것이 제어 목적이다.

Ⅱ. 직접 적용 극배치 제어 시스템

이 절에서는 페루프 시스템의 특성다항식이 원하는 다항식으로 되게끔 하는 제어기의 구조와 그 제어기 파라미터의 추정 문제를 다룬다.

1. 직접 적용 극배치 제어

원하는 페루프 시스템의 특성다항식을  $P^*(D)$ 라고 할때 가정 a)를 만족하게 되면

$$R^*(D)A(D) + S^*(D)B(D) = P^*(D) \quad (4a)$$

$$C^*(D)A(D) + D^*(D)B(D) = 1 \quad (4b)$$

를 만족하는 다항식  $R^*(D)$ ,  $S^*(D)$ ,  $C^*(D)$ ,  $D^*(D)$  가 존재한다. 여기서 다항식들은 다음과 같이 주어진다.

$$P^*(D) = D^{2n} + \sum_{i=0}^{i=2n-1} p_i^* D^i$$

$$R^*(D) = D^n + \sum_{i=0}^{i=n-1} r_i^* D^i, \quad S^*(D) = \sum_{i=0}^{i=n-1} s_i^* D^i$$

$$C^*(D) = \sum_{i=0}^{i=n-1} c_i^* D^i, \quad D^*(D) = \sum_{i=0}^{i=n-1} d_i^* D^i$$

식 (3a), (3b)와 식 (4a), (4b)로부터

$$R^*(u+\eta_1) + S^*(y-\eta_2) = P^*C^*(u+\eta_1) + P^*D^*(y-\eta_2) \text{ 가 되며,}$$

$P^*(D)$ 와 임의의  $n$ 차인 Hurwitz 다항식  $F(D)$ 를 이용해 첫 식은

$$\frac{R^*}{P^*F}(u+\eta_1) + \frac{S^*}{P^*F}(y-\eta_2) = \frac{C^*}{F}(u+\eta_1) + \frac{D^*}{F}(y-\eta_2) \quad (5)$$

가 된다. 여기서

$$R^*(D) = D^n + \sum_{i=0}^{i=n-1} r_i^* D^i = D^n + \bar{R}^*(D) \quad (6a)$$

$$\Delta(t) = \frac{D^n}{P^*F} u(t) \quad (6b)$$

$$\eta(t) = -\frac{R^*}{P^*F}\eta_1 + \frac{S^*}{P^*F}\eta_2 + \frac{C^*}{F}\eta_1 - \frac{D^*}{F}\eta_2 \quad (6c)$$

$$\phi^T(t) = \left[ -\frac{D^{n-1}}{P^*F}u, \dots, -\frac{1}{P^*F}u, \dots, -\frac{D^{n-1}}{P^*F}y, \dots, -\frac{1}{P^*F}y, \right. \\ \left. \frac{D^{n-1}}{F}u, \dots, \frac{1}{F}u, \dots, \frac{D^{n-1}}{F}y, \dots, \frac{1}{F}y \right] \quad (6d)$$

$$\theta^{*T} = [r_{n-1}, \dots, r_0, s_{n-1}, \dots, s_0, \\ c_{n-1}, \dots, c_0, d_{n-1}, \dots, d_0] \quad (6e)$$

라고 정의하면 식 (5)는 다음과 같이

$$\Delta(t) - \phi^T(t)\theta^* - \eta(t) = 0 \quad (7)$$

로 표현할 수 있다.

