

## 부하토크 관측기를 이용한 영구자석 동기전동기의 강인성 속도 제어

윤 병도, 김 윤호, 김 원오, 윤 명균  
 중앙대학교 전기공학과

### Robust Speed Control of Vector Controlled PMSM with Load Torque Observer

Byung-Do Yoon, Yoon-Ho Kim, Wonoh Kim\*, Myung-Kyun Yoon  
 Department of Electrical Engineering, Chung-Ang University.

#### Abstract

Permanent magnet synchronous motor (PMSM) is receiving increased attention for servo drive applications in recent years because of its high torque to inertia ratio, superior power density and high efficiency. Vector-controlled PMSM has the same operating characteristics as separately excited dc motor.

The drive system of servo motor is requested to have an accurate response for the speed reference and a quick recovery for the disturbance such as load torque. However the dynamics of PMSM drive change greatly by parameter variations. Moreover, when the unknown and inaccessible disturbances are imposed on PMSM, the drive system is given a significant effect by them. As a result, the drive system with both a fast drive performance and a reduced sensitivity to parameter variations is requested.

In this paper, the robust control system of PMSM with torque feedforward using load torque observer is presented. In the proposed system, load torque is estimated by the reduced order observer, and the robust control system against load torque variation is realized using the torque feedforward. Moreover, the design of speed controller with the torque observer is discussed. Simulation results show that the proposed method is effective for suppression of parameter variations and load disturbance.

#### 1. 서론

오늘날 각종 산업분야의 자동화 및 제어기기의 분야에 있어서 동류성이 우수한 서보전동기가 요구되고 있으며, 기계적 정류장치에서 파생하는 직류전동기의 문제점으로 인하여 교류서보 시스템의 필요성이 증대되고 있다. 영구자석 동기전동기(Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM)는 회전자가 영구자석으로 구성되어 있으며 인버터에 의한 전기적 정류회로로 구성되어 있어 기계적 정류모인한 단점이 없다. 그리고 유도전동기 또는 권선계자형 동기전동기와 비교하여 높은 토크대 관성비와 고효율을

갖고 있어 고성능 서보전동기에 적합하다. [1]

일반적으로 서보전동기 구동시스템은 기준속도에 대한 정확한 응답과 외란, 즉 부하토크에 대한 빠른 복구성을 필요로 한다. 그러나 영구자석 동기전동기의 동특성은 파라미터의 변화에 대하여 크게 변동된다. 더욱이 불확실하고 접근불가능한 외란이 인가될 때 영구자석 동기전동기의 구동시스템은 이에 의해 심각한 영향을 받게 된다. 이에 따른 응답특성 및 파라미터의 변화에 강인한 제어가 필요하다. 종래의 속도 제어기는 그 제어 파라미터의 제어에 따라 속도와 토크 양쪽을 제어하고 있다. 그러나 일정한 이득을 갖는 PI제어기로는 부하에 의한 정상상태 오차를 피할 수 없다.

만일, 인가되는 부하를 추정할 수 있다면 속도 제어계를 거치지 않고, 토크 피드포워드 루프에 의해서 이 오차를 수정할 수 있다. 이러한 제어방법을 직류전동기에 적용한 예가 보고된바 있다[4][5]. 인가되는 부하는 제어 불가능하지만 관측가능한 상태변수로 취급할 수 있으므로 상태관측기에 의한 부하토크 피드포워드방식에 의해 빠른 토크응답을 실현할 수 있다.[6]

본 논문에서는 벡터제어의 영구자석 동기전동기의 모델을 기초로 부하토크 관측기를 설계하였으며 여기서 얻어진 부하 토크분 전류를 코멘드 전류에 피드포워드함으로써 빠른 제어에 의한 강인한 속도 제어 시스템을 설계하였다. 시뮬레이션을 통하여 본 논문에서 제안한 알고리즘이 영구자석 동기전동기에 잘 적용됨을 보였다.

#### 2. 영구자석 동기전동기의 모델링

영구자석 동기전동기는 권선계자형 동기전동기와 구조적으로 비슷하다. 영구자석 동기전동기의 회전자 는 영구자석으로 구성되어 있으며 영구자석의 자속은 일정하므로 고정자에 대한 전압방정식만을 유도하면 된다.

