

# 입체 반송용 선형유도전동기의 설계 변수 최적화에 대하여

임 달 호, 김 규 탁, 박 승 찬\*  
한양대학교 전기공학과

## On the optimization of the design variables of linear induction motor for 3-D conveyor system

Im Dal-Ho, Kim Gyu-Tak, Park Seung-Chan\*  
Hanyang Univ.

### Abstract

The design variables of SLIM used for 3-D conveyor system are optimized by nonlinear programming. Five design variables are selected as independent ones and object function is expressed as a combination of the weight and the normal force of the motor. Maximum flux density in the teeth, primary length and starting thrust are chosen as constraint functions. Goodness factor considering of conveying characteristic is also included in the constraints.

In this paper sequential unconstrained minimization technique(SUMT) and variable metric method are used to solve the nonlinear problem.

### 1. 서 론

선형전동기는 직접 직선 추력을 발생하므로 직선 운동이 필요한 곳에서는 매우 능률적이어서 차세대 전동기로 주목받고 있다. 본 연구에서는 이러한 선형전동기의 산업응용에서 수평부와 수직부가 연속적으로 존재하는 입체반송장치에 사용되는 편축식 선형유도전동기의 설계변수를 일반 비선형 프로그래밍의 일종인 순차비제약 최소화 기법을 도입하여 최적화한다.

목적함수는 주행특성을 악화시키는 수직력과 설비저체에 영향을 미치는 모터의 중량을 선형결합시킨 다중목적함수를 선택한다. 또한 1차축의 길이와 기동추력, 그리고 1차 철심의 포화를 고려하여 치부분에서의 최대자속밀도를 제약함수로 하고, Laithwaite 씨가 제안한 선형유도전동기의 설계기준인 Goodness factor 도 주행특성을 고려하여 제약조건에 포함시킨다.

독립변수는 슬롯폭과 슬롯피치의 비, 1차 철심의 적층폭, 극간격, 2차축의 알루미늄 두께 그리고 overhang의 길이로 하며, 나머지 변수들에 대해서는 고정된 값으로 하였다.

### 2. 반 송 용 SLIM 의 특성

Laithwaite 씨가 제안한 전기 회로와 자기 회로의 결합도를 나타내는 Goodness factor(이하 G) 는 선형유도전동기의 성능 양호도를 표현하는 양으로서, 발생 추력과 G와의 관계는 식 (2.1)로 주어지며[1], 이를 그림 1에 나타내었다. 그림 1에서 알수 있는 바와 같이 G를 1 이상으로 설계하면

도시 경랑화 전철과 같은 고속용 모터가 되며, G를 1이하로 설계하면 속도-추력 특성이 수하성을 가지므로 제어성이 양호하여 정밀위치 제어를 요구하는 자동반송장치에 적합하다.

$$F = \frac{\mu_0}{3\pi} \frac{wp(NI_s)}{g_s} \frac{1}{sG+1/sG} \quad (2.1)$$

$$= K \frac{sG}{1 + (sG)^2}$$

여기서,  $G = \frac{2\mu_0 fr^2 \sigma_s d}{\pi g_s}$  이다.

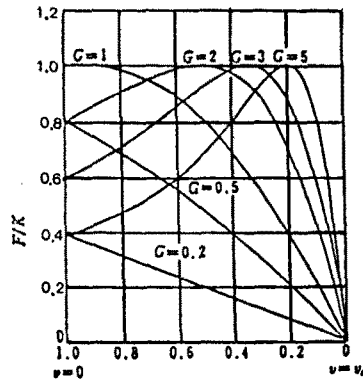


그림 1. G값에 따른 추력-속도 특성  
Fig.1. Thrust - velocity curve according to G variation

또한 그림 2. (a)의 속도-추력 곡선에서 빗금친 부분은 가속력으로 작용하는 추력을 나타내며 (a)의 특성을 (b)에서와 같이 근사적으로 직선수하 특성이라고 생각하면, 최종 주행 속도  $V_n$ [m/sec] 은 다음과 같이 구할수 있다.