2. 파라미터 적응칙

제어기 파라미터 벡터  $\theta^*$ 는 다음과 같이 분산행렬 전개식 (Covariance matrix update equation)을 수정한 최소자승법 (Least squares method)을 이용해 추정한다.

$$\dot{\theta}(t) = -P(t)\phi(t)e(t) \quad (8)$$

$$\dot{P}(t) = -P(t)\phi(t)\phi^T(t)P(t) + K^*(t)K^{-1}[K-P(t)]P(t) \quad (9)$$

식 (9)에서의 정규화신호  $m(t)$ 는 다음과 같이

$$m(t) = -\delta_0 m(t) + \delta_1 (|u(t)| + |y(t)| + 1), \quad m(0) \geq \delta_1 / \delta_0 \quad (10)$$

로 주어지고,  $K = k_0 I > 0$ 으로 분산행렬의 상한값으로 선택하여 분산행렬의 유계성을 보장해주게 되며[4], 정규화신호를 이용하여 분산행렬 전개식을 수정하였는데, 이는 어떠한 사전정보나 적응칙의 수정이 없이도 정규화신호가 갖는 성질에 의해서

페루프 시스템내의 신호들의 유계성을 보장하기 위함이다.

추정오차  $e(t)$ 는 식 (8)에 의해 추정된 파라미터  $\hat{\theta}$ 에 의해

$$e(t) = \phi^T(t)\hat{\theta}(t) - \Delta(t) \text{로 정의하며 파라미터 오차를}$$

$$\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta^* \text{라고 정의하면}$$

$$e(t) = \phi^T(t)\tilde{\theta}(t) - \eta(t) \quad (11)$$

이 된다. 여기서 측정가능한 신호들로 구성된 벡터  $\phi(t)$ 는 P.E. ( persistence of excitation ) 조건을 만족한다고 가정한다. 즉, 다음을 만족하는 양의 상수  $a_1$ ,  $a_2$  및  $\delta$ 가 존재한다.

$$a_1 I \leq \int_t^{t+\delta} \phi(\tau)\phi^T(\tau) d\tau \leq a_2 I, \quad \forall t \geq 0 \quad (12)$$

3. 제어칙

제어기는 앞에서 구한  $R^*(D)$ ,  $S^*(D)$ ,  $C^*(D)$ ,  $D^*(D)$  다항식의 추정치를 이용하여

$$\hat{R}(D)u(t) = \hat{S}(D)[r(t) - y(t)] \quad (13)$$

로 구성하고 이는 다시 Hurwitz 다항식  $F(D)$ 를 이용해 다음과 같이

$$u(t) = \frac{F(D)-\hat{R}(D)}{F(D)}u(t) + \frac{\hat{S}(D)}{F(D)}[r(t)-y(t)] \quad (14)$$

로 구현하여 플랜트에 가해지게 된다[6].

Ⅳ. 안정도 해석

이 절에서는 제안된 알고리즘에 의한 페루프 시스템의 안정도에 대해 다루게 되는데 우선 안정도 해석을 하는데 있어서 사용되는 정규화신호,  $m(t)$ 의 성질을 다음 Lemma에서 제시한다.

Lemma 4.1  $z = W(s)U$  인 시스템에서, 만약  $W(s)$ 가 strictly proper 하고 안정한 전달함수이며 다음 조건,

$$\delta_0 + \delta_2 \leq m_j n |Re(p_j)|, \quad U \leq |u(t)| + |y(t)| + m(t), \quad \forall t \geq 0$$

을 만족하면 다음과 같은 상수  $c_1 > 0$  이 존재한다.

$$\frac{|z(t)|}{m(t)} \leq c_1 + \epsilon_t$$

여기서  $\epsilon_t$ 는 초기조건에 의한 항이며 시간이 지남에 따라 지수함수적으로 감소하게 되는 항이다.

증명: 참고문헌[5] 참조

다음 정리에서는 파라미터 오차  $\tilde{\theta}$  및 페루프 시스템내의 모든 신호들의 유계성과 분산행렬이 유계가 됨을 보인다.