영구자석 동기전동기의 전압방정식은 다음과 같다.

$$V_{abc} = E_{labca} + j\omega_{labca} \quad (1)$$

여기서

$$r_s = \text{diag} [r_s \ r_s \ r_s]$$

$$\lambda_{abc} = L_{l1} \lambda_{abc} + \lambda_m \quad (2)$$

이며  $\lambda_m$ 는 식 (3)과 같이 정현적으로 분포되어 있다.

$$\lambda_m = \lambda_m \left[ \sin \theta_r \ \sin(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \ \sin(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \right]^T \quad (3)$$

Park 변환에 의해 고정자 변수를 회전자 기준좌표로 변환하면 d-q 변환된 영구자석 동기전동기의 전압방정식은 다음과 같다.

$$v_{dqos} = r_s i_{dqos} + \omega_r \lambda_{dq} + p \lambda_{dqos} \quad (4)$$

여기서

$$\lambda_{dq} = [\lambda_{ds} \ -\lambda_{qs} \ 0]^T$$

$$\lambda_{qs} = L_q i_{qs} \quad (5)$$

$$\lambda_{ds} = L_d i_{ds} + \lambda_m \quad (6)$$

식(5), (6)을 식(4)에 대입하고 영상분을 제외하면 d-q성분에 의한 전압 방정식은 다음과 같다.

$$v_{qs} = (r_s + pL_q) i_{qs} + \omega_r L_d i_{ds} + \omega_r \lambda_m \quad (7)$$

$$v_{ds} = (r_s + pL_d) i_{ds} - \omega_r L_q i_{qs} \quad (8)$$

기계적 각속도  $\omega_m$ 과 전기적 각속도  $\omega_r$ 의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$\omega_m = \frac{2}{P} \omega_r$$

여기서 P는 극수이다.

발생토포크는 다음과 같다.

$$T_o = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \cdot (\lambda_m i_{qs} + (L_d - L_q) i_{qs} i_{ds}) \quad (9)$$

식(9)에서 첫째 항은 얼라인먼트 토포크이고 두번째 항은 톨릭런스 토포크이다.

한편 전동기의 역학적인 운동방정식은 식(10)과 같다.

$$T_o = J \frac{d\omega_m}{dt} + D\omega_m + T_L \quad (10)$$

여기서, J는 관성모멘트, D는 점성 마찰계수,  $T_L$ 은 부하토포크이다.

이제 식(7), (8), (10)은 다음과 같은 상태방정식으로 표현할 수 있다.

$$p i_{qs} = (v_{qs} - r_s i_{qs} - \omega_r L_d i_{ds} - \omega_r \lambda_m) / L_q \quad (11)$$

$$p i_{ds} = (v_{ds} - r_s i_{ds} + \omega_r L_q i_{qs}) / L_d \quad (12)$$

$$p \omega_m = (T_o - D\omega_m - T_L) / J \quad (13)$$

dq변수는 abc변수를 식 (14)의 Park변환을 이용하여

구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} v_q \\ v_d \\ v_o \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta-2\pi/3) & \cos(\theta+2\pi/3) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta+2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (14)$$

dq변수로부터 abc변수는 식 (15)의 역 Park변환을 취함으로 얻는다.

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta+2\pi/3) & \sin(\theta+2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \\ v_o \end{bmatrix} \quad (15)$$

영구자석 동기전동기에서 벡터제어란 고정자 전류 벡터를 q축 전류성분  $i_{qs}$ 와 d축 전류성분  $i_{ds}$ 로 분리하여 각각의 벡터를 제어하는 것이다.

본 논문에서 대상으로 한 포먼자석형 영구자석 동기전동기는 자석이 회전자의 표면에 설치된 구조로 자석자계의 투자율이 공기와 같으므로 넓은 공극을 갖고 있으며, d, q축의 동기리액턴스가 같다. 그러므로 얼라인먼트 토포크만이 존재하게되고, 발생토포크는 q축 전류에 비례하게 되며 d축 전류는 전기자 반작용에만 영향을 미친다.

