

DFE 기법을 적용한 PRCPM 신호의 주파수 검파에 관한 연구

박길재, 강민구, 강창언
연세대학교 전자공학과

A Study on Frequency Detection of PRCPM Signals Using the DFE Scheme

Gil Jae Park, Min Goo Kang, Chang Eon Kang
Dept. of Electronic Eng., Yonsei Univ.

ABSTRACT

This paper presents the result of simulation on the probability of error of PRCPM signals using the frequency detection in conjunction with 1-bit decision feedback equalization(DFE).

The introduction of pulse shaping filter causes severe intersymbol interference(ISI) in the waveform of the input to the FM modulator. Therefore, the DFE scheme is applied for reducing the effect of ISI. In the simulation, the receiving performance of signals in the frequency detection having the DFE scheme is better than that of without the DFE scheme.

I. 서론

육상 이동통신에서 한정된 주파수 자원을 가장 효율적으로 사용할 수 있는 변조방식에 대해서 그동안 많은 연구가 진행되어 왔다. 최근에 발표되어온 다수의 논문들에서는 정 진폭의 성질을 갖는 대역폭 효율 변조방식으로 디지털 FM 방식의 일종인 연속 위상 주파수 변조(Continuous Phase FSK, CPFSK)가 많은 관심을 받아 왔다. 대표적이 예로 GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying)와 TFM(Tamed Frequency Modulation)을 들 수 있는데 이들은 이동통신에서 요구하는 엄격한 대역폭과 방사전력(60 ~ 80dB 이하)을 만족하고 협대역 스펙트럼을 갖기 때문에 이동통신을 위한 변조기법으로 가장 적합하다[3][4].

디지털 FM 신호의 복조방식은 동기 방식, 차동 방식, 주파수 방식(또는 주파수 변별기)으로 구분된다. 동기 방식은 고속 레일레이 페이딩 환경에서 반송파의 복원이 어렵고, 차동 방식은 반송 주파수의 유동으로 인해 수신성능의 저하를 가져온다. 이에 비해서 주파수 방식은 고속 페이딩과 반송

주파수의 유동에 면역성이 강하고, 또한 종래의 아날로그 FM 방식에 사용된 수신기를 이용하여 쉽게 구성이 가능하기 때문에 이동 무선통신에 가장 적합한 변조방식이라고 할 수 있다. 그러나 이 방식은 변조 전에 사용되는 펄스 셰이핑 여파기(Pulse shaping filter)의 대역제한으로 심각한 ISI의 영향을 받아 수신성능이 저하되게 된다[6].

본 논문에서는 GMSK 신호와 유사한 성질을 갖는 PRCPM(Partial Response Continuous Phase Modulation) 신호의 주파수 검파 방식에 DFE 적용하였고, 시뮬레이션의 결과로 얻어진 여러확률들을 이용해서 DFE 기법을 적용하지 않은 경우와 수신성능을 비교 분석하였다[1][2].

II장에서는 PRCPM 신호와 ISI에 대해서 기술하였고, III장에서는 주파수 검파 방식에 DFE 기법을 적용했을 경우의 여러확률 유도과정을 나타내었다. IV장에서는 시뮬레이션 결과 및 분석을 나타내었고, V장에서 결론을 얻었다.

II. PRCPM 신호와 ISI

일반적인 CPM 신호는 식(2-1)과 같이 정의된다[1].

$$s(t, \alpha) = \frac{2E}{\sqrt{T}} \cos[2\pi f_c t + \phi_s(t, \alpha) + \phi_0] \quad (2-1)$$

이때 전송된 정보를 포함하고 있는 위상은 식(2-2)와 같다.

$$\phi_s(t, \alpha) = 2\pi h \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n q(t-nT) \quad (2-2)$$

$$\text{여기서, } q(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau, \quad -\infty < t < \infty$$

$g(t)$: $0 \leq t \leq LT$ 사이에 펄스 모양을 갖는 스무딩 펄스형 (Smoothing pulse shape)

- L : 펄스의 길이(Pulse length)
- E : 심벌당 에너지(Energy per symbol)
- f_c : 반송 주파수(Carrier frequency)
- ϕ_0 : 초기위상(일반적으로 0)
- h : 변조지수(Modulation index)
- T : 심벌시간(Symbol duration time)
- a : 무한 시퀀스(Infinite sequence)

