

저어널 베어링의 정특성에 미치는 급유 조건의 영향

정경민 · 김경웅

한국과학기술원 생산공학과

The effects of oil supply conditions on the static characteristics of plain journal bearings

Kyung-Min Jeong, Kyung-Woong Kim

Dept. of Production Engineering, KAIST

Abstract—It is known that the effects of oil supply conditions on the characteristics of plain journal bearings are significant and especially the dynamic characteristics are affected by cavity region.

For various shapes (axial groove, spiral groove, X-shape groove) and positions of oil grooves, the pressure distribution and the static performance of plain journal bearings are obtained with numerical methods. Elrods algorithm which implements JFO oil rupture/reformation boundary condition is used in order to take into account the effect of cavity region.

It is shown that in the cases of axial groove or X-shape groove the load capacity and the attitude angle are affected by the groove position but the effect of spiral groove position is less significant.

1. 서 론

저어널 베어링은 사용되어지는 기계의 안전과 효율을 유지하는 데 중요한 역할을 하고 있으므로 이에 대한 신뢰성있는 성능 해석이 필요한데 그 해석 결과는 고려하는 인자에 따라 차이가 많을 수 있으며 저어널 베어링의 표면에 가공된 급유홈의 형상과 위치도 그러한 예이다.

실제 사용되고 있는 저어널 베어링들의 표면에는 축방향의 —자형 급유홈이나 대각선 방향의 —자형 (또는 나선형) 급유홈, X자형 급유홈 등이 가공되어 있는데(그림 1) 이들이 베어링의 정적 성능에 미치는 영향에 대해 이제까지 많은 연구가 수행되어 왔으며 그 연구 결과에 따르면 급유홈의 형상과 급유압 등이 정적인 성능에 상당한 영향을 미치고^{1, 3)} 축방향 —자형 급유홈의 경우 그 위치와 급유 압력이 이에 의해 지지되고 있는 회전 축의 안정성에 큰 영향을 미친

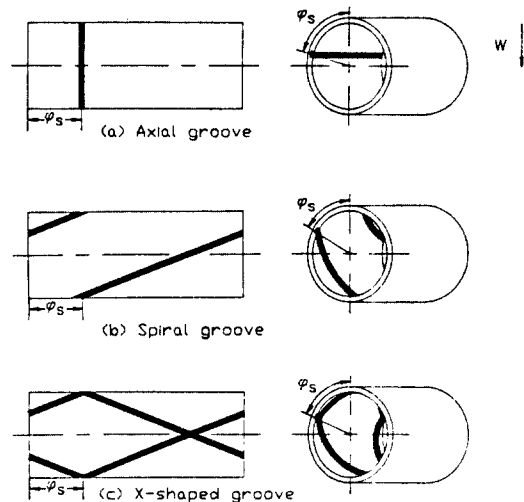


Fig. 1. Shapes of groove.

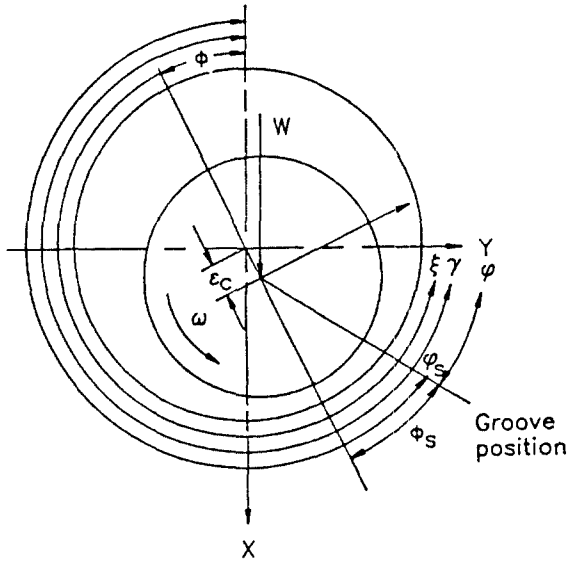


Fig. 2. Coordinate system.

다는 연구 결과⁴⁻⁶⁾가 있다.

하지만 대각선 방향의 一자형 급유홈이나 X자형 급유홈의 위치 변화에 따른 정적 성능의 차이와 이들이 베어링의 동적 성능에 미치는 영향에 대해서는 잘 알려져 있지 않다.

본 연구의 목적은 급유홈이 축 방향으로 一자형인 경우, 대각선 방향으로 一자형인 경우, X자형인 경우의 진원형 저어널 베어링의 압력 분포 및 정적 성능을 구하고 급유홈의 형상과 그 위치에 따른 성능 차이를 알아보는 것이며 이로써 이러한 베어링의 정적 설계 및 동특성 해석에 기초가 되고자 한다.

본 연구에서는 베어링 내의 유막 파단 영역이 베어링의 성능에 미치는 영향이 크다는 점을 감안하여 JFO 유막 파단 모델을 사용하였고 급유홈의 형상에 따라 달라지는 유막 파단 영역의 형태를 일관되게 처리하기 위해 Elrod's Algorithm을 사용하였다.

2. 이론해석

본 연구에서 해석할 베어링들은 유막 재형성 위치가 각각 다를 것이므로 이를 최대 유막 위치로 고정하지 않고 각각에 맞게 위치를 설정할 필요가 있다.

유막 재형성 위치를 고려하는 경계 조건에는 JFO (Jakobson-Olsson-Floberg) 경계 조건⁷⁾이 있는데 이 경계 조건은 파단 영역에서 압력구배가 없이 파단압

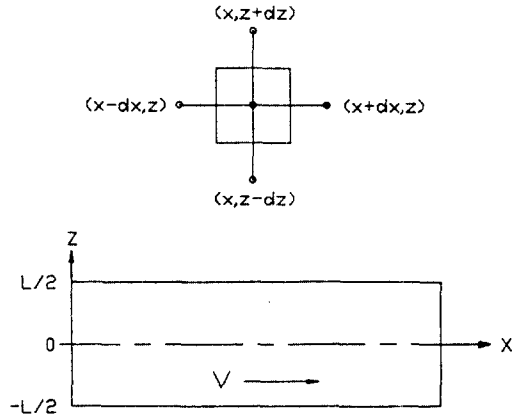


Fig. 3. Mesh and bearing surface.