$$V_n = (F_0 - f_r) V_s / F_0 \quad [m/sec] \quad (2.2)$$

여기서  $F_0$  : 기동 추력 [N]  
 $f_r$  : 마찰력 [N]  
 $V_s$  : 동기 속도 [m/sec]

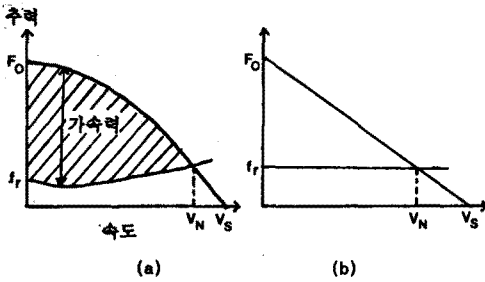


그림 2. 속도 - 추력 특성  
Fig.2. Velocity-thrust characteristic

일반적으로 반송장치와 같은 저속용 선형유도전동기는 동기속도를 10[m/sec] 내외로한다[7]. 높은 슬립영역에서 운전하는 경우, 수직력은 반발력으로 작용하므로 1차속과 2차속의 접촉위험을 덜수 있게되고, 만약 효율이 좋은 낮은 슬립영역에서 운전시키기 위해 극간격을 많이 줄이면 철심적층폭이 훨씬 증가하게되어 Transverse edge effect 로 인한 성능저하가 예상된다. 따라서 본연구에서는 기본설계시 동기속도를 10[m/sec] 로, 정격속도를 3[m/sec] 로 하였다.

또한 가동부의 질량을 10[kg] 으로 하면 식 (2.2) 로부터 가동시의 추력은 150[N](수직부)이 필요함을 알수있다.

### 3. 수학적 정식화

#### 3-1. 비선형 최적화 문제

일반적으로 비선형 최적화 프로그래밍의 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$g_j(x) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \text{의 조건하에서}$$

$$f(x) \text{를 최소화시키는 } \bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{을} \quad (3.1)$$

구한다.

본 연구에서는 penalty 함수법을 사용하여 이러한 최적화 문제를 다른 형식으로 변환시킨 다음 일련의 비제약 최소화 문제를 풀어내므로써 해를 구한다[2,5]. 즉,

$$\phi_k(x, r_k) = f(x) + r_k \sum_{j=1}^m G_j[g_j(x)] \quad (3.2)$$

여기서  $G_j$  는 제약함수  $g_j$  의 함수이고,  $r_k$  는 penalty 변수로서 양의 정수이다. 식 (3.2) 의 두번째 항은 penalty 항이다. 만일 함수  $\phi$  의 비제약 최소화가 일련의 penalty 변수  $r_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) 에 대해서 반복된다면 식 (3.1)에 표현된 문제의 해에 수렴하게된다. 따라서 이러한 penalty 함수법은 순차 비제약 최소화 기법(SMT)이라 하기도 한다.

부등식 제약 문제에 대한 penalty 함수의 정식화는 내점법(interior method)과 외점법(exterior method)으로 나누어지며, 여기서는 내점법만을 채택하기도 하면, 내점법에서 주로 사용하는  $G_j$  의 형태는 다음과 같다.

$$G_j = -1/g_j(x) \quad (3.3)$$

따라서 식(3.2) 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(x, r_k) = f(x) - r_k \sum_{j=1}^m 1/g_j(x) \quad (3.4)$$

여기서  $\phi_k$  의 비제약 최소값들은 모두 실행가능영역(feasible region)에 존재하고,  $r_k$  가 변화함에 따라 식 (3.1)의 해에 수렴해간다.

그림 3은 최적 설계 프로그램의 순서도이다.