그림 1 은 일반적인 CPM 신호의 송신 전력도를 나타낸 것이다. CPM 신호가 되기 위해서는 정보를 전달하는 위상 $\phi_a(t, a)$ 가 시간에 대한 연속함수 이어야 한다. 이는 주파수 기저 펄스(Frequency baseband pulse)인 $g(t)$ 가 어떤 임펄스 성분도 갖지 않음을 의미한다. 스무딩 펄스형 $g(t)$ 의 선택, 또는 파라미터 h 와 M 를 변형함에 따라 여러 종류의 CPM 신호를 얻을 수 있다. $L > 1$ 인 경우 펄스 $g(t)$ 는 신호의 전송시 중첩이 생기기 때문에 본 논문에서 고려한 PRCPM 신호가 되고 $L \leq 1$ 인 경우 근접 신호간의 중첩이 생기지 않기 때문에 FRCPM 신호가 된다. 최근 몇년 동안 가장 주목을 받아온 몇몇 CPM 신호의 주파수 기저 펄스 함수가 표 1 에 나타내었다[2].

표 1. CPM 신호의 주파수 기저 펄스 함수

변조지수	펄스 함수
LS-C	$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2LT} [1 - \cos(\frac{2\pi t}{LT})], & 0 \leq t \leq LT \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$
LSRC	$g(t) = \frac{1}{LT} \frac{\sin(\frac{2\pi t}{LT}) \cos(\frac{2\pi t}{LT})}{\frac{2\pi t}{LT} - (\frac{2\pi t}{LT})^2}, \quad 0 \leq t \leq 1$
TPM	$g(t) = \frac{1}{8} [g_0(t-T) + 2g_1(t) + g_0(t+T)]$ $g(t) = \begin{cases} \frac{\sin(\frac{\pi t}{T})}{T} - \frac{2\pi t}{24} \cos(\frac{\pi t}{T}) - (\frac{\pi t}{T})^2 \sin(\frac{\pi t}{T}) \\ \frac{\pi t}{T} - \frac{2\pi t}{24} \cos(\frac{\pi t}{T}) - (\frac{\pi t}{T})^2 \sin(\frac{\pi t}{T}) \end{cases}$

반송 주파수 f_c 에서 정 진폭 디지털 PRCPM 신호는 식 (2-3)과 같이 정의된다.

$$S(t) = \cos[2\pi f_c t + \phi_a(t)] \quad (2-3)$$

전송된 정보를 포함하고 있는 변조위상 $\phi_a(t)$ 는 식 (2-4)와 같다.

$$\phi_a(t) = 2\pi h \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \int_{-\infty}^t g(v-nT) dv \quad (2-4)$$

$a_n = \pm 1$ 이고 L 이 무한히 큰 경우에 ISI 는 모든 비트에 의해서 발생하지만 여러확률에 크게 영향을 미치는 의미 있는 ISI 를 발생시키는 것은 단지 근접한 몇 비트에 불과하다. DFE 기법을 적용한 디지털 PRCPM 신호의 주파수 검파를 위한 수신기의 전력도가 <그림 2>에 나타나 있다.

식(2-4)를 시간에 대해서 미분하면 전송된 신호의 위상 도함수는 식(2-5)와 같다.

$$\frac{d\phi_a(t)}{dt} = 2\pi h \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \quad (2-5)$$

비트구간(Bit interval)이 $t=0$ 에 중심을 갖고 $a_0 = \pm 1$ 인 경우에 식(2-5)는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\begin{aligned} \phi'_a(0) &= 2\pi h [a_0 g(0) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(nT)] \\ &= 2\pi h [a_0 g(0) + a_{-1} g(-T) + \dots] \end{aligned} \quad (2-6)$$

식(2-6)에서 우변의 두번째항은 주파수 검파시 여러확률에 영향을 미치는 ISI를 나타낸다. 펄스 셰이핑 여파기의 대역제한으로 생기는 ISI는 두 인접비트(양측에서 1 비트씩)에서 고려할 정도이므로, 식(2-6)은 식(2-7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi'_a(0) = 2\pi h [a_0 g(0) + a_{-1} g(-T)] \quad (2-7)$$

III. 여러확률의 유도

<그림 2>의 시스템 모델에서 고속 레일레이 페이딩 이동 무선 경로를 통해서 수신된 신호가 대역폭과 여파기를 통과 했을때, 각 신호 $r(t), n(t)$ 는 리미터-변별기의 입력에서 식(2-8)와 같이 표현된다[5].