력으로 압력이 일정하여 전단력에 의해 유체가 위아래 미끄러진 면에 줄무늬 형태로 붙어 흐른다고 파단 영역을 모델링하고 완전 유막과 파단 유막의 경계에 대해 질량 보존 원리를 적용함으로써 유도된다.

JFO의 유막 파단 경계 조건은 유막 파단 영역이 시작되는 경계에서 Reynolds 조건과 같이

$$P=0, \frac{\partial P}{\partial n}=0 \quad (1)$$

유막 파단이 끝나는 경계(유막 재형성 위치)에서

$$P=0, \frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial n} = \frac{V_n}{2}(1-\theta_n) \quad (2)$$

과 같이 표시되는데 여기에서 n 은 경계에 수직 방향을 의미하며 V_n 은 V 의 n 방향 성분이고 θ_n 은 유체가 파단 영역의 경계를 통과할 때 경계의 미소 요소의 길이에 대한 유체의 폭의 비율이다.

본 연구에서 사용하고자 하는 Elrod의 알고리즘^{10, 11)}은 유막의 시작과 끝을 우선 정하고 그 내부에 대해서만 Reynolds방정식을 푸는 방식이 아니라 유막의 완전/파단여부에 따른 유동표현의 차이를 미리 고려하여 유도된 압력에 대한 차분식^{10, 11)}을 전 영역에 적용하는 방식이다.

그 차분식은 스위치 함수 g 에 의해 완전 유막내에서는 Reynolds방정식의 차분식으로, 파단 영역에서는 전단류만 고려한 유량보존식으로, 두 영역의 경계에서는 JFO 경계 조건의 차분 형태로 나타난다.

이제부터는 Fig. 3과 같은 격자에 질량 보존 원리를 적용하여 Elrod 알고리즘을 유도하고 그 의미를 알아 보고자 한다. 격자안의 질량과 경계를 통과하는 질량

플럭스를 표시해 보면 격자내부가 완전 유막일 때에는 격자내 질량이 $\rho h dx dz$ 이고 질량플럭스가 격자내의 압력 P 로 표시되는 반면, 파단 유막일 경우에는 줄무늬 유막 폭 비 θ 에 의해 격자내의 질량이 $\rho \theta h dx dz$ 로 표시되고 질량 플럭스도 θ 로 표시된다.

그러므로 완전유막 격자에서의 미지수는 압력 P 이고 파단유막 격자에서의 미지수는 줄무늬 유막 폭 비 θ 이다. 좀더 구체적으로 질량 보존 식을 표현해 보면

$$\frac{\partial}{\partial t}(\text{격자내 질량}) = dz d\dot{M}_x + dx d\dot{M}_z \quad (3)$$

이며 여기에서 $d\dot{M}_x$ 는 x방향플럭스 차이이고, $d\dot{M}_z$ 는 z방향플럭스 차이이다.

각 항을 다시 표현하면

격자내 질량은

완전유막 격자인 경우 $\rho h dx dz$

파단유막 격자인 경우 $\rho \theta h dx dz$

이고,

질량 플럭스 차는

$$d\dot{M}_x = d\dot{M}_x)_c + d\dot{M}_x)_p, \quad d\dot{M}_z = d\dot{M}_z)_c + d\dot{M}_z)_p$$

로 전단력에 의한 질량 플럭스 차 $d\dot{M}_x)_c$, $d\dot{M}_z)_c$ 와 압력 구배에 의한 질량 플럭스 차 $d\dot{M}_x)_p$, $d\dot{M}_z)_p$ 의 합으로 나타난다.

2-1. 전단력에 의한 질량 플럭스 차 $d\dot{M}_x)_c$ 와 $d\dot{M}_z)_c$

전단력에 의해 두 영역의 경계 $x-dx/2$ 를 통과하는 x방향 질량 플럭스의 표현은 두 영역 $x-dx$ 와 x 의 완전/파단여부에 따라 다음과 같다. 여기에서 i 는 x 위치를 나타내고 $i-1$ 은 $x-dx$ 위치를 나타낸다.

		유 막 상 태			
영역	$x-dx$	완 전	완 전	파 단	파 단
	x	완 전	파 단	완 전	파 단
$\dot{M}_x)_c$	$x-dx/2$	$\frac{\rho V h_i + h_{i-1}}{2}$	$\frac{\rho V}{2} h_{i-1}$	$\frac{\rho \theta_{i-1} V}{2} h_{i-1}$	$\frac{\rho \theta_{i-1} V}{2} h_{i-1}$

위와 같이 격자면 양 측 유막의 상태에 따라 격자면을 통과하는 질량플럭스가 다르므로 유막 상태에 따라 0 또는 1값을 가지는 스위치 함수 g 를 도입한다.

$$g(\text{유막상태}) = \begin{cases} 1 & \text{유막상태=완전} \\ 0 & \text{유막상태=파단} \end{cases}$$

이를 이용하면 $x-dx/2$ 면을 통과하는 전단력에 의한 x방향 질량 플럭스인

$$\dot{M}_x)_{c, x-dx/2} = \frac{\rho V}{2} [\theta_{i-1} h_{i-1} (1-g_{i-1}) + g_{i-1} h_{i-1} + g_i g_{i-1} \frac{(h_i - h_{i-1})}{2}]$$

마찬가지로 $x+dx/2$ 면을 통과하는 전단력에 의한 x방향 질량 플럭스인 그러므로

$$\dot{M}_x)_{c, x+dx/2} = \frac{\rho V}{2} [\theta_i h_i (1-g_i) + g_i h_i + g_i g_{i+1} \frac{(h_{i+1} - h_i)}{2}]$$

그러므로

$$\begin{aligned} d\dot{M}_x)_c &= \dot{M}_x)_c, x-dx/2 - \dot{M}_x)_c, x+dx/2 \\ &= \frac{\rho V}{2} [\theta_{i-1} h_{i-1} (1-g_{i-1}) + g_{i-1} h_{i-1} + g_i g_{i-1} \frac{(h_i - h_{i-1})}{2}] - \frac{\rho V}{2} [\theta_i h_i (1-g_i) + g_i h_i + g_i g_{i+1} \frac{(h_{i+1} - h_i)}{2}] \end{aligned} \quad (4)$$

전단력에 의한 z방향의 질량 플럭스 차 $d\dot{M}_z)_c$ 도 이와 마찬가지로이다.

