

경계요소법을 이용한 구조물과 지반사이의 동적상호 작용 해석 전산 프로그램 : SSI2D/3D

Computer Program for the solution of the Soil-Structure-Interaction
Problem using the Boundary Element Method : SSI2D/3D

許 榮*
Huh, Young

ABSTRACT

SSI2D/3D is a computer program to calculate dynamic stiffness matrix of the foundation for soil-structure-interaction problem in frequency domain. It is written in FORTRAN 77 and applicable to two or three dimensional situations.

In this paper the program structure is summarized. Two examples are shown to demonstrate the possibilities of the Boundary Element Method applied to dynamic problems in infinite domains.

1. 서론

동적하중에 의한 구조물의 반응은 지반과의 동적 상호작용에 영향을 받는다. 이때, 구조물을 지지하고 있는 지반은 무한영역임으로, 지반내부로 퍼져나가는 파동의 초기진동 에너지는 소산된다. 이러한 에너지 소산 현상은 geometric damping으로 정의되며 구조물과 지반간의 상호작용을 취급하는데 근본적인 어려움으로 지적된다. 여러학자에 의해 이러한 문제의 극복을 위한 좋은 해석방법으로 경계요소법이 제시되고 있다.

본 논문에서 소개하고자 하는 경계요소법 전산 프로그램인 SSI2D/3D는 이러한 요구에 부응키 위해 2차원 또는 3차원 문제에서 지반의 동적 강성 matrix를 사용자가 경계요소법에 대한 이해없이도 간편히 쓸 수 있도록 쓰여졌다.

본 논문에서는 경계요소법의 간단한 설명과 함께 프로그램의 구성을 소개한 뒤 몇가지 예제를 보여준다.

2. 이론적 배경

본 절에서는 자세한 수학적 공식이나 역학적관계의 언급없이 경계요소법으로의 상호작용 문제 해결을 위한 중요한 가정만을 기술코져 한다.

실제로 비선형물질인 지반은, 실무에서 사용할 목적으로 선형특성을 갖고 있는것으로 취급되었다. 여기서 얻어지는 주요장점은 중첩의 원리가 사용가능케 되는 것이다. 이 가정에 사용되는 선형이론에 의해 선형탄성이며 isotropic 물체의

거동을 나타내는 운동방정식인 Navier's equation을 초기및 경계 조건과 함께 주파수영역으로 변환하여 다음식을 얻는다.

$$(c_p^2 - c_s^2) \ddot{u}_{k,k} + c_s^2 \ddot{u}_{i,jj} + \omega^2 \ddot{u}_i = -\frac{1}{\rho} P_i \quad (1)$$

$i, j, k = 1, 2, 3$

c_s : s-wave 전파속도

c_p : p-wave 전파속도

ρ : 밀도

\ddot{u}_i : 변위

P_i : body force

식 (1)은 Cruse/Rizzo¹⁾에 의해 유도된 full space - solution과 Betti의 reciprocal theorem에 의해 경계요소법을 위한 기본식 (2)를 얻는다 :

$$u_j(x^\alpha) = \int_{\Gamma_1} (t_i \ddot{U}_{ij}^\alpha - \ddot{T}_{ij}^\alpha \bar{u}_i) d\Gamma + \int_{\Gamma_2} (\bar{t}_i \ddot{U}_{ij}^\alpha - \ddot{T}_{ij}^\alpha u_i) d\Gamma, \quad x^\alpha \in \Omega \quad (2)$$

* 정회원, 주택공사 주택연구소 선임연구원, 공박

위의 식에서 body force는 고려되지 않았으며 무한 경계에서의 값은 무시되어 있다. \bar{u}_{ij}^α 여기서 fundamental solution 인 \bar{u}_{ij}^α 는 x^α 점에서 j 방향으로 작용하는 단위힘 P_j 에 의해 생기는 i 방향의 변위이다. 경계에서 미지수인 변위 u_j 와 응력 t_j 를 계산키 위해 Cauchy's principle value 개념을 도입해 식 (2)로부터 smooth boundary에서의 경계적분식인 식 (3)을 얻는다 :

$$\frac{1}{2} u_j(x^\alpha) = \int_{\Gamma} (t_i \bar{u}_{ij}^\alpha - \bar{T}_{ij}^\alpha u_i) d\Gamma \quad \text{-----}(3)$$

식 (3)은 경계요소법의 기본식으로 이 식의 계산을 위해 지반의 표면과 지층사이의 변형과 응력 분포를 위한 요소별 가정식과 함께 경계요소로 나뉘어진다. 예로 constant 또는 linear가정의 경우는 다음과 같다.

$$u_i(x) = \sum_{\beta} \Omega^{\beta}(x) u_i^{\beta} \quad \text{-----}(4)$$

$$t_i(x) = \sum_{\beta} \Omega^{\beta}(x) t_i^{\beta}$$

Ω^{β} : shape function
 β : 절점

식 (4)를 (3)에 대입해 matrix 표현방법으로 쓰면 식 (5)와 같다.

$$\frac{1}{2} u = U \cdot \hat{t} - T \cdot \hat{u} \quad \text{-----}(5)$$

여기서 \hat{u} 는 변위vector 이고 \hat{t} 는 traction vector 이다.