정리 4.2 만일 파라미터 오차  $\tilde{\theta}$ 가 유계라고 한다면, 식 (1)과 같이 비모형화특성이 존재하고 가정 a) - d)를 만족하는 플랜트에 대해 식 (14)의 제어칙을 적용하게 되면 페루프 시스템내의 모든 신호들은 유계가 된다. 또한 P.E.조건이 만족되면 식 (9)에 의한 분산행렬은 다음과 같이 유계가 된다.

$$P(t) < K$$

증명: 정리 4.2에 대한 증명은 다음과 같이 세 부분으로 나누어 우선 파라미터 오차  $\tilde{\theta}$ 가 유계가 됨을 보이고 다음으로 시스템내의 모든 신호들이 정규화신호에 의해 상대적으로 유계가 되고 정규화신호 역시 유계가 되어 페루프 시스템내의 모든 신호들이 유계가 됨을 보이고 마지막으로 분산행렬이 유계가 됨을 보인다.

1)  $\tilde{\theta}$ 의 유계성

positive definite 함수를

$$V(t) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(t) P^{-1}(t) \tilde{\theta}(t) \quad (15)$$

라 하면  $V(t)$ 의 도함수는 식 (8), (9), (10)으로부터

$$\dot{V}(t) = -\frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \phi \phi^T \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \phi \eta - \frac{1}{2} m^4 \tilde{\theta}^T [P^{-1} - K^{-1}] \tilde{\theta}$$

$$\leq -\frac{1}{2} (\tilde{\theta}^T \phi)^2 + \|\tilde{\theta}\| \|\phi\| |\eta| - \frac{1}{2} m^4 \lambda_{\max}[P^{-1} - K^{-1}] \|\tilde{\theta}\|^2$$

가 된다. 여기서  $\lambda_{\max}[\cdot]$ 는  $[\cdot]$ 의 최대 고유치를 나타내며  $P^{-1}(t) > K^{-1}$  이므로  $\lambda_{\max}[P^{-1} - K^{-1}] > 0$  이 된다. (증명: 부록 B. 참조) 첫 식은

$$= -\frac{1}{2} (\tilde{\theta}^T \phi)^2 - \frac{1}{2} m^4 \lambda_{\max}[P^{-1} - K^{-1}] \|\tilde{\theta}\|^2 - \frac{\|\phi\| |\eta|}{m^4 \lambda_{\max}[P^{-1} - K^{-1}]} \|\tilde{\theta}\| + \frac{\|\phi\|^2 |\eta|^2}{2 m^4 \lambda_{\max}[P^{-1} - K^{-1}]}$$

가 되고, 앞에서 제시한 Lemma 4.1로부터, 다음

$$\frac{|\eta(t)|}{m(t)} \leq k_1 + \epsilon_1, \quad \frac{\|\phi(t)\|}{m(t)} \leq k_2 + \epsilon_2$$

을 만족하는 상수  $k_1, k_2 > 0$  가 존재하므로 (증명: 부록 A. 참조)

$$\frac{\|\phi\|^2 |\eta|^2}{2 m^4 \lambda_{\max}[P^{-1} - K^{-1}]} \leq K_m \leq \infty$$

와 같이 되는 상수  $K_m > 0$  이 존재한다.

$$\therefore \dot{V} \leq -\frac{1}{2} (\tilde{\theta}^T \phi)^2 - \frac{1}{2} m^4 \lambda_{\max}[P^{-1} - K^{-1}] \|\tilde{\theta}\|^2 - \frac{\|\phi\| |\eta|}{m^4 \lambda_{\max}[P^{-1} - K^{-1}]} \|\tilde{\theta}\| + K_m \quad (16)$$

이로부터  $\tilde{\theta}$ 가 유계가 됨을 알 수 있고,  $\hat{\theta} = \theta^* + \tilde{\theta}$  이므로  $\hat{\theta}$  역시 유계가 됨을 알 수 있다.