2-2. 압력 구배에 의한 질량 플럭스 차 $d\dot{M}_x)_p$ 와 $d\dot{M}_z)_p$

압력 구배에 의해 두영역의 경계 $x-dx/2$ 를 통과하는 x방향 질량 플럭스의 표현은 두 영역 $x-dx$ 와 x 의 완전/파단여부에 따라 다음과 같다.

		유 막 상 태			
영역	$x-dx$	완 전	완 전	파 단	파 단
	x	완 전	파 단	완 전	파 단
$\dot{M}_x)_p$	$x-dx/2$	$-\frac{\rho h^3 P_i - P_{i-1}}{12\mu dx}$	$\frac{\rho h^3 P_{i-1}}{12\mu dx}$	$-\frac{\rho h^3 P_i}{12\mu dx}$	0

따라서 $x-dx/2$ 면을 통과하는 압력 구배에 의한 x방향 질량 플럭스인

$$\dot{M}_x)_p, x-dx/2 = -\frac{\rho h^3}{12\mu} \Big|_{i-1/2} \left(\frac{g_i P_i - g_{i-1} P_{i-1}}{dx} \right)$$

마찬가지로 $x+dx/2$ 면을 통과하는 압력 구배에 의한 x방향 질량 플럭스인

$$\dot{M}_x)_p, x+dx/2 = -\frac{\rho h^3}{12\mu} \Big|_{i+1/2} \left(\frac{g_{i+1} P_{i+1} - g_i P_i}{dx} \right)$$

결국

$$d\dot{M}_x)_p = -\frac{\rho h^3}{12\mu} \Big|_{i-1/2} \left(\frac{g_i P_i - g_{i-1} P_{i-1}}{dx} \right) + \frac{\rho h^3}{12\mu} \Big|_{i+1/2} \left(\frac{g_{i+1} P_{i+1} - g_i P_i}{dx} \right) \quad (5)$$

압력 구배에 의한 z방향의 질량 플럭스 차 $d\dot{M}_z)_p$ 도 이와 마찬가지로이다.

2-3. 결과식과 그 의미

우선 정상 상태이고 길이가 무한한(즉 z방향으로 무한한, 또는 $d\dot{M}_z=0$) 베어링의 경우에 식 (3)으로부터

$$d\dot{M}_x=0 \quad (6)$$

식 (4)와 식 (5), 식 (6)으로부터

$$(1-g_{i-1})C_1\theta_{i-1} + g_{i-1}C_2P_{i-1} + (1-g_i)C_3\theta_i + g_iC_4P_i + g_{i+1}C_5P_{i+1} = C_6 \quad (7)$$

이 유도되며, 이때

$$C_1 = h_{i-1}, \quad C_2 = \frac{dx}{6\mu V} (h_{i-1/2})^3, \quad C_3 = h_{i-1},$$

$$C_4 = -\frac{dx}{6\mu V} (h_{i-1/2} + h_{i+1/2})^3,$$

$$C_5 = -\frac{dx}{6\mu V} (h_{i+1/2})^3,$$

$$C_6 = g_i h_i + g_i g_{i+1} \frac{h_{i+1} - h_i}{2} - g_{i-1} h_{i-1}$$

$$- g_i g_{i-1} \frac{h_i - h_{i-1}}{2}$$

과 같다.

식 (7)을 보면 i-1점의 완전/파단여부(즉 g_{i-1} 이 1인지 0인지)에 따라 i-1점에서의 미지수 θ_{i-1} 과 P_{i-1} 중에 하나만 남게된다. i점 또한 마찬가지로 i+1점의 경우에는 완전/파단여부에 따라 미지수 P_{i+1} 이 남기도 하고 없어지기도 한다.

이는 2차원의 경우에도 마찬가지이다.

그러므로 초기에 각 절점의 유막 상태를 가정해주면 각 절점마다 미지수가 한개만 남게 되므로 이들을 구하고 그 결과로부터 다시 유막 상태를 가정하는 방법

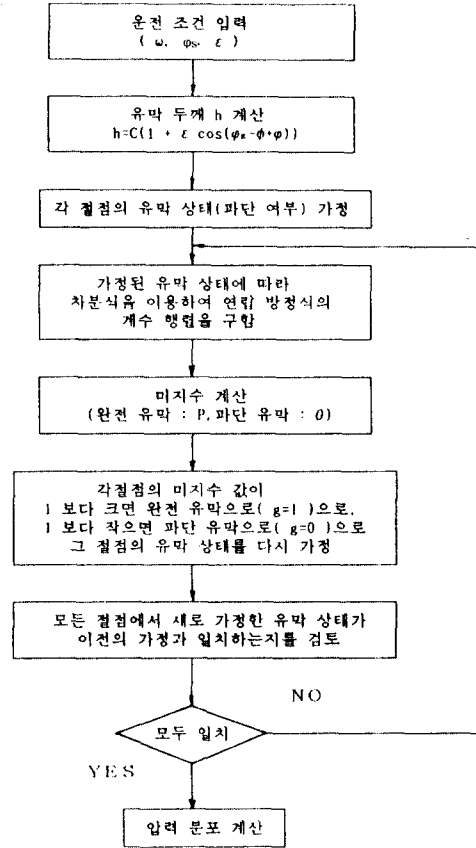


Fig. 4. Flowchart of elrods algorithm.

을 계속 반복하면 각 점에서의 미지값을 구할 수 있다. 계산 과정은 Fig.4의 순서도와 같다.

베어링 경계에서의 조건은 다음과 같다.

베어링의 축방향 양단의 유막압력은 대기압이다.

$$\text{즉 } P|_{x=L_1} = P|_{x=L_2} = P_a$$

베어링의 급유홈 위치에서 유막압력은 급유압이며 본 계산에서는 대기압으로 급유하는 경우에 대해서 해석하였다.

즉 급유홈에서 압력 $P=P_s(=P_a)$ 이며 급유홈의 두께는 무시하였다.

베어링의 성능은 윤활제의 점도 변화나 베어링의 L/D, 회전속과 베어링 중심축의 불평행 정도 등에 의해 많이 달라지는데 본 연구에서는 윤활제의 점도가 일정하다고 가정하고 L/D가 1, 회전속과 베어링 중심

축이 평행한 경우에 대해 계산해 보았다.