3. SSI2D/3D 의 기능

SSI2D/3D 는 강성체인 이차원 또는 3차원 기초구조물의 동적 강성 또는 연성 matrix를 주파수 영역에서 구해내며, substructure technique 을 사용하여 다른 해석 프로그램과의 연결이 가능하다. 이것은 상부구조물과의 연결 또는 기초구조물의 강성을 고려할 때 사용되며, 또한 각 진동 mode의 상관관계는 무시되지 않는다: (non relaxed boundary conditions).

SSI2D/3D가 갖고있는 기능을 요점별로 보면 :

- 지표면 contour의 고려가 가능하고,
- 임의의 형태를 갖는 기초구조물은 직선의 연결로 가정되며

- 여러개의 기초구조물의 동적상관관계 해석과
- 임의의 형태로 충전 지반의 해석이 가능하다.
- 지반의 material damping 및 geometric damping 고려가 용이하고
- 응력 또는 변형의 분포를위해 constant 또는 linear 가정이 사용되며
- 결과의 표시를위해 무 또는 유차원 표현방법이 사용된다. 또한
- 지반표면 변형의 계산과 함께
- 접지 응력의 계산도 가능하다.

그림 (1)은 각 단위 프로그램 사이의 연결 과정을 나타낸다.

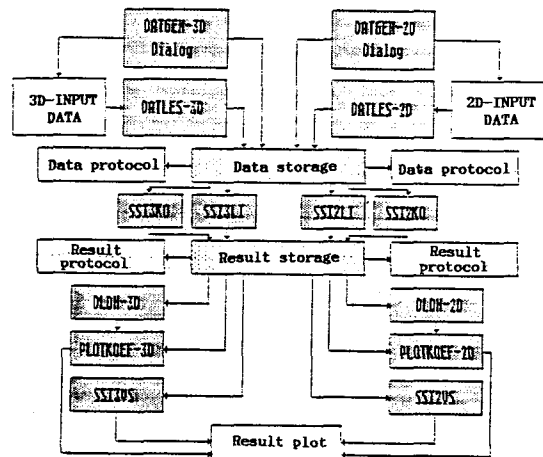


그림 1. Program 구성도

각 단위프로그램의 수행 내용은 :

- DATGEN-3D(-2D) : 대화식 data 입력 프로그램
- DATLES-3D(-2D) : Data의 직접입력 또는 control을 위한 프로그램
- SSI3KO, SSI2KO : constant 가정에 의한 동적 강성 계수 계산 프로그램
- SSI3LI, SSI2LI : linear 가정에 의한 동적강성 계수 계산 프로그램
- DLDH-3D(-2D) : 결과의 차원변환을 위한 프로그램
- PLOTKOE-3D(-2D) : 결과의 그래픽화를 위한 프로그램
- SSI3VS, SSI2VS : 지표면의 변위와 접지응력 계산을 위한 프로그램

Data flow chart는 그림 2와 같다.

