

고층기둥 축하중의 사용기간 최대값 분석

Probabilistic Analysis of Lifetime Extreme Live Loads of Multi-Story Columns

○ 김 상 효* 조 형 근** 배 규 용*** 박 흥 석***

요 약

적재하중은 설계면의상 등가등분포하중으로 환산하여 사용하며 따라서 영향면적이 커짐에 따라 하중은 감소하는 경향이 있다. 특히 고층건물 기둥의 축하중은 지지하는 각층으로 부터의 축하중이 누적되므로 결과적으로 영향면적이 커지게 되며 사용기간 최대값은 줄어들게 된다. 따라서 시방서의 설계하중이 영향면적에 따라 제시되어 있지 않고 구조부재의 종류별로 주어져 있는 경우에는 기둥과 같이 받치는 바닥의 수가 증가함에 따라 영향면적이 급격히 변할 수 있는 부재에 대하여 적절한 감소계수를 사용하고 있다.

본 연구에서는 단층바닥을 받치는 기둥의 축하중에 대해 현장조사를 통해 분석한 하중모형을 이용하여 고층기둥 축하중의 특성을 분석하였으며, 현행 건축물의 구조설계규준에 제시되어 있는 받치는 바닥의 수에 따른 감소계수의 타당성을 검토하였다.

Abstracts

The live loads acting on structures are generally computed in terms of equivalent uniformly distributed loads for the simplicity in design process. The loads, therefore, tend to decrease with increasing influence area in both load intensity and variance. Since multi-story column loads result from accumulation of loadings acting on several different floors, its influence area becomes wider and lifetime maximum decreases. In the design codes proposing the design loads for types of structural members (i.e., slabs, beams, columns), not for the change of influence area, some proper reduction factors are given for columns which support more than one floor.

Using the live load models developed for columns supporting single floor, in this study, the probabilistic characteristics of multi-story column loads are analyzed. In addition reduction factors given for multi-story columns in current practice are calibrated.

1. 개요

적재하중(live load)은 고정하중(dead load)과 함께 건축구조물의 설계에 있어 매우 중요한 하중이다. 특히 우리나라와 같이 풍하중, 지진하중 등의 자연발생적 하중이 심각하지 않은 지역에서는 경제적이며 안전성 있는 구조물 설계에 가장 많은 영향을 미치는 것이 적재하중이다. 따라서 각국에서는 설계시방서 등에 각 지역의 특성에 맞는 합리적인 설계하중을 제시하고 있다. 그러나 적재하중은 고정하중과는 달리 시간적, 공간적 변화특성을 가지고 있어 합리적인 설계하중의 산정이 어렵다. 최근 구조공학에서의 확률이론 도입이 활발해 지며 이러한 적재하중의 변화특성을 확률이론으로 모형화하여 합리적인 설계하중을 분석하는 작업이 이루어 지고 있다.

본 연구에서는 국내 사무실용 건물을 대상으로 체계적으로 조사·분석한 사무실의 적재하중 모형(1)을 이용하여 고층건물 기둥의 축하중의 확률적 특성을 분석하고, 이로 부터 사용기간 최대하중의 특성을 분석하였다. 또한 현행 건축물의 구조설계규준에 제시되어 있는 받치는 바닥의 수에 따른 감소계수의 타당성을 검토하였다.

2. 상시적재하중의 최대값 분석모형

최근 건축구조물이 장대화 및 고층화 되어감에 따라 고층건물 기둥에 대한 설계하중의 합리적인 결정이 구조설계에 있어 관심을 모으고 있다. 앞서 언급하였듯이 합리적인 설계하중의 선정을 위해서는 먼저 적재하중의 확률적 특성을 분석하여야 하며, 이를 위한 기본적인 단계는 적재하중의 현장측정이다. 그러나 이러한 현장측정은 많은 시간과 조사인력이 필요하며, 조사대상 선정의 어려움 등의 비현실성을 가지고 있다. 특히 고층기둥에 작용하중 축하중을 현장측정만으로 분석한다는 것은 요구되는 조사량 때문에 거의 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 단층바닥을 받치는 기둥의 축하중에 대해 현장조사를 통해 분석한 등가등분포 적재하중(equivalent uniformly distributed live load)의 모형(1)을 이용하여 고층기둥 축하중의 특성을 분석하고자 한다.