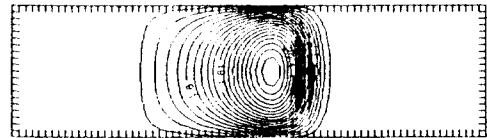
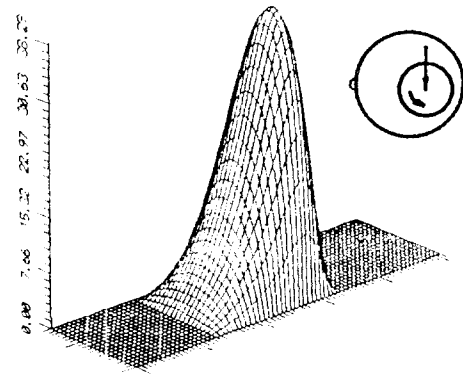
축방향의 \rightarrow 자형 급유홈의 경우 Column method를 사용하였고 대각선 방향의 \rightarrow 자형 급유홈과 X자형 급유홈의 경우에는 ADI method를 사용하였으며 원주방향으로 절점수는 72, 축방향으로는 20으로 균등하게 나누었다.

3. 결 과

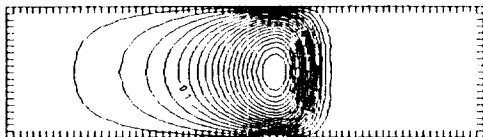
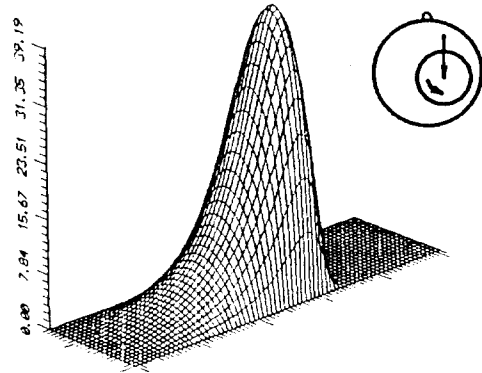
3-1. 압력 분포

Fig. 5는 축 방향의 \rightarrow 자형 급유홈에 대해, Fig. 6은 대각선의 \rightarrow 자형 급유홈에 대해, Fig. 7은 X자형 급유홈에 대해 급유 위치를 바꾸어 가며 편심율 0.7에서의 압력 분포를 하중이 가해지는 지점에 대해 편진 베어링 면위에 3차원과 2차원적으로 각각 나타낸 것이며 단위는 $K \cdot Pa$ 이다.

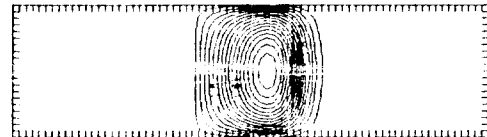
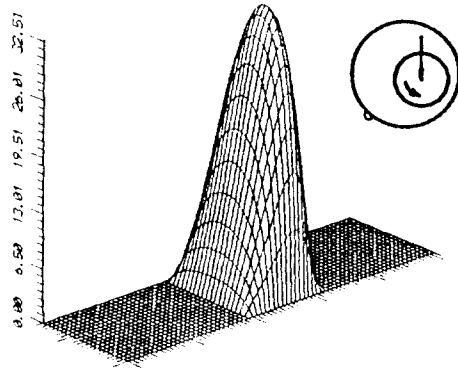
급유 홈의 형상때문에 축 방향의 \rightarrow 자형 급유홈의 베어링과 X자형 급유홈의 베어링은 압력 분포가 $z=0$ 선을 중심으로 상하 대칭인 반면 대각선의 \rightarrow 자형 급유홈의 베어링의 경우의 압력 분포는 상하 대칭이 아니다.



(b) $\phi_0 = 90^\circ$



(a) $\phi_0 = 0^\circ$



(c) $\phi_0 = 125^\circ$

Fig. 5. Pressure distributions of axial groove bearing for various groove position.

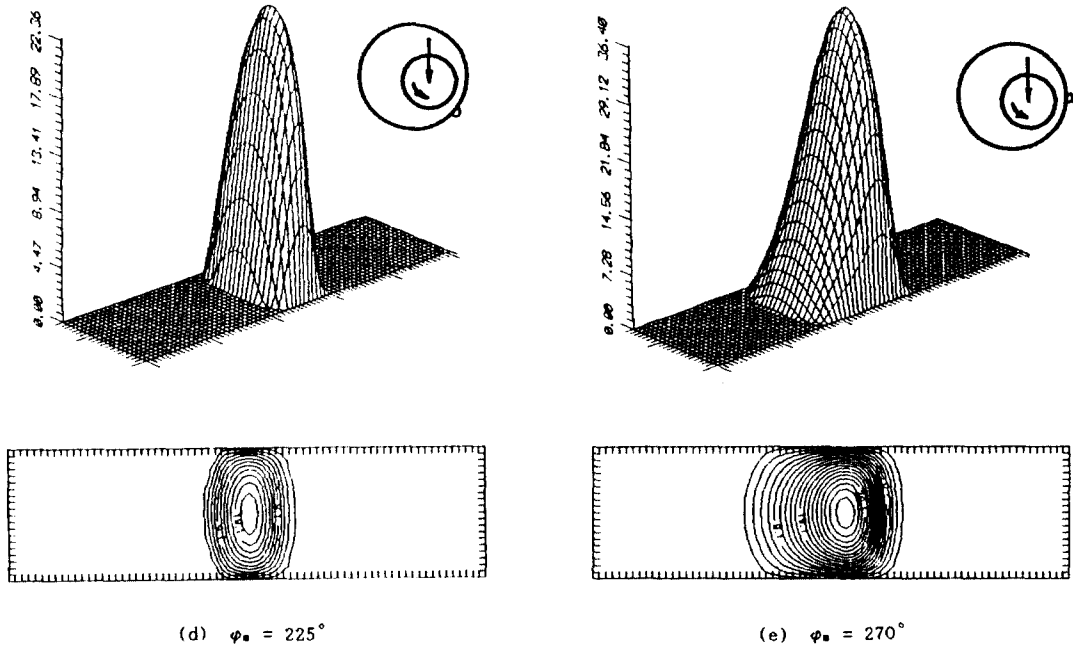


Fig. 5. (Continued)