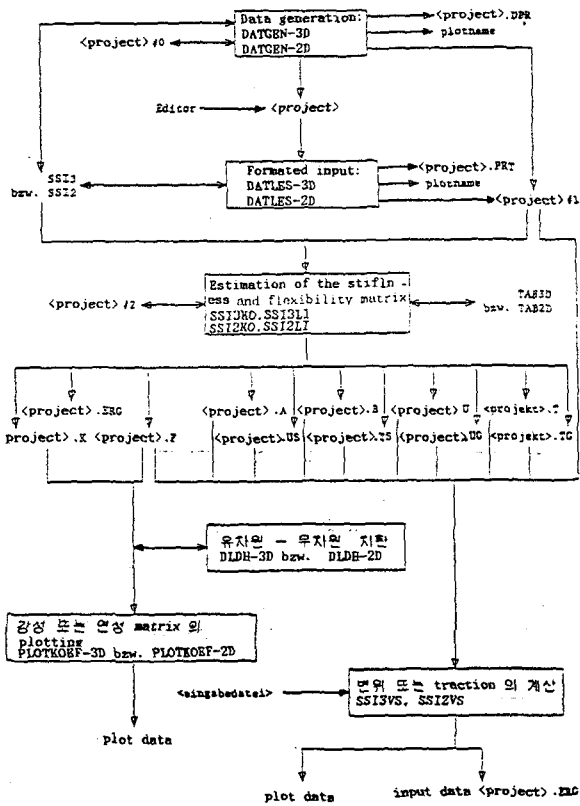


그림 2. Data file의 연관도

4. Data generation 과 Input 방법

4.1 Discretisation 을 위한 규칙

지반의 표면 또는 지층사이의 모두 경계요소로 나뉘어져야 하나, 이것은 불가능 하므로 몇 개의 경계요소 이후는 생략된다. 이것은 계산 결과의 오차를 유발하나, 어느정도 거리에 떨어진 두 경계요소사이에는 서로 영향을 미치지 않으므로 무시될 수 있다. Embedded 기초 또는 지층사이의 층간은 적어도 양쪽으로 기초폭의 한배 이상이 경계요소로 나뉘어져야 하나 경우에 따라 더이상의 범위도 경계요소로 나뉘어 검토되어야 한다. Constant 가정 사용시 각 인근절점들은 서로 compatible일 필요는 없으나 linear 가정을 사용할 시는 요구되어져 그림 3 은 허용되지 않는다. 이를 위해서는 그림 4의 double node를 사용하여 해결가능하다.



그림 3. linear 가정 : uncompatible

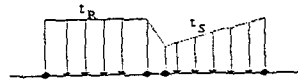


그림 4. linear 가정 : compatible

진동길이 하나에 대한 경계요소의 수는 4개 이상이어야 하며 보통 6 내지 8 개를 사용하면 정확한 결과를 얻을 수 있다. Normal vector 의 방향은 incident table에 의해 프로그램 내부에서 자동으로 결정되어 그림 5와 6의 정의에 의해 정해진다.

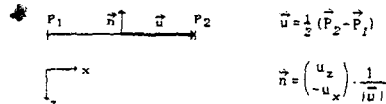


그림 5. linear element(2D)

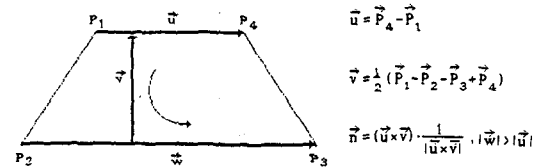
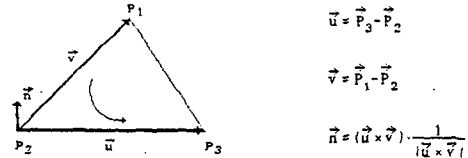
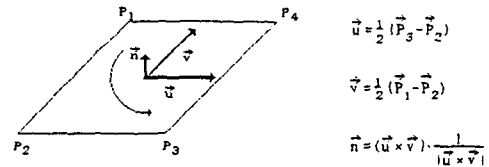
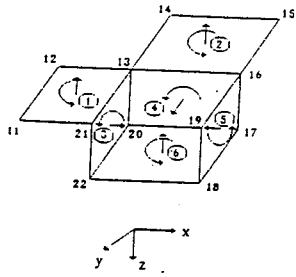


그림 6. 3D element

Incident table 과 normal vector 사이의 관계는 그림 6,7의 예와 같다.

Element	Knoten 1	Knoten 2	n
5	8	5	-z
20	6	10	-z
8	6	5	+z
20	10	6	+z
2	5	7	-z
4	7	8	+x
6	8	11	-z

그림 7. 예 : 2D



Element	Knoten 1	2	3	4
1	11	21	13	12
2	13	16	15	14
3	21	22	20	13
4	13	20	17	16
5	17	18	19	16
6	20	22	18	17
7	21	19	18	22