$$r(t) = x_a(t) \cos[2\pi f_c t + \phi_a(t)] - y_a(t) \sin[2\pi f_c t + \phi_a(t)] \quad (2-8)$$

$$n(t) = x_n(t) \cos 2\pi f_c t - y_n(t) \sin 2\pi f_c t$$

- 여기서, $r(t)$: 수신 신호
- $n(t)$: 가산성 백색 잡음(AWGN)
- $\phi_a(t)$: $r(t)$ 의 순시 변조 위상
- $x_a(t), y_a(t), x_n(t), y_n(t)$: 0 평균 독립 기우시안 저역 통과 과정

식(2-8)은 식(2-9)와 나타낼 수 있다[5].

$$e(t) = X(t) \cos 2\pi f_c t - Y(t) \sin 2\pi f_c t \quad (2-9)$$

이제 진폭 $R(t)$ 와 위상 $\psi(t)$ 를 식(2-10)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} X(t) &= R(t) \cos[\psi(t)] \\ Y(t) &= R(t) \sin[\psi(t)] \end{aligned} \quad (2-10)$$

식(2-10)를 식(2-9)에 적용하면 식(2-11)과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$e(t) = R(t) \cos[2\pi f_c t + \psi(t)] \quad (2-11)$$

최종적인 리미터-변별기의 출력은 위상의 시간에 대한 도함수이므로 식(2-12)와 같이 나타낼 수 있다.

X, Y, \dot{X} , \dot{Y} 사이의 결합 확률 밀도함수가 식(2-13) 와 같을 때[5],

$$p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) = \frac{1}{(2\pi)^2 \sigma_1 \sigma_2 (1-\rho^2)} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{X^2 + Y^2}{\sigma_1^2} + \frac{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}{\sigma_2^2} - \frac{2\rho(X\dot{Y} - \dot{X}Y)}{\sigma_1 \sigma_2} \right]\right) \quad (2-13)$$

여기서, $\sigma_1^2 = \sigma_a^2 + \sigma_n^2$

$$\sigma_2^2 = -\sigma_a^2 \ddot{\phi}_a(0) - \sigma_n^2 \ddot{\phi}_n(0) + \sigma_a^2 \dot{\phi}_a^2(t)$$

$$\sigma_1 \sigma_2 \rho = \sigma_a^2 \dot{\phi}_a(t)$$

식(2-10)으로부터 X, Y 의 시간에 대한 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{X} = \dot{R} \cos \psi - R \dot{\psi} \sin \psi \quad (2-14)$$

$$\dot{Y} = \dot{R} \sin \psi + R \dot{\psi} \cos \psi$$

식(2-10) 과 식(2-14) 로 부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$X^2 + Y^2 = R^2 \quad (2-15)$$

$$\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 = \dot{R}^2 + R^2 \dot{\psi}^2$$

$$X\dot{Y} - \dot{X}Y = R^2 \dot{\psi}$$

$$\frac{\partial(X, Y, \dot{X}, \dot{Y})}{\partial(R, \psi, \dot{R}, \dot{\psi})} = R^2$$

식(2-13) 과 식(2-15)으로부터 R, ψ , \dot{R} , $\dot{\psi}$ 사이의 결합 확률 밀도함수는 쉽게 구할 수 있고 그 결과식은 식(2-16) 과 같다.

$$p(R, \psi, \dot{R}, \dot{\psi}) = \frac{R^2}{(2\pi)^2 \sigma_1 \sigma_2 (1-\rho^2)} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{R^2}{\sigma_1^2} + \frac{\dot{R}^2 + R^2 \dot{\psi}^2}{\sigma_2^2} - \frac{2\rho R \dot{\psi}}{\sigma_1 \sigma_2} \right]\right) \quad (2-16)$$

<그림 3> 은 본 논문에서 적용한 1 비트 DFE 기법의 블록도이다.<그림 3> 의 DFE 회로는 식(2-17)로 주어지는 궤환 신호를 발생하기 위하여 앞선 샘플링 순간의 판정결과인 a_{-1} 를 이용한다.

$$\eta = 2nh\alpha_{-1}g(-T) \quad (2-17)$$

샘플링 순간 $t=0$ 에서의 변조 위상의 도함수인 식(2-7) 로 부터 궤환신호인 식(2-17)를 빼면 식(2-7)의 세번째항은 완벽하게 제거되어진다. 따라서 ISI 의 절반이 제거되어 지므로 시스템의 성능 향상을 예측할 수 있다.