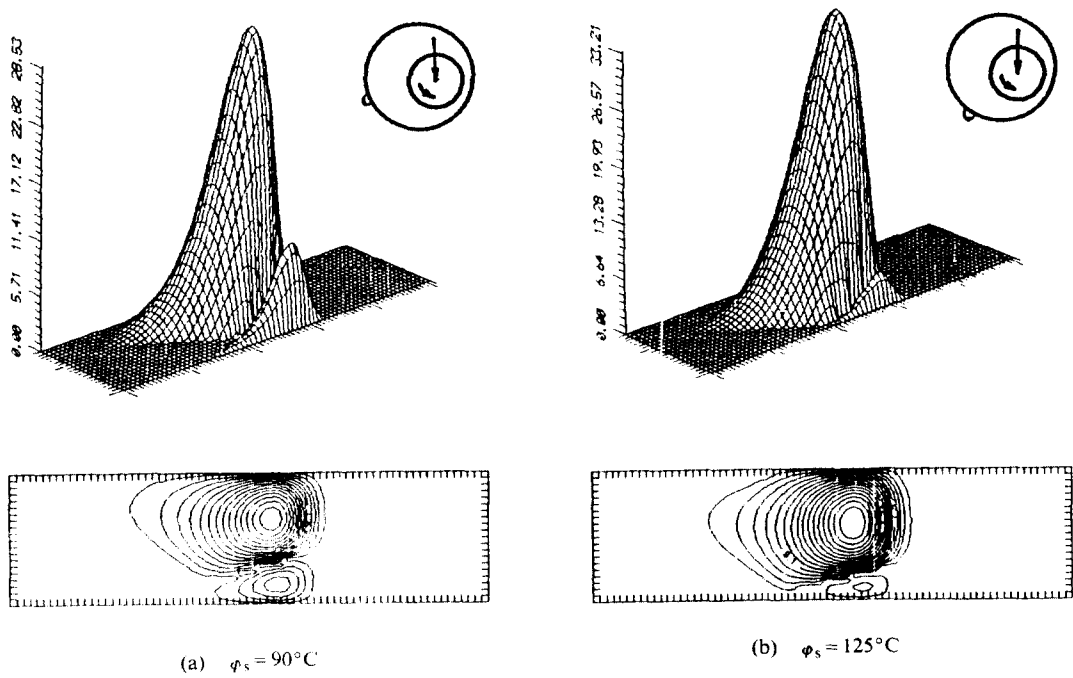
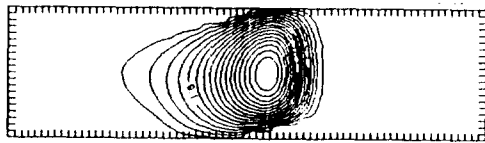
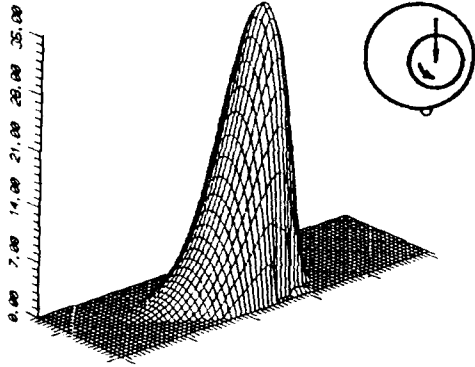
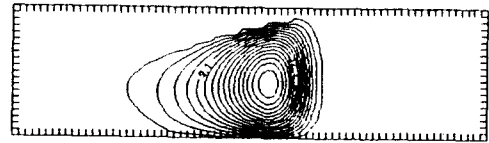
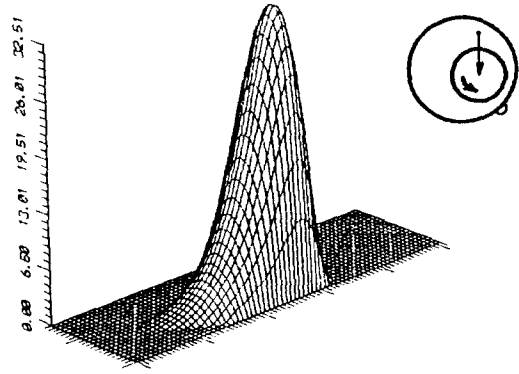


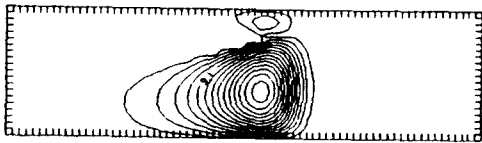
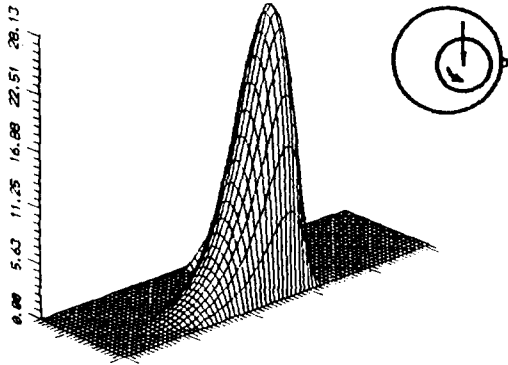
Fig. 6. Pressure distributions of spiral groove bearing for various groove position.



(c) $\varphi_s = 180^\circ$



(d) $\varphi_s = 225^\circ$



(e) $\varphi_s = 270^\circ$

Fig. 6. (Continued)