즉 식(9)에서  $L_d = L_q = L_m$ 이므로

$$T_o = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \lambda_m i_{qs} = K_t \cdot i_{qs} \quad (16)$$

와 같이 되어 토포크는  $i_{qs}$ 에 비례하게 된다. 영구자석 동기전동기에서 계자자속은 영구자석이 담당하고, 토포크는 영구자석의 자속과  $\pi/2$  [rad] 위상차가 있는 q축 전류가 담당한다. 이때 벡터제어로 d축 전류를 0으로 제어하면 인가되는 전류는 모두 토포크분 전류로만 작용하게 되며, 이는 타어자 직류전동기와 유사한 특성을 갖게 된다. [2][13]

이제 벡터제어 기법으로 다음과 같은 선형화 상태방정식이 얻어진다.

$$p i_{qs} = -\frac{r_s}{L_q} i_{qs} - \frac{\lambda_m}{L_q} \omega_r + \frac{1}{L_q} v_{qs} \quad (17)$$

$$p \omega_r = \left( \frac{P}{2} \right) \frac{K_t}{J} i_{qs} - \frac{D}{J} \omega_r - \left( \frac{P}{2} \right) \frac{T_L}{J} \quad (18)$$

이 상태방정식을 기초로 블록도를 그리면 그림 1과 같다.

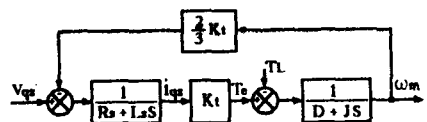


그림 1. 영구자석 동기전동기의 블록도  
Fig. 1. Block diagram of a PMSM.

3. 부하토크 관측기와 속도 제어 시스템 설계

식 (17), (18)에서 볼수 있듯이 영구자석 동기전동기를 벡터제어함으로써 직류전동기와 동등한 선형 상태방정식이 얻어진다. 이하에서는 영구자석 동기전동기의 전기적 제어량은 회전자계에 동기하고 회전하는 2축 좌표계의 값을 이용한다.

그림 1의 블록도에서 전기적 시정수는  $\tau_e = 4.155 \times 10^{-3}$  으로서 기계적 시정수  $\tau_m = 302.296 \times 10^{-3}$  보다 상당히 빠르므로 제어시  $i_{q0}$ 의 동특성은 무시할 수 있다. 그러므로 다음과 같은 상태방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + [B_1 \ B_2]u \quad (19)$$

여기서,

$$x = \omega_r, u = [i_{q0} \ T_L]^T \quad (20)$$

$$A = -\frac{D}{J}, B_1 = \left[\frac{P}{2}\right] \frac{K_t}{J}, B_2 = -\left[\frac{P}{2}\right] \frac{1}{J} \quad (21)$$

그림 1에서 부하토크  $T_L$ 이 외란으로서 변동하는 시스템의 경우 이를 제어기측에서 추정할 수 있다면 이의 추정치  $\hat{T}_L$ 에 상당하는 전류  $i_L$ 을 토크 전류에 피드포워드 함으로써 속도 제어계와는 별도로 속도 제어계에 간섭을 받지않는 토크 제어루프를 부가하여 빠른 제어할 수 있다.

이 시스템에서 부하토크  $T_L$ 은 미지의 입력변수로 되어 있다. 따라서 상태관측기를 이용해서 이 미지의 입력 변수인  $T_L$ 을 추정한다. 상태관측기는 관측이 가능한 상태 변수를 추정하는 것이므로 식(19), (20), (21)을 변형해서  $T_L$ 을 관측가능한 상태변수로 취급할 필요가 있다. 일반적으로  $T_L$ 에 관한 새로운 상태미분방정식은  $T_L$ 을 스펙트럼 상태의 함수로서 근사한 식 (21)처럼 정의한다.

$$\dot{T}_L = 0 \quad (22)$$

이처럼 근사를 하여도 다양한 시간의 함수로 표현되어 지는 부하토크  $T_L$ 은 위에서 나오듯이 1차 지연정수  $\tau$ 의 지연으로 뉘으로써 식 (22)처럼 추정될 수 있다.

이  $T_L$ 을 상태변수에 더함으로써 확대되어진 상태방정식은 식(23)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_r \\ \dot{T}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ T_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} i_{q0} \quad (23)$$

여기서

$$a_{11} = -\frac{D}{J}, a_{12} = -\left[\frac{P}{2}\right] \frac{1}{J}, b_1 = \left[\frac{P}{2}\right] \frac{K_t}{J} \quad (24)$$

$$a_{21} = 0, a_{22} = 0, b_2 = 0$$

(23), (24)식을 기초로  $T_L$ 에 관한 최소차원 상태관측기를 구성하면 다음식이 얻어진다.