그림 8. 예 : 3D

5. 기초 접지부분의 변위와 응력 계산

5.1 3차원 계산 예

본 절에서는 원형기초(그림 9)가 z 축 방향으로 단위크기의 힘을 받는 경우의 z 방향변위(그림10)와 응력분포(그림 11)의 계산 결과를 보여준다. 이 단위힘의 무차원 진동수 a_0 는 3.14로 a_0 의 정의는 식 (6)과 같다 :

$$a_0 = \frac{\omega \cdot b}{c_s} \quad \text{--- (6)}$$

b : 원형기초의 반경

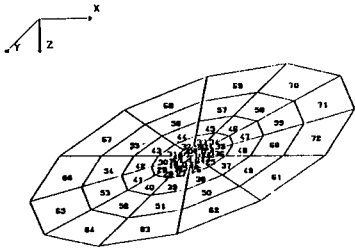
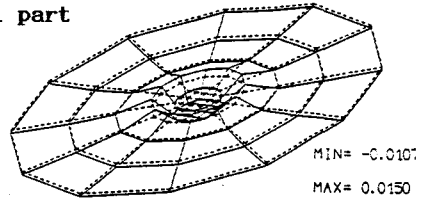
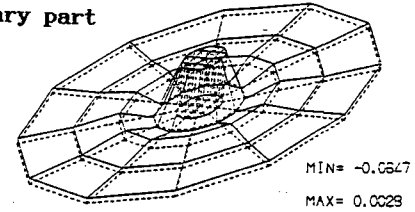


그림 9. 원형기초

Real part



Imaginary part



Amplitude

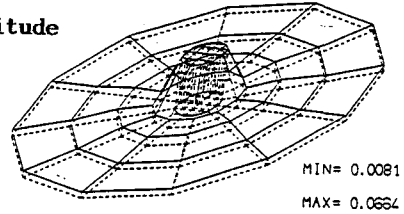
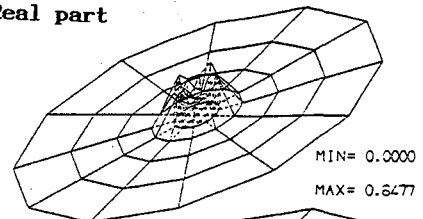
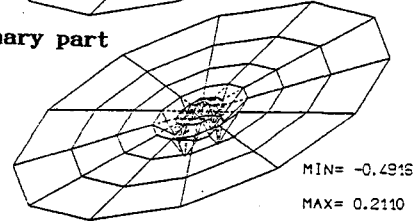


그림 10. 변위(z 방향)

Real part



Imaginary part



Amplitude

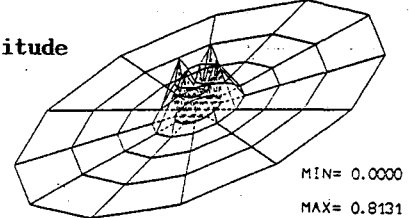


그림 11 응력분포(z 방향)

5.2 이차원 계산 예

2차원 계산예를 위해 본 절에서는 지표면위 두 개의 strip foundation(그림 12)이 $a_0 = 3.14$ 의 단위힘을 받을 때의 계산결과(그림 13, 14)를 보여 준다. 이것은 두 구조물 사이의 상관관계로 structure-soil-structure problem으로 정의되며 여러 구조물사이의 동적상관 관계를 나타낸다.



그림 12. 두개의 strip foundation

Real part MIN= -0.2955
MAX= 0.1710



Imaginary part MIN= -0.1828
MAX= 0.2101



Amplitude MIN= 0.0234
MAX= 0.3635



그림 13. 변위(z방향)

Real part MIN= -0.9041
MAX= 1.5738



Imaginary part MIN= -1.0400
MAX= 0.8403



Amplitude MIN= 0.0000
MAX= 1.8864



그림 14. 응력분포(z방향)

6. 결 언

본 논문에서 소개된 프로그램인 SSI2D/3D는 독일 Siemens AG의 UB KWU에서 SASSI²⁾와 CLASSI³⁾와 비교되어져 좋은 결과를 나타내었다. 또한 독일의 토질 기초 협회인 "Deutsche Gesellschaft fur Erd-und Grundbau (DGEG)"의 AK9에서 여러 가지 크기의 사각형 기초에 대한 계산이 독일내의 모든 soil-structure-interaction problem 해석프로그램에 의해 행해져 SSI2D/3D의 정확성이 증명되었다.⁴⁾

참 고 문 헌

1. Cruse, T.A./Rizzo, F.J ; "A Direct Formulation and Numerical Solution of the Elastodynamic problem I and II", Journ. Math. Anal. Appl. V.22, 1968, S. 224-259, S. 341-355
2. Lysmer, J.; "A Computer System for Dynamic Soil Structure Interaction Analysis, SASSI" Report No. UCB/81-02, University of California, Berkeley
3. Wong, A.L./Luco, J.E, "Continuum Linear Analysis for Soil Structure Interaction, CLASSI", Program handbuch (미공개)
4. Deutsche Gesellschaft fur Erd-und Grundbau, "Steifigkeitsmatrizen fur Rechteckfundamente" Studie des AK9, Baugruddynamik, (미공개)