변별기 검파 이후에 더 이상의 신호처리가 행해지지 않는다면 결정은 샘플링 순간에서 $\dot{\phi}(t)$ 의 극성에 의존한다. 그러나 DFE 기법을 적용할 경우 전송된 데이터에 대한 결정은 식(2-18)의 극성에 의존하게된다.

$$v(0) = \dot{\phi}(0) - \eta \quad (2-18)$$

$v(0)$ 의 확률 분포는 식(2-16) 에서 주어진 $\dot{\phi}(0)$ 의 확률 밀도함수로부터 랜덤 변수의 단순한 선형 변환을 통해 얻을 수 있고 그 결과식은 식(2-19)와 같다.

$$P(v) = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \right] \cdot (1-\rho^2) \cdot \left[v^2 + 2\left(\eta - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} v + \eta^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2 - 2\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \right]^{-3/2} \quad (2-19)$$

$\dot{\phi}_a(t)$ 가 데이터 열 $\{a_n\}$ 의 함수이므로 $a_0 = \pm 1$ 일때 조건 어려확률 역시 데이터 열 의 함수가 된다. 그러므로 전송된 신호가 mark 일때의 조건 어려확률은 식(2-20)과 같고 전송된 신호가 space 일때의 조건 어려확률은 식(2-21)과 같다.

$$P_{e,1}(\dots, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots) = \int_{-\infty}^0 p(\dot{\phi}|a_0=1, \dots, a_{-2}, a_{-1}, a_1, a_2, \dots) d\dot{\phi} \quad (2-20)$$

$$P_{e,-1}(\dots, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots) = \int_0^{\infty} p(\dot{\phi}|a_0=-1, \dots, a_{-2}, a_{-1}, a_1, a_2, \dots) d\dot{\phi} \quad (2-21)$$

따라서 평균 어려확률은 식(2-22)와 같다.

$$P_e = \frac{1}{2} \left[P_{e,1}(\dots, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots) + P_{e,-1}(\dots, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots) \right] \quad (2-22)$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)\rho - \eta}{\eta^2 - 2\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)\eta\rho + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{(1+\Gamma)\eta - \Gamma(2nh\alpha g(0) + \alpha_1 g(T) + \alpha_{-1} g(-T) \dots)}{\sqrt{1+\Gamma} \sqrt{(1+\Gamma)\eta^2 - \Gamma[2nh\alpha(zg(0) + \alpha_1 g(T) + \alpha_{-1} g(-T) \dots)] - 2nh^2 f_b^2} - 4nh^2(zg(0) + \alpha_1 g(T) + \alpha_{-1} g(-T) \dots)^2 + 2n^2 B_1^2 / \ln 2} \right\}$$

여기서, $\Gamma = \sigma_a^2 / \sigma_n^2$ (SNR)

$L \leq 4$ 인 PRCPM 신호에서 $n \geq 2$ 이면 $g(nT) \approx 0$ 이다.

결과적으로 ISI 에 주된 영향을 미치는 것은 근접한 비트들이다. 따라서 a_{-1}, a_1 에 대해서 평균값을 취하면 최종적인 평균 어려확률을 얻을 수 있다. 식(2-22)에 $\eta = 2nh\alpha_{-1}g(-T)$ 와 $h=1/2$ 를 대입하고, $n \geq 2$ 인 경우 $g(nT) \approx 0$ 라 놓으면 최종적인 PRCPM 신호의 평균 어려확률은 식(2-23)과 같다.