$$\hat{T}_L = \xi + L_r \omega_r \quad (25)$$

$$\dot{\xi} = f \cdot \xi + g \cdot \omega_r + h \cdot i_{q0} \quad (26)$$

여기서  $L_r$ : 상태관측기 이득,  $\xi$ : 중간변수

$$f = \left[\frac{P}{2}\right] \frac{1}{J} L_r \quad (27)$$

$$g = \left[\frac{P}{2}\right] \frac{1}{J} L_r^2 + \frac{B}{J} L_r \quad (28)$$

$$h = -\left[\frac{P}{2}\right] \frac{K_t}{J} L_r \quad (29)$$

추정치  $\hat{T}_L$ 과 실제값  $T_L$ 과의 오차  $e$ 를

$$e = \hat{T}_L - T_L \quad (30)$$

라고 정의하면 (25)식에서 오차  $e$ 에 관해서 다음과 같은 오차방정식이 얻어진다.

$$\dot{e} = (a_{22} - L_r \cdot a_{12}) \cdot e \quad (31)$$

그러므로 상태관측기 이득  $L_r$ 은 Ackermann의 공식을 이용하거나, (32)식에서 임의로 극을 선정함으로써 구할 수 있다.

$$|sI - (a_{22} - L_r \cdot a_{12})| = \alpha_0(s) \quad (32)$$

여기서  $\alpha_0(s)$ 는 원하는 상태관측기의 근이다.

이 부하토크 관측기의 블록도를 그려보면 그림2와 같다.

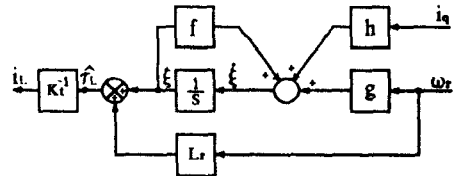


그림 2. 부하토크 관측기의 블록도  
Fig.2. Block diagram of realized load torque observer.

이 상태관측기의 극배치는 상수  $L_r$ 을 임의로 선정함으로써 결정할 수 있다.

식 (25), (26)에서 표현된 부하토크 관측기는 다음 식처럼 1차 지연된 시스템으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{T}_L &= \frac{1}{1+\tau \cdot s} \{K_t \cdot i_{q0} - (D+J \cdot s) \cdot \omega_r\} \\ &= \frac{1}{1+\tau \cdot s} T_L \end{aligned} \quad (33)$$

여기서  $\tau$ 는 상태관측기의 시정수이다.

식 (25), (26)의 부하토크 피드포워드 루프를 부가한 제어시스템 전체의 블록도는 그림 3처럼 된다. 그림 3의 블록도에서 Gain formula를 이용하여 속도응답 및 외란억제 특성에 대한 전달함수를 구할 수 있다.

$$\frac{\omega_r}{\omega_r^*} = \frac{K_t \cdot (K_p \cdot s + K_i)}{s \cdot (J \cdot s + D) + K_t \cdot (K_p \cdot s + K_i)} \quad (34)$$

$$\frac{\omega_r}{T_L} = \frac{\tau \cdot s}{1 + \tau \cdot s} \frac{s}{s \cdot (J \cdot s + D) + K_t \cdot (K_p \cdot s + K_i)} \quad (35)$$

여기서  $K_p, K_i$ 는 속도 PI제어계의 비례·적분 이득이다.

식(34), (35)의 전달함수에서 속도응답이 상태관측기에 무관한 것을 알 수 있다. 즉, 부하토크 관측기를 기존

의 PI 속도 제어 시스템과 독립적으로 설계가 가능함을 알 수 있다.

본 논문에 사용된 속도 제어 시스템의 PI 이득은 closed loop의 스텝응답에 기초해서 이득을 구하는 Ziegler-Nichols 방법으로 구하였다.

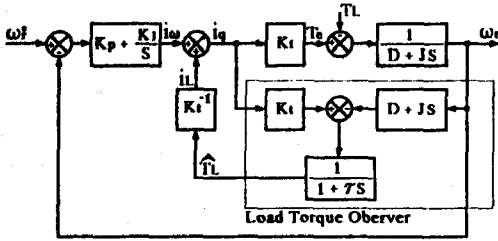


그림 3. 부하토크 피드포워드 루프를 가진 속도 제어 시스템 블록도

Fig.3. Speed control block diagram with load torque feedforward loop.

4. 시뮬레이션

식 (32)에서 근의 배치에 따라 상태관측기에 미치는 영향을 그림 4에 나타내었다. 즉, 식 (33)에서 시정수  $\tau$ 가 작을 수록 파른 수렴을 보이나, 너무 작아지면 상태관측기 이득  $L_i$ 이 커지게 되어 과도시에 큰 오버슈트가 발생하게 되고 상태관측기는 미분기로 작용하여 잡음에 영향을 받게 됨을 알 수 있다.