고층건물 기둥의 축하중(multi-story column load)은 지지하는 각층으로 부터의 축하중이 누적되므로, 결과적으로 영향면적이 커지게 되며 사용기간 최대값은 줄어들게 될 것이다(1). 이러한 현상을 반영하기 위하여 현행 건축물의 구조설계규준에도 받치는 바닥의 수에 따라 감소계수를 취하고 있다(2). 참고로 외국에서는 구조부재의 종류와 관계없이 단순히 설계대상 부재의 영

* 한국전설기술연구원 구조연구실장
** 한국전설기술연구원 선임연구원
*** 한국전설기술연구원 구조연구실 연구원

함면적에 따라 설계하중을 감소시키는 규준을 택하고 있다(3).

앞서 언급하였듯이 고층건물 기둥의 축하중은 각층으로부터 축하중이 누적되기 때문에 기존의 확률분포특성과는 관계없이 Central limit theorem(4)에 의해 정규분포를 따르게 되며 이때의 등가등분포하중의 평균과 편차는 다음과 같다.

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{X}_i = \bar{X} \quad (식 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y) &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} \sigma_{xi} \sigma_{xj} \\ &= \frac{1}{n^2} \sigma_x \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} \end{aligned} \quad (식 2)$$

여기에서
 \bar{X}, σ_x = 1개 지지층에서의 평균(mean)과 편차(S.D.)
 $\bar{Y}, \text{Var}(Y)$ = n개 지지층에서의 평균과 변이(variance)
 r_{ij} = i층과 j층 하중사이의 상관관계(correlation coefficient)

또한 여기에서는 모든 층에서의 하중은 동일한 확률분포특성(identically distributed)을 가진다고 가정하였다.

사용기간 최대값의 분석을 위해 고층기둥 축하중을 확률과정(random process)을 통해 모형화하기 위해서는 하중의 발생빈도, 여기에서는 고층기둥 축하중의 변화빈도가 분석되어야 하며 이 변화빈도는 각층에서의 변화빈도에 의해 결정되므로 만약 각층에서의 변화가 서로 독립적이라고 본다면 고층기둥 축하중의 변화빈도는

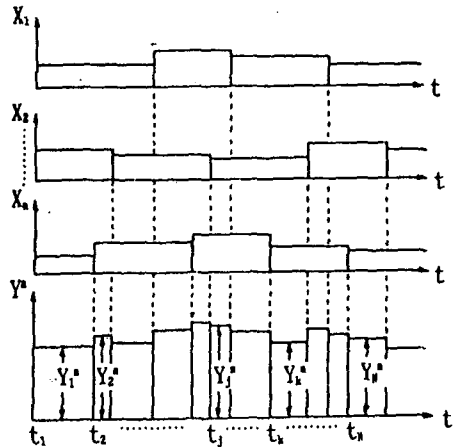
$$\nu = \sum_{i=1}^n \nu_i = n \nu_i \quad (식 3)$$

여기에서 ν_i 은 1개층에서의 평균 변화빈도이며, 각층에서의 평균 변화빈도는 동일한 것으로 가정하였다. 그러나 층간에 상관관계를 가진다고 가정하면 ν 는 줄어들 것이다. 예를 들어 1개 회사가 평균 2개층을 사용하며 하중변화가 회사단위로 발생한다면 발생빈도는 $\nu = \nu_i$ 이 될 것이다. 그러나 하나의 층에서도 여러 사무실이 공동사용하는 경우도 있으므로 본 분석에서는 $\nu = n \nu_i$ 으로 가정하였다.

고층기둥 축하중은 여러층으로부터 전달되는 하중의 합이므로 변화가 발생하더라도 여러층 가운데 하나만 바뀌어지는 것이므로, 변화시점 전후의 하중의 크기는 밀접한 상관관계를 가지고 있다. 따라서 고층기둥 축하중은 Markov 확률과정에 의해 모형화되며(5), 이때의 상관관계는

$$\rho_{Y_j, Y_k} = \left(\frac{n-1}{n}\right)^{|j-k|} \quad (식 4)$$

이다. 여기에서 Y_j 와 Y_k 는 각각 j와 k번째 변화에 의한 고층기둥 축하중의 등가등분포하중이다 (<그림1> 참조). <그림1>에서 Y_i^* 은 n개 바닥을 받치는 고층기둥의 축하중으로 $Y_j = \sum_{i=1}^j Y_i^*$ 의 관계를 가진다.