$$P_e = \frac{1}{8} \left[1 - \frac{\Gamma[g(0)-g(T)]+g(T)}{\sqrt{1+\Gamma} \sqrt{(1+\Gamma)g^2(T)+2\Gamma g(T)[g(0)-2g(T)]+\Gamma(2f_b^2 T^2)} + [g(0)-2g(T)]^2+2B_1^2/\ln 2} \right] \quad (2-23)$$

$$+ \frac{1}{8} \left[1 - \frac{\Gamma[g(0)-g(T)]-g(T)}{\sqrt{1+\Gamma} \sqrt{(1+\Gamma)g^2(T) - 2\Gamma g(T)g(0) + \Gamma(2f_b^2 T^2)} + [g(0) + 2g(T)]^2 + 2B_1^2/\ln 2} \right]$$

$$+ \frac{1}{8} \left[1 - \frac{\Gamma[g(0) + g(T)] + g(T)}{\sqrt{1+\Gamma} \sqrt{(1+\Gamma)g^2(T) + 2\Gamma g(T)g(0) + \Gamma(2f_b^2 T^2)} + [g(0) + 2g(T)]^2 + 2B_1^2/\ln 2} \right]$$

$$+ \frac{1}{8} \left[1 - \frac{\Gamma[g(0)+g(T)]-g(T)}{\sqrt{1+\Gamma} \sqrt{(1+\Gamma)g^2(T)-2\Gamma g(T)[g(0)+2g(T)]+\Gamma(2f_b^2 T^2)} + [g(0)+2g(T)]^2+2B_1^2/\ln 2} \right]$$

IV. 시뮬레이션 결과 및 고찰

<그림 2>에 나타낸 시스템 모델을 이용하여 PRCPM 신호의 주파수 검파에 DFE 기법을 적용한 경우의 비트 에러확률에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 알아 보았다.

반송 주파수가 900MHz이고 채널의 전송률이 16kbps 일때 시뮬레이션에 의한 이론적인 성능 분석은 레일레이 페이딩 조건에서 이동체의 속도 변화(0 ~ 100km/h)에 따른 페이딩률 f_{dT} 가 0.000 ~ 0.005일때 PRCPM 신호의 에러확률을 구하였다. 시뮬레이션에서 사용된 수신단의 대역폭과 여파기는 가우시안 특성을 갖고 이 여파기에 의한 신호의 왜곡은 없다고 가정하였으며, $B_bT=0.5, 1.0$ 에 대하여 각각의 에러확률을 구하였다.

<그림 4>는 3RC의 에러확률로서 $B_bT=0.5, f_{dT}=0.005, P_e=10^{-3}$ 에서 DFE 기법을 적용한 경우가 DFE 기법을 적용하지 않은 경우 보다 신호의 수신성능이 5dB 증가 하였다. <그림 5>는 3SRC의 에러확률로서 같은 조건에서 DFE 기법을 적용한 경우 DFE 기법을 적용하지 않은 경우 보다 신호의 수신성능이 7dB 증가 하였다. TFM의 에러확률은 <그림 6>에 나타내었고 같은 조건에서 DFE 기법을 적용한 경우 DFE 기법을 적용하지 않은 경우 보다 훨씬 큰 수신성능을 나타내었다. 또한 GMSK($B_bT=0.25$)의 에러확률은 <그림 7>에 나타내었고 같은 조건에서 DFE 기법을 적용한 경우 DFE 기법을 적용하지 않은 경우 보다 신호의 수신성능이 5dB 증가 하였다.

V. 결 론

본 논문에서는 1 비트 DFE 기법을 적용한 주파수 검파 방식을 이용해서 PRCPM 신호의 수신성능을 이론적으로 분석하였고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통해서 성능 향상을 확인하였다. 고속 레일레이 페이딩 채널에서 3RC 와 GMSK($B_bT=0.25$)는 DFE 기법을 적용한 경우가 DFE 기법을 적용하지 않은 경우 보다 5dB 의 성능 향상이 이루어 졌고, 3SRC 는 7dB 의 향상이 이루어 졌다. TFM 은 인접비트에 의한 ISI의 영향이 너무 커서 DFE 기법을 적용하지 않은 경우에는 전송된 신호의 복원이 거의 불가능 하나, DFE 기법을 적용할 경우 주파수 검파 방식으로도 신호의 복원이 가능함을 알 수 있었다.

참고 문헌

[1] T.Aulin, N.Rydbek, and C.E.Sundberg, "Continuous Phase Modulation-Part II: Partial Response Sign-

aling", IEEE Trans.on Comm., Vol.COM-29, No.3, pp. 210-225, March 1981.

[2] C.E.Sundberg, "Continuous Phase Modulation", IEEE Commu.Mag., pp.25-38, Apr.1986.

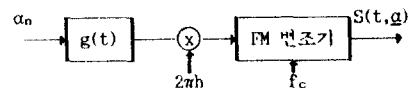
[3] F.de Jager and C.B.Dekker, "Tamed Frequency Modulation, A Novel Method to Achieve Spectrum Economy in Digital Transmission", IEEE Trans.Comm., Vol.COM-26, No.5, pp.534-542, May 1978.