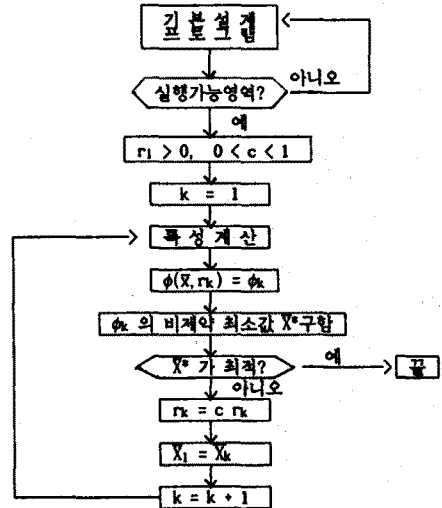


그림 3. 최적설계 프로그램의 순서도  
Fig.3. Flow chart of optimization program

#### 3-2. 설계를 위한 관계식

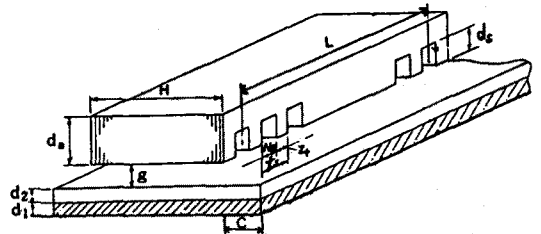


그림 4. 편측식 선형유도전동기  
Fig.4. Single-sided linear induction motor

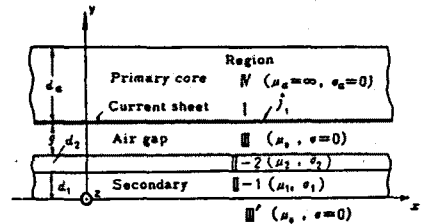


그림 5. SLIM의 2차원 해석 모델  
Fig.5. Two dimensional analysis model of SLIM

#### 가. 1차 표면전류밀도

그림 5의 영역 I 에서 실제의 1차 전류를 대신하여 1차 표면전류로 가정하고, 전류는 Z 방향으로 흐르며 그 크기는 X 방향으로 정현적으로 변화하면서  $V_s$  의 동기속도로 이동한다면, 표면전류밀도  $J_1$  [A/m] 는 다음식과 같은 복소수 형태로 표시할수 있다.

$$J_1 = J_m e^{j(\pi/\tau)(Vst-x)} = J_m e^{j(\omega t - (\pi/\tau)x)} \quad (3.5)$$

표면전류밀도의 최대치  $J_m$  [A/m] 과  $m$  상 권선의 실효치  $I_1$  의 관계식은 다음과 같다.

$$J_m = 2\sqrt{2} m \frac{k_w N_p h}{p\tau} I_1 \quad (3.6)$$

여기서  $k_w$  는 권선계수,  $N_p$  는 1 상의 직렬 turn수이다.

나. 공극자속 밀도와 수직력 계산식

그림 5에서 1 차 표면전류 밀도와 쇄고하는 자속밀도의 접선성분  $B_x^{III}$  [T] 와 법선성분  $B_y^{III}$  [T] 는 각각 다음 식으로 표현된다[3].

$$B_x^{III} = [-\partial A_z^{III} / \partial y]_{y=d_1+d_2+g} = -\mu_0 J_m e^{j(\omega t - (\pi/\tau)x)} \quad (3.7)$$

$$B_y^{III} = [-\partial A_z^{III} / \partial x]_{y=d_1+d_2+g} = -j\mu_0 K_H J_m e^{j(\omega t - (\pi/\tau)x)} \quad (3.8)$$

여기서  $K_H$  는 2차 도체를 구성하는 재질의 두께, 공극  $g$ , 권선 주파수  $f$ , 슬립  $s$  등과 관계되고 다음 식에 의해 표현된다[3].