### 2) 페루프 시스템내의 신호들의 유계성

식 (1)의 플랜트에 대해 식 (14)의 제어칙을 적용하게 되면 다음을 만족하는 상수들  $k_1, k_2, k_u, k_y > 0$  가 존재한다.

$$i) \frac{|\eta(t)|}{m(t)} \leq k_1 + \epsilon_1 \quad (17a)$$

$$ii) \frac{\|\phi(t)\|}{m(t)} \leq k_2 + \epsilon_2 \quad (17b)$$

$$iii) \frac{|u(t)|}{m(t)} \leq k_u + \epsilon_u \quad (17c)$$

$$iv) \frac{|y(t)|}{m(t)} \leq k_y + \epsilon_y \quad (17d)$$

증명: 부록 A. 참조

위에서는 시스템내의 신호들이 정규화신호에 의해 상대적으로 유계가 됨을 보였다. 다음은 정규화신호가 유계가 된다는 것을 보인다. 다음의 positive definite 함수

$$W(t) = \frac{1}{2} m^2(t) \text{로부터}$$

$$\dot{W}(t) = m(t) [ -\delta_0 m(t) + \delta_1 (|u(t)| + |y(t)| + 1) ]$$

가 되고 이는 식 (18c)와 (18d)를 이용해 다음과 같이

$$\dot{W}(t) \leq m(t) [ -\delta_0 m(t) + \delta_1 (k_u m(t) + k_y m(t) + 1) ]$$

로 표현된다. 여기서  $k_u + k_y = k_m$  이라고 하면 첫 식은

$$= -\delta_0 m^2(t) + \delta_1 k_m m^2(t) + \delta_1 m(t) \\ = -(\delta_0 - \delta_1 k_m) \left[ m(t) - \frac{\delta_1}{2(\delta_0 - \delta_1 k_m)} \right]^2 + \frac{\delta_1^2}{4(\delta_0 - \delta_1 k_m)}$$

가 되므로  $\delta_0$ 를 큰 값으로 선택하고  $\delta_1$ 을 상대적으로 작게 선택하게 되면  $m(t)$  역시 유계가 됨을 알 수가 있다. 따라서 식 (17a) - (17d)와 정규화신호가 유계라는 점으로부터 페루프 시스템내의 모든 신호들이 유계가 됨을 알 수 있다. 다음은 적응칙에서 이득으로 사용되는 분산행렬의 유계성을 다룬다.

### 3) 분산행렬의 유계성

증명: 부록 B. 참조

### V. 컴퓨터 모의 실험

이 절에서는 본 논문에서 제안한 알고리즘의 타당성을보이기 위해 컴퓨터 모의실험 결과를 제시한다.

플랜트는 다음과 같이

$$y(t) = \frac{s+2}{s(s-1)} \frac{229}{s^2 + s + 229} u(t) + \frac{3}{s+100} u(t)$$

곱해지고 더해지는 형태의 비모형화특성이 존재하며 플랜트의 모델링된 부분의 극이 0 과 1 에 존재하는 불안정한 2차 플랜트를 대상으로 한다. 기준신호  $r(t)$ 는 크기가 10 이고 주기가 20초인 구형파를 가하고,  $F(D)$ 는 -2 와 -1 에 근을 갖는 안정한 다항식으로 선택하였으며 원하는 페루프 시스템의 특성다항식  $P^*(D)$ 는  $(s+2)(s+3)(s+4)(s+5)$ 로 선택 하였다. 그리고  $\delta_0$ 와  $\delta_1$ 은 각각 0.9와  $10^{-8}$ 으로 선택하였으며  $P(0)$ 과  $K$ 는 1000으로 하였다.

그림 1은 기준신호와 플랜트의 출력율, 그림 2와 그림 3에서는 각각 제어입력과 정규화신호를 그림 4에서는 제어기 파라미터의 추정치들, 그림 5에서는 분산행렬의 Trace를 보인다. 컴퓨터 모의실험 결과 정규화신호를 비롯한 시스템내의 모든 신호가 항상 유계가 될 뿐 아니라 분산행렬 역시 정리 4.2에서와 같이 유계임을 알 수 있다.