<그림1> 고층기둥 축하중의 하중모형

따라서 고층기둥 축하중의 사용기간 최대값의 분석을 위해서는 사용기간 최대값의 평균과 편차를 다음과 같이 산정하여야 한다. 만약 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 을 사용기간 동안 발생하는 고층기둥 축하중의 등가등분포하중이라고 하면(여기에서 $N = n \nu_i$), 우선 Y_1 과 Y_2 의 최대값, $Z_2 = \max(Y_1, Y_2)$ 에 대한 것은

$$\begin{aligned} E[Z_2] &= \mu_1 \Phi(\alpha) + \mu_2 \Phi(-\alpha) + a \phi(\alpha) \\ E[Z_2^2] &= (\mu_1^2 + \sigma_1^2) \Phi(\alpha) + (\mu_2^2 + \sigma_2^2) \Phi(-\alpha) \\ &\quad + (\mu_1 + \mu_2) a \phi(\alpha) \end{aligned} \quad (식 5, 6)$$

여기에서

$$\begin{aligned} \mu_i &= Y_i \text{의 평균} \\ \sigma_i &= Y_i \text{의 표준편차} \\ \Phi(-) &= \text{표준정규누적분포함수} \\ \phi(-) &= \text{표준정규밀도함수} \\ a &= \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}} \\ \alpha &= \frac{\mu_1 - \mu_2}{a} \end{aligned}$$

여기에서는 $\sigma_1 = \sigma_2, \mu_1 = \mu_2$ 이므로
 $a = \frac{2(1-\rho_{12})}{\sigma_1}$
 $\alpha = 0.0$

이 된다. 따라서

<표1> 받치는 바닥수에 따른 사용기간 최대값

(단위 : kg/m²)

받치는 바닥 수	영향 면적 m ²	상 시 하 중 (최대값)						일 시 하 중		조 합 효 과					
		Case I		Case II		Case III				90 %			95 %		
		평균	cov	평균	cov	평균	cov	평균	cov	I	II	III	I	II	III
1	160	112.1	0.17	-	-	-	-	26.2	0.41	180	-	-	190	-	-
2	320	96.7	0.10	107.5	0.12	107.5	0.12	18.9	0.34	139	154	145	162	162	162
3	480	92.6	0.09	105.9	0.11	107.2	0.12	15.5	0.31	127	145	147	131	152	154
4	640	89.9	0.08	103.6	0.11	106.0	0.11	13.5	0.29	119	138	141	123	144	148
5	800	88.0	0.07	101.5	0.10	104.3	0.10	12.1	0.27	114	132	136	117	138	142
6	960	86.5	0.07	99.6	0.09	102.6	0.10	11.1	0.26	110	128	132	113	133	137
7	1120	85.3	0.06	98.0	0.09	101.1	0.09	10.3	0.25	107	124	128	110	129	134
8	1280	84.2	0.06	96.6	0.09	99.7	0.09	9.6	0.24	104	121	125	107	126	130
9	1440	83.4	0.06	95.4	0.08	98.5	0.09	9.1	0.24	102	118	122	105	123	127
10	1600	82.3	0.05	94.3	0.08	97.4	0.08	8.6	0.23	100	116	120	103	120	125

Case I : Statistically independent, i.e., $\gamma_{ij} = 0.0$ for $i \neq j$
 Case II : $\gamma_{i, i+1} = 0.8, \gamma_{i, i+2} = 0.2, \gamma_{ij} = 0.0$ for others
 Case III : $\gamma_{i, i+1} = 0.8, \gamma_{i, i+2} = 0.4, \gamma_{i, i+3} = 0.2, \gamma_{ij} = 0.0$ for others
 일시하중 발생빈도 = 상시하중 평균 지속시간당 5회
 γ_{ij} = i층과 j층 하중간의 상관관계

$$\mu_{Z_x} = \mu_1 \phi(0) + \mu_2 \phi(0) + a \phi(0)$$

$$= \mu_1 + \sqrt{\frac{(1 - \rho_{12})}{\pi}} \sigma_1 \quad (식 7)$$

$$E[Z_x^2] = (\mu_1^2 + \sigma_1^2) + \sqrt{\frac{(1 - \rho_{12})}{\pi}} (2\mu_1) \quad (식 8)$$