$$K_H = \coth \frac{\pi}{\tau} (g_0 + d_2 \lambda_2') \quad (3.9)$$

$$\frac{\pi}{\tau} d_2 \lambda_2' = \tanh^{-1} \left\{ \frac{\mu_0}{\mu_2} \lambda_2 \tanh \frac{\pi}{\tau} (d_2 \lambda_2 + d_1 \lambda_1') \right\} \quad (3.10)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{1 + j\sigma_2 \mu_2 s V_0 \tau / \pi} = \alpha_2 + j\beta_2 \quad (3.11)$$

여기서  $g_0$  는 Carter 계수로 보정한 값이며,  $\sigma_2$  는 2차 동가 도전율로서 실제 도전율에 Russell-Norsworthy overhang 보정계수를 곱한 값이다.

$\lambda_2$  는 2 차 도체(II-2)의 와전류의 영향을 표현하는 계수이며  $\sigma_2 \mu_2 s V_0 \tau / \pi$  는 자기 Reynold 수이다.  $d_1 \lambda_1'$  는 back iron(II-1) 영역이 도체판(II-2) 영역에 관여하는 정도를 나타내며 다음식으로 계산된다[3].

$$\frac{\pi}{\tau} d_1 \lambda_1' = \tanh^{-1} \left\{ \frac{\mu_2 \lambda_1}{\mu_0 \lambda_1} \frac{1 + \tanh \frac{\pi}{\tau} d_1 \lambda_1}{1 + \frac{\mu_1}{\mu_0 \lambda_1} + \tanh \frac{\pi}{\tau} d_1 \lambda_1} \right\}$$

$$\lambda_1 = \sqrt{1 + j\sigma_1 \mu_1 s V_0 \tau / \pi} \quad (3.12)$$

또한 공극에서의 최대자속밀도  $B_m$  은

$$B_m = 2\sqrt{2} m I_1 \frac{k_w N_p h}{p\tau} \mu_0 \sqrt{\frac{\cosh 2 \frac{\pi}{\tau} (g_0 + d_2 \alpha_2) + 1}{\cosh 2 \frac{\pi}{\tau} (g_0 + d_2 \alpha_2) - \cos 2 \frac{\pi}{\tau} d_2 \beta_2}} \quad (3.13)$$

한편 Maxwell-용력법으로부터 수직력을 계산하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$F_n = \int_{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{2\mu_0} B_y^{III*} B_x^{III} - \frac{1}{2\mu_0} B_x^{III} B_y^{III*} \right) h \right\} dx = -\frac{hL}{4\mu_0} (\mu_0 J_1)^2 (u^2 + v^2 - 1) \quad [N] \quad (3.14)$$

여기서  $u = \operatorname{Re}(K_H)$ ,  $v = \operatorname{Im}(K_H)$  이다.

다. 등가회로 정수의 특성계산식

단부효과를 무시하고 1차로 환산한 등가회로는 아래의 그림과 같다.

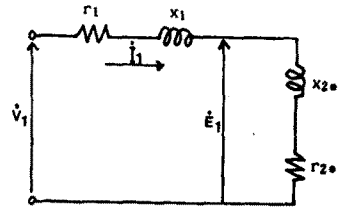


그림 6. 등가 회로

Fig.6. Equivalent circuit per phase

1 차 저항은 다음 식으로 주어진다[6].

$$r_1 = (K_w N_p)^2 \left\{ \frac{K_r}{K_w^2} \frac{2\rho_1 l_a}{pqF_s w ds} \right\} \quad (3.15)$$

여기서  $K_r$  : 교류 실효저항의 보정계수

$\rho_1$  : 1 차 권선의 체적 저항률

$l_a$  : 반코일 길이 (=  $h + 1.5\tau\beta$ )

$F_s$  : 절적율

계방슬롯에서의  $m$  상 2층 권선의 1차 누설 리액턴스  $x_1$  은 Kilgore 의 식을 이용하면 다음과 같이 주어진다[6].