3-2. 부하 능력

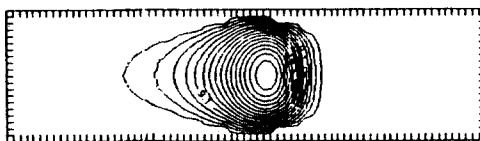
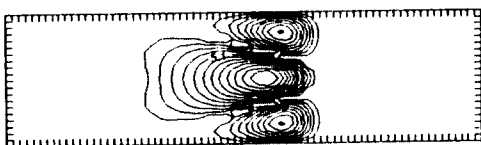
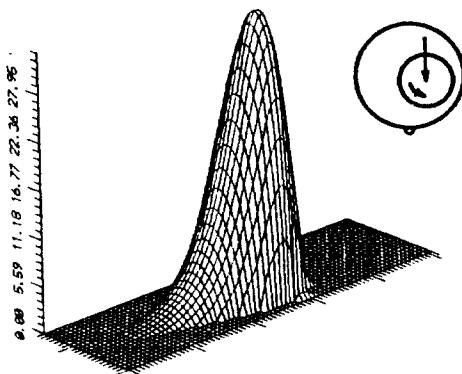
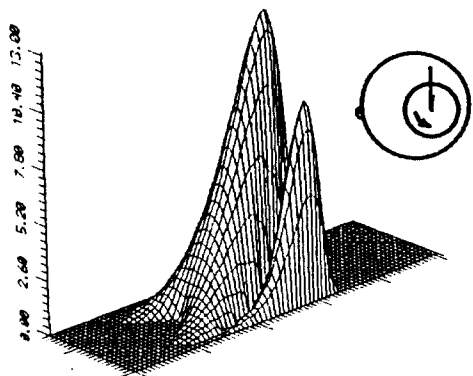
Fig. 8의 (a), Fig. 8의 (b), Fig. 8의 (c)는 Sommerfeld 수에 따른 편심율의 변화를 급유홀의 시작 위치 φ_s 에 대해 나타낸 것이다. Fig. 8의 (a)는 축방향 -자 급유홀에 대해, Fig. 8의 (b)는 대각선 방향 -자 급유홀에 대해, Fig. 8의 (c)는 X자형 급유홀에 대해 나타낸다.

Fig. 8의 (a)로부터 축방향 -자 급유홀의 경우 많이 사용되는 급유홀 위치인 0° 에서 부하 능력이 제일 크며 90° 에 급유해도 0° 의 경우와 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 그리고 225° 위치에 급유할 때 부하 능력이 가장 작게 나타나 있다. 하지만 편심율이 커질수록 부하능력의 차이가 줄어들음을 알 수 있다.

Fig. 8의 (b)로부터 대각선의 -자형 급유홀의 경우에는 축방향 -자 급유홀의 경우에 비해 급유 위치 변동에 따른 부하 능력의 변화가 작음을 알 수 있다.

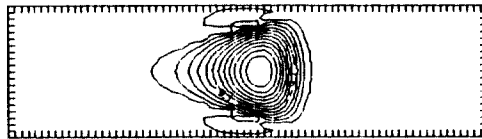
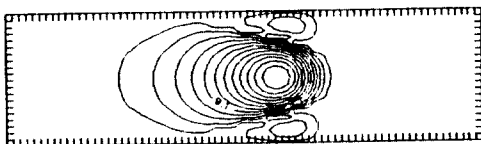
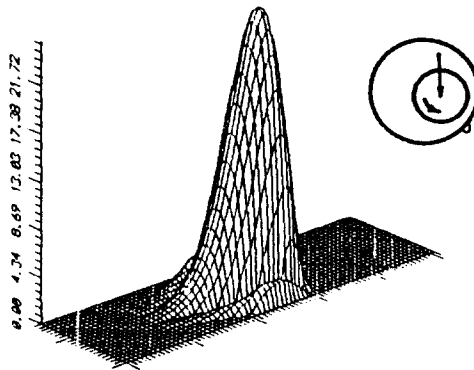
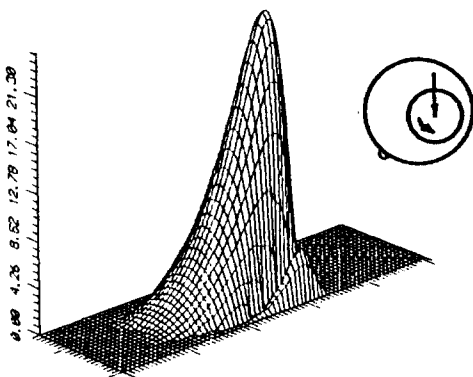
Fig. 8의 (c)로부터 X자형 급유홀의 경우에는 급유 위치 변동에 따른 부하 능력의 변화가 큼을 알 수 있다.

Fig. 9의 각 급유홀의 위치에 대해 편심위치를 나타낸다. Fig. 9의 (a)는 축방향 -자 급유홀에 대해, Fig. 9의 (b)는 대각선 방향 -자 급유홀에 대해, Fig. 9의



(a) $\varphi_n = 90^\circ$

(c) $\varphi_n = 180^\circ$



(b) $\varphi_n = 125^\circ$

(d) $\varphi_n = 225^\circ$

Fig. 7. Pressure distributions of X-shaped groove bearing for various groove position .

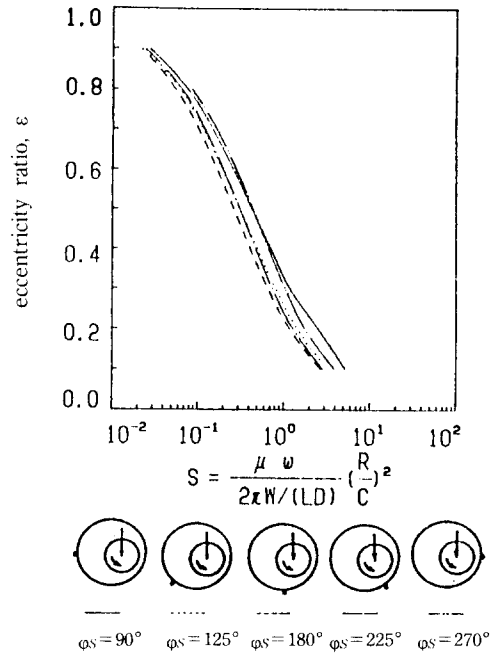
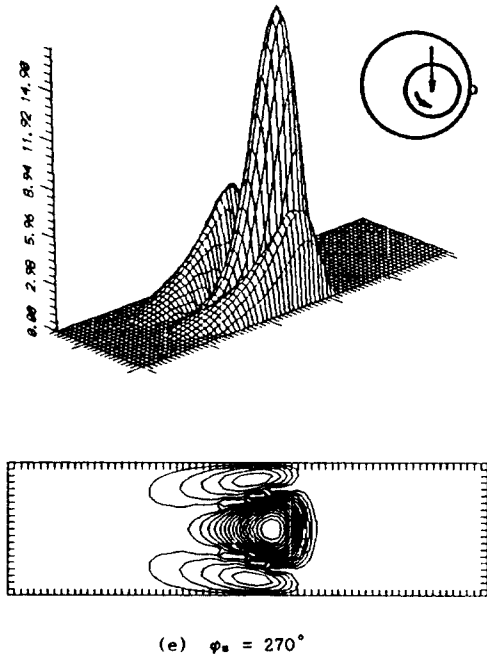


Fig. 7. (Continued)