[4] K.Murota and K.Hirade, "GMSK Modulation for Digital Mobile Radio Telephony", IEEE Trans.Comm., Vol.COM-29, July 1981, pp.1044-1050.

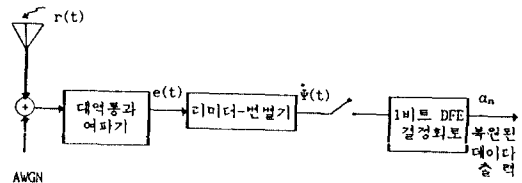
[5] K.Hirade et al., "Error-Rate Performance of Digital FM with Discriminator Detection in the Presence of Co-Channel Interference under Fast Rayleigh Fading Environment", Trans. IECE Japan, pp. 704-709, Sept.1978.

[6] K. Hirono et al., "Multilevel Decision Method for Bandlimited Digital FM with Limiter-Discriminator Detection", IEEE Trans Veh Tech, Vol.33, pp.114-122, 1984.

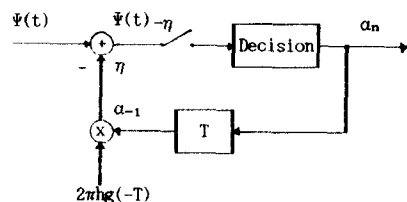
[7] Said M.Elnoubi, "Analysis of GMSK with Discriminator Detection in Land Mobile Radio Channels", IEEE Trans Veh.Tech., Vol.35, pp.71-76, 1986.



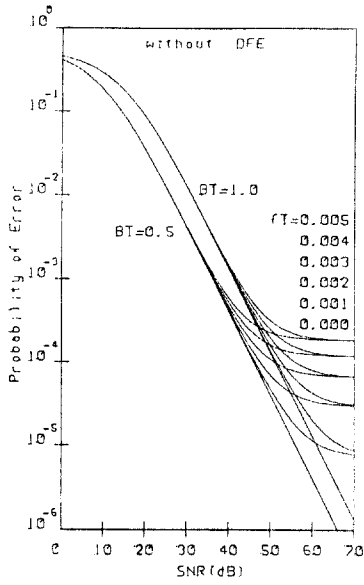
<그림 1> CPM 신호의 송신 블록도



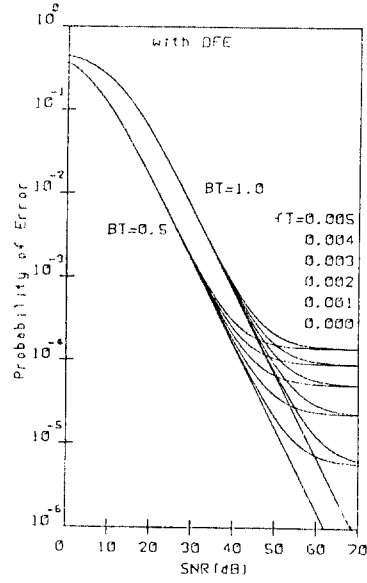
<그림 2> DFE 기법을 적용한 수신기의 블록도



<그림 3> 1 비트 DFE 기법의 블록도

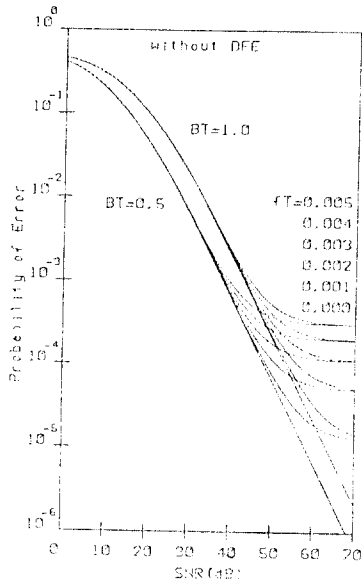


(a)