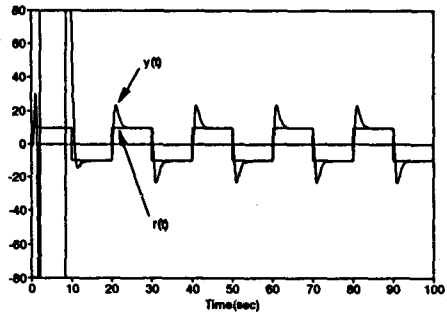


그림 1. 기준신호와 플랜트 출력

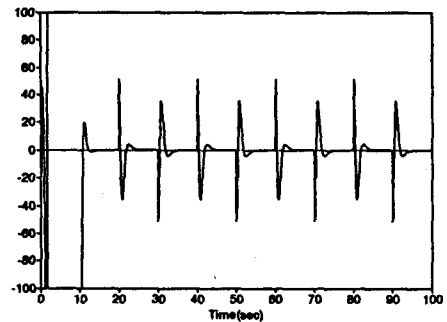


그림 2. 제어입력

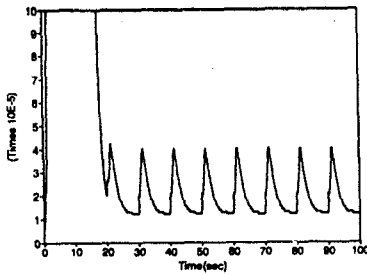


그림 3. 정규화 신호

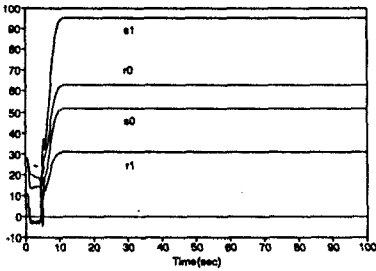


그림 4. 제어기 파라미터들의 추정치

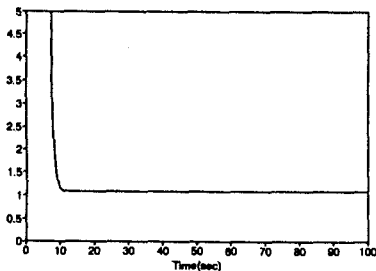


그림 5. 분산행렬의 Trace

VI. 결론

본 논문에서는 폴-placement의 모델링한 부분에 대해서 곱해지고 더해지는 형태로 존재하는 비모형화특성을 갖는 연속시간 폴-placement에 대해 강인한 적응 극배치 제어 알고리즘을 제시하였다. 제시된 알고리즘에서는 비모형화특성에 의한 응답 크기의 상한값, 또는 원하는 제어기 파라미터 norm의 상한값등과 같은 사전정보가 필요없게 되며 수학적 해석을 통해 정규화신호를 이용하여 분산행렬 전개식을 수정한 제 기준의 적응칙과 제어칙을 그대로 사용하여도 P.E.조건을 만족하게 되면 전체 폐루프 시스템의 안정도를 보장받게 된다는 것을 입증할 수 있었다.

부록

A. 정리 4.2의 폐루프 시스템내의 신호들의 유계성

i) 식 (2a), (2b)와 (6c)로부터

$$\eta(t) = \left[ \begin{array}{c} -\frac{R^*}{P^* F} \frac{[B_u - A_u]}{A_u} + \frac{S^*}{P^* F} \frac{B_a}{A_a} \\ + \frac{C^*}{F} \frac{[B_u - A_u]}{A_u} - \frac{D^*}{F} \frac{B_a}{A_a} \end{array} \right] u(t)$$

=  $W_u u(t)$ 라고 할때  $W_u$ 는 strictly proper하고 안정한 전달함수이므로 Lemma 4.1로부터 i)을 만족하게 되는  $k_1 > 0$  가 존재한다.

ii) 식 (6d)에서 정의된  $\phi(t)$ 로부터  $\phi(t)$  역시 Lemma 4.1로부터  $k_2 > 0$ 가 존재한다.

iii) 제어입력은 다음과 같이

$$u(t) = \frac{F(D) - \hat{R}(D)}{F(D)} u(t) + \frac{\hat{S}(D)}{F(D)} [r(t) - y(t)]$$