$$x_1 = 16mf \frac{(k_w N_p)^2}{p} \times 10^{-7} \times \left\{ \frac{k_{x1}}{k_w^2} \frac{20}{mq} \left( \frac{d_2 s}{w_s} + \frac{d_1 s}{3w_s} \right) + \frac{4}{h} (2l_{e2} + l_{e1}) \right\} \quad (3.16)$$

여기서  $d_1 s$ ,  $d_2 s$ ,  $l_{e1}$ ,  $l_{e2}$  는 그림 7에 표시된 값이며,

$$K_{x1} = 1/4 (3\beta + 1)$$

$$w_s = K_t t_s$$

$$t_s = \tau/mq$$

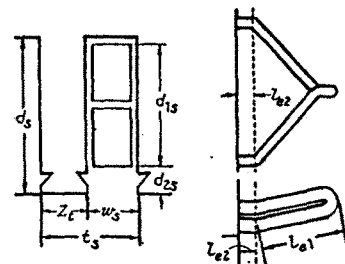


그림 7. 슬롯 및 End 코일의 형상

Fig.7. Figure of slot and end coil

또한 1 상당의 등가 2차 임피던스  $Z_{2e}(0)$  를 유도하면[3],

$$Z_{2e} = j 8\pi h f \mu_0 (k_w N_p h)^2 / P \coth \frac{\pi}{\tau} (g_0 + d_2 \lambda_2') \quad (3.17)$$

이 식으로부터 등가 2차 저항  $r_{2e}$  와 등가 2차 리액턴스  $x_{2e}$  는 다음과 같이 계산된다.

$$r_{2e} = \text{Re}(Z_{2e}), \quad x_{2e} = \text{Im}(Z_{2e}) \quad (3.18)$$

여기서  $h_0$  는 실수부  $1m$  은 허수부를 나타낸다. 따라서 1차 단자에서 본 전 임피던스  $Z_1(0)$  은

$$Z_1 = \sqrt{(r_1 + r_{2e})^2 + (x_1 + x_{2e})^2} \quad (3.19)$$

그리고 1차 전압  $V_1$  에 대한 1차 전류  $I_1$  [A] 은

$$I_1 = V_1 / Z_1 \quad (3.20)$$

이 식들로부터 발생 추력  $F_x$  [N] 을 구하면,

$$\begin{aligned} F_x &= P_{g1} / V_s \\ &= m r_{2e} I_1^2 / V_s \\ &= m V_s^2 (r_{2e} / Z_1^2) / V_s \end{aligned} \quad (3.21)$$

**라. 목적함수의 제약조건**

1차 철심의 무게와 수직력을 선형 결합시키면 목적함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f(\vec{x}) = m_1(Fe) v_{01} + F_n \quad (3.22)$$

여기서  $m_1$  는 철의 비중,  $(Fe) v_{01}$  는 1차 철심의 부피,  $F_n$  은 수직력을 나타낸다. 제약조건은 1차 철심의 길이, 치부분의 최대자속밀도, 기동 추력 그리고 Goodness factor 로서 각각 다음과 같다.

$$g_1(\vec{x}) = (p + \beta - 1/m_1)\tau - b_1$$

$$g_2(\vec{x}) = \frac{B_m}{K_1(1 - K_1)} - b_2 \quad (3.23)$$

$$g_3(\vec{x}) = F_x |_{s=1} - b_3 \quad (3.24)$$

$$g_4(\vec{x}) = G - b_4 \quad (3.25)$$

여기서  $K_1$  는 철심의 적층율로서 0.97 로 하였으며,  $K_1$  는  $w_s/t_s$  이다.

또한  $b_1$  은 모터의 최대길이로서 0.04[m],  $b_2$  는 1.1[T],  $b_3$  는 160[N],  $b_4$  는 1 로 제한하였다.

**4. 결과 검토 및 고찰**

표 1 은 최적화된 설계변수를 나타낸 것이며, 표 2 는 초기 설계변수와 최적화 된 설계변수에 의한 특성을 비교한 것이다.