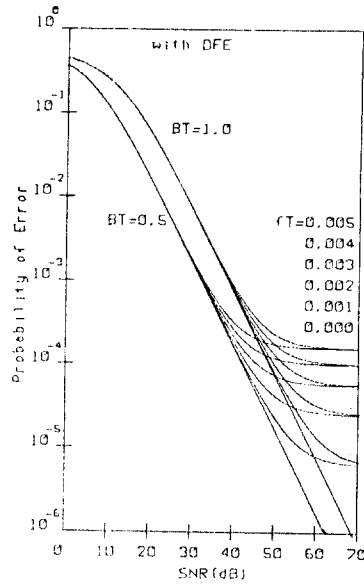


(b)

<그림 4> 3SRC의 에러확률

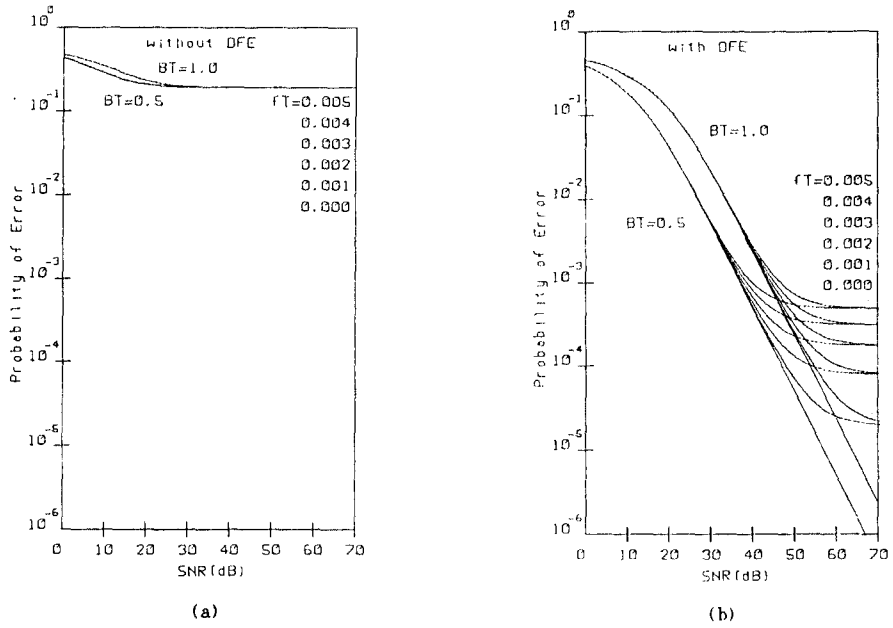


(a)

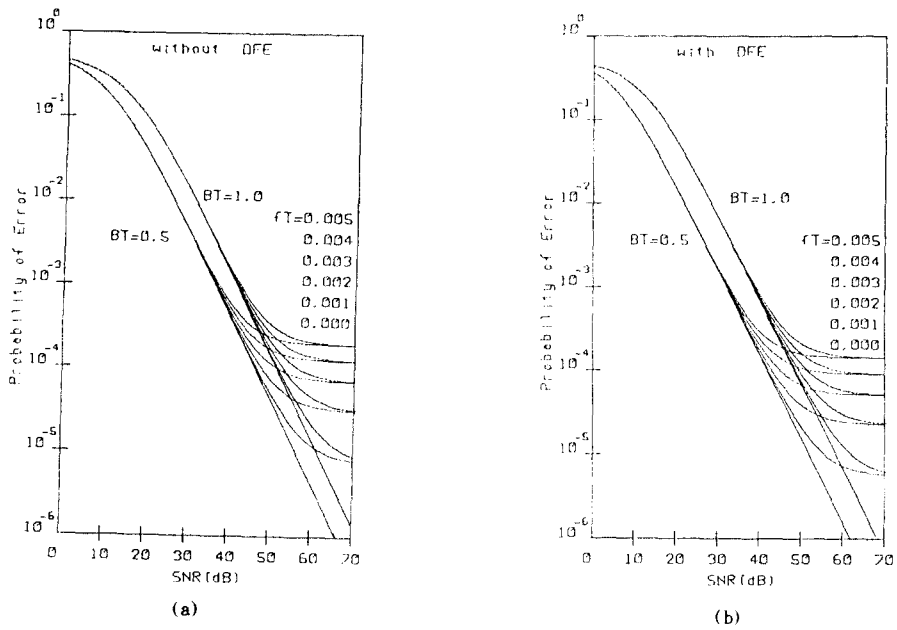


(b)

<그림 5> 3SRC의 에러확률



<그림 6> TFM의 에러확률



<그림 7> GMSK($D_bT=0.25$)의 에러확률