로 구성되어 지는데  $u(t)$  역시 Lemma 4.1의 조건들, 즉 입력에 대한 조건과 strictly proper하고 안정한 전달함수에 의한 신호이므로  $k_u > 0$  가 존재한다.

iv) 식 (1), (2a), (2b)와 (13)으로부터

$$A(D)y(t) = B(D) \left[ \frac{\hat{S}(D)}{\hat{R}(D)} [r(t) - y(t)] \right] + B(D)\eta_1(t) + A(D)\eta_2(t) \text{ 가 되며, } \hat{\theta}(t) = \theta^* + \hat{\theta}(t)$$

이므로 첫 식은 다음과 같이 표현되어 진다.

$$A(D)[\hat{R}(D) + R^*(D)]y(t) = B(D)[\hat{S}(D) + S^*(D)] [r(t) - y(t)] + B(D)[\hat{R}(D) + R^*(D)] \eta_1(t) + A(D)[\hat{R}(D) + R^*(D)] \eta_2(t)$$

위로부터

$$y(t) = \frac{B(D)\hat{S}(D)}{P^*(D)} r(t) + \frac{B(D)\hat{R}(D)[B_u(D) - A_u(D)]}{P^*(D)A_u(D)} u(t) + \frac{A(D)\hat{R}(D)B_a(D)}{P^*(D)A_a(D)} u(t) - \frac{[A(D)\hat{R}(D) + B(D)\hat{S}(D)]}{P^*(D)} y(t)$$

가 되고 Lemma 4.1로부터  $k_y > 0$  가 존재하게 된다.

B. 분산행렬의 유계성

$P(t)P^{-1}(t) = I$  에서  $\dot{P}^{-1}(t) = -P^{-1}(t)\dot{P}(t)P^{-1}(t)$  이므로  $P^{-1}(t) = -m^d(t)[P^{-1}(t) - K^{-1}] + \phi(t)\phi^T(t)$ 가 된다. 그리고  $X(t) = P^{-1}(t) - K^{-1}$  이라고 하면 첫 식은

$$\dot{X}(t) = -m^d(t)X(t) + \phi(t)\phi^T(t) \tag{18}$$

가 되고 식 (18)의 해로부터  $X(t) \geq 0$  즉,  $P(t) \leq K$ 가 만족되며  $\phi(t)$ 가 P.E.조건 즉, 식 (12)를 만족하면  $P^{-1}(t) \geq K^{-1} + \alpha_1 \exp(-\delta_1/\delta_0)\delta)I, \forall t \geq \delta$  가 되므로  $\forall t \geq \delta$ 에 대해  $P(t) < K$ 가 만족되고,  $\lambda_{max}[P^{-1} - K^{-1}] > 0$  또한 만족하게 된다.

참고 문헌

- [1] C. E. Rhors, L. Valavani, M. Athans and G. Stein, "Robustness of Continuous - Time Adaptive Control Algorithm in the Presence of Unmodeled Dynamics", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-30, no.9, pp.881-889, 1985
- [2] H. Elliott, R. Cristi and M. Das, "Global Stability of Adaptive Pole Placement Algorithms", IEEE Trans. Automat. Contr., vol.AC-30, no.4, pp.348-356, 1985
- [3] G. Kreisselmeier and G. Rietze-Augst, "Richness and Excitation on an Interval - With Application to Continuous Time Adaptive Control", IEEE Trans. Automat. Contr., vol.AC-35, no.2, pp.165-171, 1990
- [4] Jean - Jacques E. Slotine and W. Li, "Composite Adaptive Control of Robot Manipulators", Automatica, vol.1, pp.704-709, 1988
- [5] P. A. Ioannou and K. S. Tsakalis, "A Robust Direct Adaptive Controller", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-31, no.11, pp.1033-1043, 1986
- [6] R. H. Middleton, G. C. Goodwin and Y. Wang, "On the Robustness of Adaptive Controllers Using Relative Deadzones", Automatica, vol.25, no.6, pp.889-896, 1989