표 1. 최적 설계 변수  
Table 1. Optimized variables

모터 길이	0.3828 [m]
극 수	4
매극대상슬롯수	2
극 간격	0.082 [m]
철심 적층 폭	0.1241 [m]
1차 철심 높이	0.0415 [m]
슬롯폭/슬롯피치	0.65
슬롯 폭	0.0088 [m]
치 폭	0.0048 [m]
슬롯 길이	0.0321 [m]
상당직렬권회수	560 [회]
검 적 율	0.682
공극 길이	0.004 [m]
앞루미널 두께	0.0034 [m]
back iron 두께	0.005 [m]

표 2. 특성 비교  
Table 2. Characteristic comparison of each case

슬입	발생 추력[N]		수 직 력[N]		역 률 [%]		입력전류[A]	
	초기	최종	초기	최종	초기	최종	초기	최종
1.0	155.1	158.4	-27.8	-42.3	41.9	40.1	7.05	7.56
0.9	155.7	160.2	-9.2	-23.4	42.9	41.2	6.82	7.33
0.8	154.5	160.4	11.4	-1.9	43.7	42.1	6.26	7.07
0.7	151.1	158.3	34.2	22.0	44.2	42.8	6.26	6.76
0.6	144.5	153.0	58.8	48.5	44.2	43.0	5.92	6.41
0.5	134.2	143.6	84.9	77.1	43.4	42.6	5.56	6.03
0.4	119.2	128.8	111.5	106.8	41.3	40.9	5.16	5.60
0.3	98.7	107.6	137.3	136.0	37.3	37.2	4.76	5.16
0.2	72.4	79.6	160.7	162.9	30.4	30.6	4.39	4.75
0.1	39.5	43.6	179.7	184.8	19.7	19.9	4.10	4.42

\* (-)부호는 반발력을 나타냄.

이상의 결과로부터 알 수 있듯이 모터의 중량은 14.53[kg] 에서 13.66[kg]으로 약 6% 감소하였으며, 정격속도 3[m/sec] 에서 흡인력은 34.21[N]에서 22.07[N]로 약 36% 감소하였다. 또한 입력전류, 역률등은 큰 변화를 나타내지않았다.

**5. 결 론**

입체 반송에 사용되는 선형유도전동기의 설계변수를 비계약 최소화기법(SUMT)을 이용하여 최적화하였다. 시스템이 요구하는 조건에 근접하는 기본 설계로부터 최적화를 시작하였으며, 목적 함수를 모터의 중량과 수직력의 선형결합으로한 결과, 중량의 감소와 더불어 정격속도에서의 흡인력을 감소시킬 수 있었다.

**6. 참 고 문 헌**

1. 임달호, 김규탁, "鐵心端 效果를 考慮한 리니어 모터의 特性 解析", 전기학회논문지 40권 5호 p.460,1990
2. R. Ramarathnam, B.G. Desai, "OPTIMIZATION OF POLYPHASE INDUCTION MOTOR DESIGN", IEEE, vol. PAS-90, No. 2, pp. 570-578, 1971
3. 野中作太郎, "片側式リニアインダクションモータの近似特性計算式について", 電氣學會論文誌, 57-B69, pp. 565-572
4. Sakutaro Nonaka, Tsuyoshi Higuchi, "REDUCTION OF VERTICAL FORCE OF SINGLE-SIDED LINEAR INDUCTION MOTORS FOR URBAN TRANSIT", Maglev June 9-10, 1988, pp.121-129
5. S. S. RAO, "OPTIMIZATION", JOHN WILEY & SONS publishing, 1984.
6. 野中作太郎, "兩側式リニアモータの等價回路定數と特性計算式", 電氣學會雜誌論文, 45-44, pp. 890-899
7. 白木學, 宮尾修美, "リニアモータ設計應用の要點"