이 된다.
 다음 단계는 $Z_3 = \max(Z_2, Y_3)$ 의 평균과 편차를 구하는 것인데, 이때 Z_2 와 Y_3 의 상관관계는

$$\rho_{Z_2, Y_3} = \frac{\sigma_1 \rho_{13} \phi(\alpha) + \sigma_2 \rho_{23} \phi(-\alpha)}{\sigma_2} \quad (식 9)$$

여기에서

$$\sigma_{Z_x} = \sqrt{E[Z_x^2] - E[Z_x]^2}$$

이다.

따라서 $E[Z_3]$ 와 $E[Z_2]$ 은 (식5)와 (식6)과 같은 요법으로 구할 수 있다. 이러한 계산을 N번 반복한 후에 구해지는 $E[Z_N]$ 과 σ_{Z_N} 이 고층기동 축하중의 등가등분포하중에 대한 사용기간 최대값의 평균과 표준편차이다. 확률분포는 각각의 하중의 크기가 정규분포이므로 최대값의 확률분포는 Gumbel의 Type-I 최대값 분포로 결정될 것이다.

3. 사용기간 최대값 및 감소계수

고층기동 축하중의 사용기간 최대값을 앞에서

설명한 Markov 확률과정을 이용하여 분석하기 위해서는 기본자료로서 (식1)과 (식2)에서 이용되는 1개 지지층에서의 등가등분포 적재하중의 평균과 표준편차가 필요하다. 본 연구에서는 참고 문헌1에서 분석된 결과를 이용하여 1개 지지층에 대한 평균 65kg/m², 변이계수(cov) 0.39를 선정하였다. 또한 적재하중은 일반적으로 상시하중과 일시하중으로 분류되는데, 본 연구에서는 참고 문헌1에서 이용한 일시하중 모형을 이용하였으며 각 영향면적에 대한 일시하중의 특성값(평균 및 변이계수)은 <표1>에 정리되어 있다.

이들 상시하중과 일시하중의 특성값을 이용하여 분석한 고층기동의 받치는 바닥수에 따른 사용기간 최대값은 <표1>에 상시하중 최대값 및 상시하중과 일시하중의 조합효과 최대값으로 분류하여 정리하였다. 여기에서 사용기간은 50년으로 가정하였다. 조합효과 최대값의 분석기법은 참고 문헌1에 설명되어 있다. <표1>에서는 (식2)에서 언급한 층간 하중상관관계(γ_{ij})에 대해 여러가지 다른 값을 적용하여 검토하였다. 즉 <표1>에서의 Case I은 층간하중크기가 확률적으로 상호 독립적(statistically independent)인 경우이며, Case II는 1개층 사이에서는 상관관계가 0.8, 2개층 사이에서는 0.2, 그 이상에서는 상호 독립적인 것으로 가정한 경우이다. Case III은 층간 하중간의 상관관계를 보다 높게 추정한 것으로 1개층 사이 0.8, 2개층 사이 0.4, 3개층 사이 0.2 그 이상에서는 상호 독립적이다.

<표1>의 결과를 분석하면 모든 경우에 있어 받치는 바닥의 수가 증가함에 따라 최대값의 크기가 줄어드는 것을 알 수 있다. 특히 받치는 바닥의 수가 작을 때는 매우 급격히 감소하며 수가 많을 때는 완만히 감소하는 것을 알 수 있다. 층간 하중상관관계에 있어서는 예측할 수 있는 바와 같이 층간 하중상관관계가 높은 경우가 사용

기간 최대값도 크며, 변이계수도 크게 나타났다. 실제 고층건물에서의 층간 하중상관관계는 대상 건물의 1개층 바닥면적, 층수, 건물용도 등에 따라 차이는 있겠지만, 일반적으로 Case II나 Case III에 가까울 것으로 사료된다.