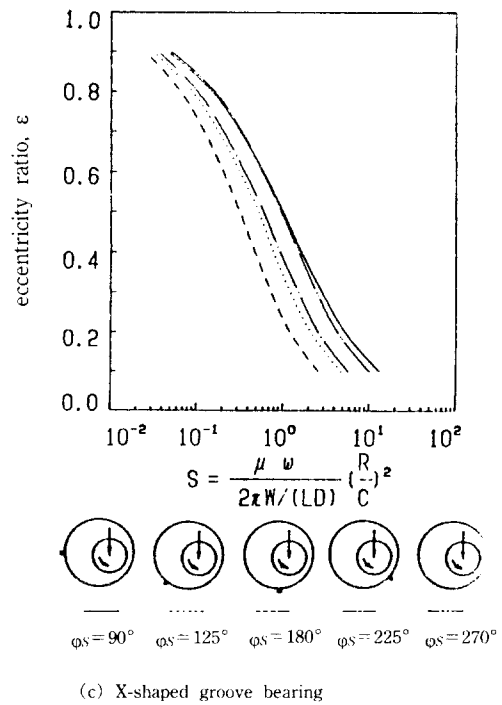
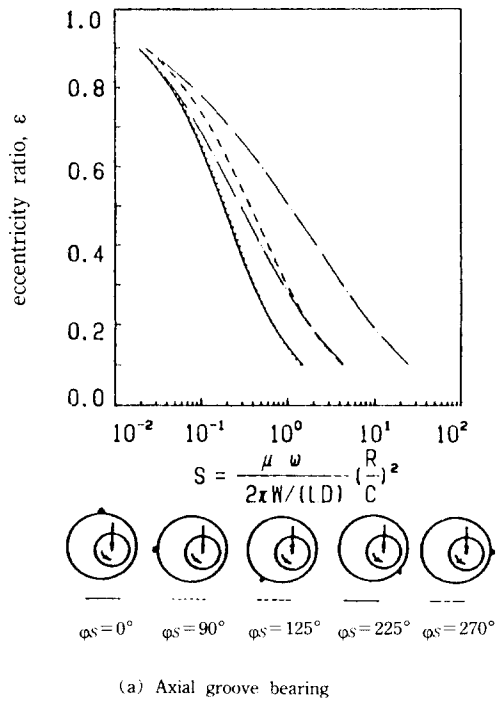
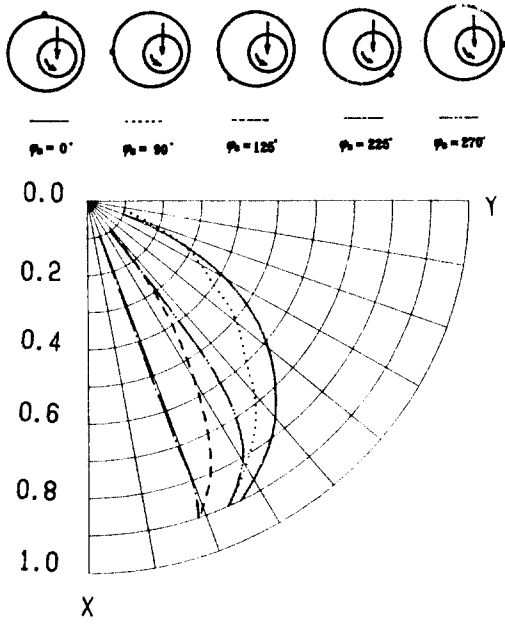
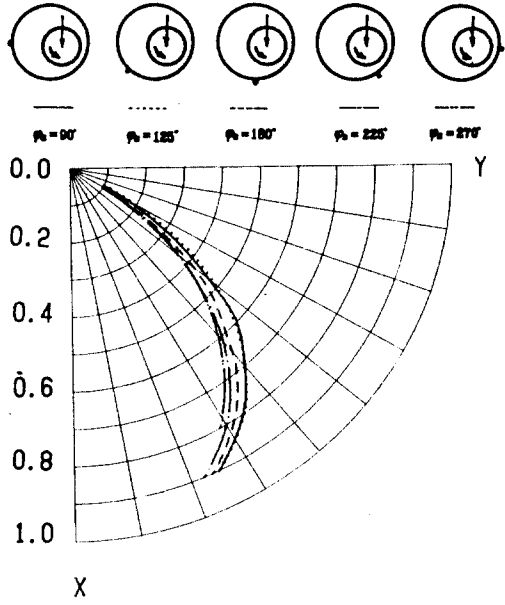


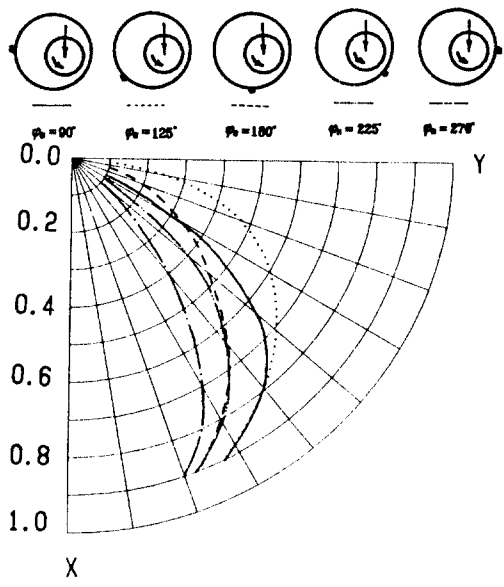
Fig. 8. Eccentric ratio vs. Sommerfeld number for various groove position.



(a) Axial groove bearing



(b) Spiral groove bearing



(c) X-shaped groove bearing

(c)는 X자형 급유홈에 대해 나타낸다. 그림의 1/4원은 틈새원(clearance circle)으로서 원점으로 부터의 거리가 편심율을 나타내며 수직 축과의 각이 편심각을 나타낸다. 축방향 --자 급유홈의 경우와 X자형 급유홈의 경우에는 대각선의 --자형 급유홈의 경우에 비해 급유 위치 변동에 따른 편심각의 변화가 크다. 축방향 --자 급유홈의 경우 급유홈의 위치가 225° 일때 편심각이 상대적으로 작다.