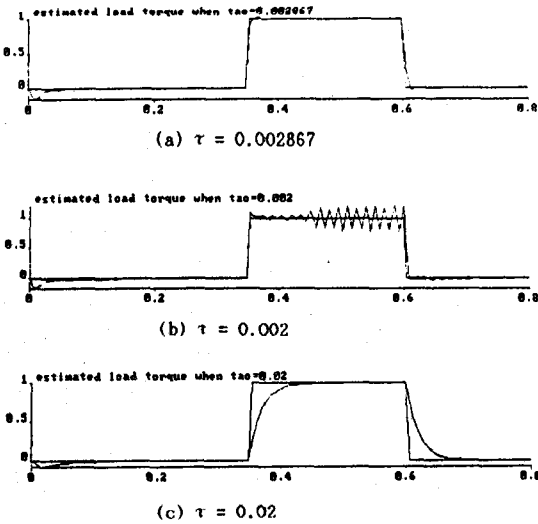
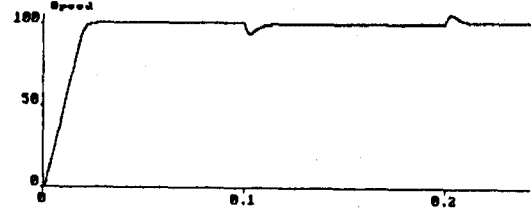
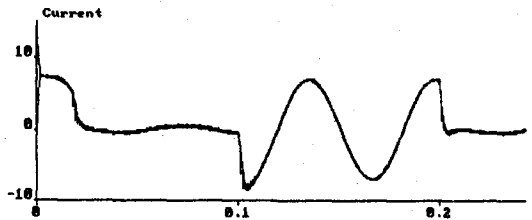


그림 4. 상태관측기 시정수  $\tau$ 에 따른 추정 부하토크  
Fig.4. Estimated load torque with different observer time constant  $\tau$ .

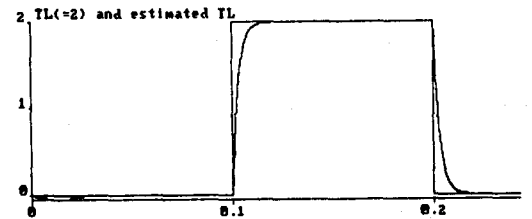
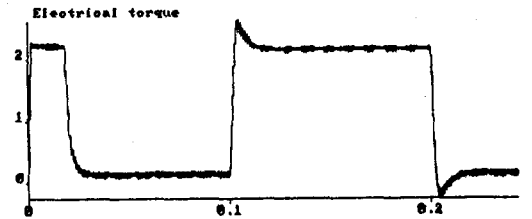
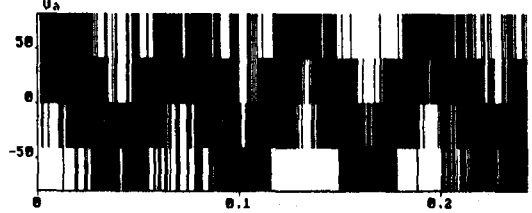
그림 5에 부하토크 피드포워드 루프를 가진 속도 제어 시스템의 응답 특성을 나타내었다. 그림 6에서 종래의 PI제어기만을 가진 시스템과 부하토크 피드포워드 루프를 추가한 시스템의 속도응답을 비교하였다. 그림 5와 그림 6에서 0.1초에서 0.2초 사이에 부하토크를 기동토크의 약 90%인  $2[N \cdot m]$ 로 주었다.



(a) 속도



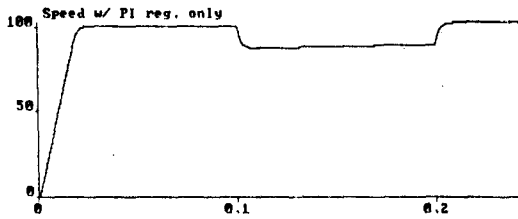
(b) 상전류 및 상전압



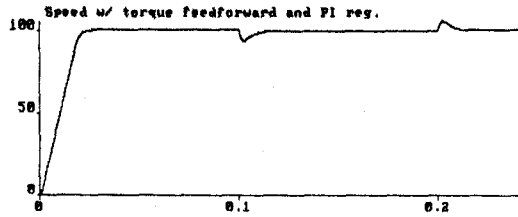
(c) 토크, 부하토크 및 추정 부하토크

그림 5. 부하토크 피드포워드 루프를 가진 속도 제어시스템의 응답 특성

Fig.5. Response of speed control system with load torque feedforward loop.