<표1>의 조합효과 90%와 95%에서 받치는 바닥수가 2층인 경우(A=320m²)의 결과와 참고문헌1(<표3.10>)의 영향면적 300m²에서의 조합효과 90% (154kg/m²) 및 95%(163kg/m²)를 비교하면 매우 유사한 것을 알 수 있다. 이들 결과는 실제로 다른 방법으로 유도되었으나 유사한 결과를 주므로써 이들 방법의 타당성을 보여주고 있다.

<표2> 받치는 바닥수에 따른 감소계수

받치는 바닥의 수	영향면적 (m ²)	90% / 설계하중 (180)	현행 감소계	제안 감소계
1	160	1.00	1.00	1.00
2	320	0.77 ~ 0.86	0.95	0.90
3	480	0.70 ~ 0.82	0.90	0.85
4	640	0.66 ~ 0.78	0.85	0.80
5	800	0.63 ~ 0.76	0.80	0.77
6	960	0.61 ~ 0.73	0.75	0.74
7	1120	0.59 ~ 0.71	0.70	0.71
8	1280	0.58 ~ 0.69	0.65	0.68
9	1440	0.57 ~ 0.68	0.60	0.65
10	1600	0.56 ~ 0.67	0.60	0.65

기둥의 기본설계하중을 현행대로 180kg/m² (이 값은 1층 조합효과 90% 최대값과 같음:참고문헌1)으로 취할 경우, 받치는 바닥수에 따른 조합효과 90% 최대값의 비율과 현행 구조기준에서 제시하고 있는 감소계수를 비교한 것은 <표2>에 정리되어 있다. 이 결과를 분석하면 받치는 바닥수가 작을 경우에는 현행 감소계수가 크게 나타났으며, 받치는 바닥수가 증가함에 따라 현행 감소계수가 분석치보다 작아지는 것을 알 수 있다. 여기에서 고려하여야 할 사항은 상시하중 최대값의 유도에서 고층기둥의 축하중은 여러층으로 부터의 하중 효과가 누적되기 때문에 Central limit theorem에 의해 정규분포를 가정하였다는 것이다. 이 가정은 받치는 바닥수가 증가할 수록 오차가 작아지나, 받치는 바닥수가 작을 경우에는 각층에서의 실제 하중은 Gamma 분포를 따르기 때문에 분석치가 실제값 보다 작은 최대값을 주게 된다. 이러한 점을 고려하여 본 연구에서 제안한 감소계수가 <표2>에 정리되어 있다. 새로 제안된 감소계수는 분석결과에 기초하여 받치는 바닥수가 작을 경우에는 현행 감소계수를 약간 줄였으며, 받치는 바닥수가 많을 경우에는 현행보다 약간 증가시켰다. 즉 현행 감소계수는 최소 0.60 까지 있으나, 새로 제안된 것에서는 최소가 0.65이다.

4. 결론

받치는 바닥수의 증가에 따라 축하중의 사용기간 최대값이 감소하는 경향은 Markov 확률과정을 이용하여 잘 분석되었다. 이렇게 분석된 결과는 현행 구조설계기준에 제시된 감소계수와 비교·검토되었으며 결과적으로 현행 감소계수를 약간 수정·보완하여 합리적인 감소계수를 제안하였다. 즉 받치는 바닥수가 작을 경우에는 현행 감소계수를 하향조정하였으며, 받치는 바닥수가 많을 경우에는 부분적으로 상향조정하였다.

본 연구에서는 받치는 바닥의 수가 매우 작을 경우에도 Central limit theorem에 의해 축하중을 정규분포로 가정하였는데, 이것에 의해 발생하는 오차에 대한 검토는 현재 진행되고 있다.

참 고 문 헌

1. 김상효, 조형근, 배규용, 박홍석, "사무실의 사용기간 최대 적재하중에 대한 확률론적 분석", 한국전산구조공학회 논문집 제3권 제1호, 1990. 3.
2. 건축물의 구조기준 등에 관한 규칙, 건설부, 1988.
3. American National Standard Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, A58.1 - 1982, American National Standards Institute, 1982.
4. Ang, A. H-S., and Tang, W.H., Probability Concepts in Eng. Planning and Design, John Wiley & Sons, N.Y., 1975.
5. Wen, Y-K., "Statistics of Extreme of Live Load on Buildings", ASCE Vol.105, No. ST10, Oct., 1979, pp.1893~1900.