4. 결 론

1. 본 연구에서는 축방향의 --자형 급유홈, 대각선 방향의 --자형 급유홈, X자형 급유홈의 위치에 따라 베어링의 압력 분포, 부하 능력과 편심각을 구하였다.
2. 베어링의 성능 해석시 Cavity영역의 설정이 중요하다라는 점을 감안하여 Elrod 알고리즘을 이용하였고, JFO 파단 경계 조건을 만족시키는 압력 분포를 구할 수 있었다.
3. 일반적으로 많이 사용되는 축방향의 --자형 급유홈으로 공급할 때 공급위치가 최대 유막 위치 부근에 있는 경우에는 부하 능력, 편심각이 거의 같다.
4. 부하 능력과 편심각을 볼 때 축방향의 --자형

Fig. 9. Static equilibrium trace for various groove position.

급유홈, X자형 급유홈의 위치 변화의 영향이 대각선 방향의 一자형 급유홈의 위치 변화의 영향보다 크다.

5. 부하 능력은 축방향의 一자형 급유홈으로 0°와 90°에서 윤활유를 공급할 때가 다른 형상의 급유홈에 비해서 좋다.

기 호 설 명

L : 베어링의 길이, 베어링의 축방향 양단의 거리

\dot{M} : 질량 플럭스

$d\dot{M}_x, d\dot{M}_z$: x방향, z방향으로의 질량 플럭스 차
 $d\dot{M}_x)_c, d\dot{M}_z)_c$: 전단력에 의한 x방향, z방향 질량 플럭스 차

$d\dot{M}_x)_p, d\dot{M}_z)_p$: 압력 구배에 의한 x방향, z방향 질량 플럭스 차

$\dot{M}_x)_c, x-dx/2, \dot{M}_x)_c, x+dx/2$: x-dx/2위치의 경계, x+dx/2위치의 경계를 통과하는 전단력에 의한 x방향 질량 플럭스

$\dot{M}_x)_p, x-dx/2, \dot{M}_x)_p, x+dx/2$: x-dx/2위치의 경계, x+dx/2위치의 경계를 통과하는 압력 구배에 의한 z방향 질량 플럭스

P : 압력

R : 베어링의 반경, $R=D/2$

V : 미끄럼 면의 속력 $V=|V|=R\omega$

V : 미끄럼 면의 속도

W : 하중, 축에 가해지는 힘

X : 하중 방향으로의 좌표 (Fig. 2)

Y : 하중 방향에 수직인 좌표 (Fig. 2)

e : 편심량, 하중에 의해 축의 중심이 베어링 중심으로 부터 벗어난 거리

g : 스위치 함수, 완전 유막 상태일 때 1
 파단 유막 상태일 때 0

h : 유막 두께

t : 시간

x : 베어링을 펼쳤을 때 원주방향으로의 좌표, ξ 와 같음 (Fig. 3)

z : 베어링을 펼쳤을 때 축방향으로의 좌표 (Fig. 3)

γ : -X축을 기준으로한 원주 방향으로의 좌표 (Fig. 2)

e : 편심율, e/C

θ : 파단 영역에서 유막이 차지하는 비율

μ : 윤활유의 점도

ξ : 최대 유막 위치를 원점으로한 원주방향 좌표 (Fig. 2)

ρ : 윤활유의 밀도

ϕ : 편심각, 축의 중심이 편심된 방향의 각도(하중 방향을 기준) (Fig. 2)

ϕ_0 : 최소 유막 위치부터 급유홈 시작 위치까지의 각도 (Fig. 2)

ϕ : 급유홈 시작 위치를 원점으로한 원주방향 좌표 (Fig. 2)

ϕ_0 : -X축에 대한 급유홈 시작 위치, $\phi+\xi=\phi_0+\phi$ (Fig. 2)

ω : 회전 각속도, $\omega=V/R$

참 고 문 헌

1. Ken IKEUCHI, and Haruo MORI, "An analysis of lubricating film journal bearings-Effect of oil supply condition on the static performance", JSLE, 1984. No. 4.
2. Mokhtar, M.O.A., Abdel-Rahman, M.A.M. and Safer Z.S., "Analysis of misaligned journal bearings with axial and spiral feeding", Wear, 85, 1983, pp.331-337.
3. Mokhtar, M.O.A., Abdel-Rahman M.A.M., "Hydrodynamic performance of lubricated journal bearings with axial spiral oil feedings", Wear, 101, 1985, pp.169-179.
4. Brindley, J., Elliott, L. and Macay J.T., "The role of cavitation in whirl instability in rotor bearing: 1. The π -film model", A.S.M.E. J. of applied mechanics, Vol 50, 1983, pp.877-885.
5. Brindley, J., Elliott, L., Macay J.T., "The role of cavitation in whirl instability in rotor bearing: 2. Effect of oil inlet position and supply pressure", A.S.M.E. J. of applied mechanics, Vol 50, 1983, pp.886-890.
6. Yatao Zhang, "Dynamic properties of flexible journal bearings of infinite width considering oil supply condition and pressure", Wear, 130, 1989, pp.53-68.
7. Dowson, D., Ruddy A.V., Sharp R.S. and Taylor C.M., "An analysis of circumferentially grooved journal bearing with consideration of lubricant film reformation", Proc. Inst. Mech. Engrs. Vol. 199, 1985, pp.27-34.
8. Rowe W.B., Chong F.S., "A computational algorithm for cavitating bearings", Tribology international, Vol. 17, No. 5, 1984, pp.243-250.
9. Jakeman, R.W., "A numerical analysis method based on flow continuity for hydrodynamic journal bearing", Tribology international, Vol. 17, No. 6, 1984, pp.325-333.

10. Elrod H.G., "A cavitation algorithm", *Jnl. of Lub. Tech., Trans. A. S. M. E., Series, F*, Vol. 103, 1981, July, pp.350-354.
11. Dowson, D., Miranda A.A.S. and Taylor C.M., "Implementation of an algorithm enabling the determination of film rupture and reformation boundaries in a liquid film bearing", *Leed-lyon symposium on Developments in Numerical and Experimental methods applied to tribology*, pp.60-75.
12. Brewe D.E., "Theoretical modeling of the vapor cavitation in dynamically loaded journal bearing", *J. of Trib., Vol. 108, Oct., 1986*, pp.628-638.
13. Woods C.M., Brewe D.E., "The solution of Elrod algorithm for dynamically loaded journal bearing using multigrid techniques", *J. of Trib., Vol. 3, Apr., 1989*, pp.302-308.