(a) 종래의 PI제어기만을 사용하였을 경우



(b) 부하토크 피드포워드 루프를 추가한 경우

그림 6. 속도 응답  
Fig. 6. Speed responses.

시뮬레이션에 사용된 영구자석 동기전동기의 계경수는 다음과 같다.

정격출력:	200 [W]
정격토크:	0.7105 [N·m]
정격속도:	261.75 [rad/s]
정격전압:	120 [V]
정격전류:	3.1 [A]
상당 저항:	3.61 [Ω]
상당 인덕턴스:	15 [mH]
역기전력 상수:	0.200573 [V/rad/s]
회전자 관성모멘트:	0.0004214 [N·m·s <sup>2</sup> ]
점성마찰 계수:	0.001394 [N·m/rad/s]
극수:	2극
전기적 시정수:	4.155 [ms]
기계적 시정수:	302.296 [ms]

5. 결론

본 논문에서는 영구자석 동기전동기에 벡터제어를 적용하여 타어차 직류전동기와 같은 선형화 상태방정식을 얻었다. 그리고, 이를 이용한 부하토크 관측기를 구성하였다.

위반으로 작용하는 부하토크는 제어 불가능하나 관측 가능한 상태변수로 취급하여 얻어진 부하 토크분 전류를 피드포워드함으로써 종래의 PI제어에서 실현하기 어려운 부하에 대한 정상상태 오차를 개선하였다. 또한, 시뮬레이션을 통하여 본 논문에서 제안한 알고리즘이 영구자석 동기전동기에 잘 적용됨을 보였다.

향후 과제로, 영구자석 동기전동기의 비선형 방정식에

의한 상태관측기의 고찰등이 요구되며 파라메타 변화를 고려한 적응 상태관측기의 연구가 필요하다. 고성능 서보시스템의 구현을 위하여 고속 연산기능을 가진 DSP등의 채용이 요구 된다.

참고문헌

[1] 윤 병도, "마이크로프로세서에 의한 영구자석 동기전동기의 구동", 대한전기학회 논문지, VOL.35, DEC 1986.  
 [2] 윤 병도, 김 윤호, 김 명용, 윤 명균, "전압원 인버터를 사용한 영구자석 동기전동기의 벡터제어 시스템", 전력전자연구회 학술연구발표회 논문집, 1991.  
 [3] PRAGASEN PILLAY, RAMU KRISHNAN, "Modeling, Simulation, and Analysis of Permanent-Magnet Motor Drives, Part I: The Permanent-Magnet Synchronous Motor Drive", IEEE Trans. on IAS., Vol.25, No.2, March/April 1989.  
 [4] 大石潔, 大西公平, 宮地邦夫, "狀態觀測器を用いた他勵直流機の一制御法", 電氣學會論文誌B, 104卷6號, 昭和58年.  
 [5] KIYOSHI OHISHI, MASATO NAKAO, KOUHEI OHNISHI, KUNIO MIYACHI, "Microprocessor-Controlled DC Motor for Load-Insensitive Position Servo System", IEEE Trans. on IES., Vol.1E-34, No.1, Feb. 1987.  
 [6] EDWARD J. DAVIDSON, "The Robust Control of a Servomechanism Problem for Linear Time-Invariant Multivariable Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-21, No.1, Feb. 1976.  
 [7] Paul C. Krause, Analysis of Electric Machinery, McGraw-Hill, 1987.  
 [8] Chi-Tsong Chen, Linear System Theory and Design, Holt-Saunders International Editions, 1984.  
 [9] Benjamin C. Kuo, AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS, 5th ed., Prentice-Hall, 1987.  
 [10] Benjamin C. Kuo, DIGITAL CONTROL SYSTEMS, Holt, Rinehart and Winston, 1980.  
 [11] Gene F. Franklin, J. David Powell, Michael L. Workman, Digital Control of Dynamic Systems, 2nd Ed, Addison-Wesley, 1990.  
 [12] Hilding Elmquist, Karl Johan Åström, tomas Schönlthal, Björn Wittenmark, Simnon User's Guide for MS-DOS Computers, SSPA SYSTEMS, 1990.