조속식 감속기(Harmonic Drive)의 설계에 관한 연구

전완주* . 오박균

한국과학기술연구원 기계공학부

ABSTRACT

Conventional theory of gear mechanism can not be applied to analyze the harmonic drive due to specific movement of the tooth. Therefore, external tooth profile can't be manufactured by conventional exclusive tools which have pressure angle of 20°. This paper deals with an analysis of kinematics and strength analysis of tooth. Then a theoretical new tooth profile of the flexspline and method of manufacture of external tooth profile are presented.

서론

Wave generator, flexspline, circular spline 등 3요소로 구성되어 있는 하모닉 드라이브는 파동발생기에 의해서 플렉스스플라인이 변형되면서 원형스플라인 과 치물림운동을 하는 독특한 감속기이다. 강체의 개념에서 설계, 제작되어온 기존의 감속기와 달리 탄성체의 개념에서 설계, 제작되는 조속식 감속기의 운동이론 및 기구학적 해석을 다룬 논문은 다소 있으나 강도 해석 및 치 가공방법을 다룬 논문은 거의 없다.

본 연구에서는 내치차인 서큘라 스플라인의 치형을 인볼류우트 치형으로 사용하고 기어의 물음법칙과 기구의 운동특성으로 부터 외치차인 플렉스스플라인의 치형을 구하고 치강도해석 및 커터치형 설계법에 대해서 고찰해 본다.

1. 구속식 감속기의 강도 해석

가) 치에 분배하중

치의 분배하중은 정역학적으로 해석할 수 없기 때문에 부정정이라 하고 다음의 단계로 해석한다.

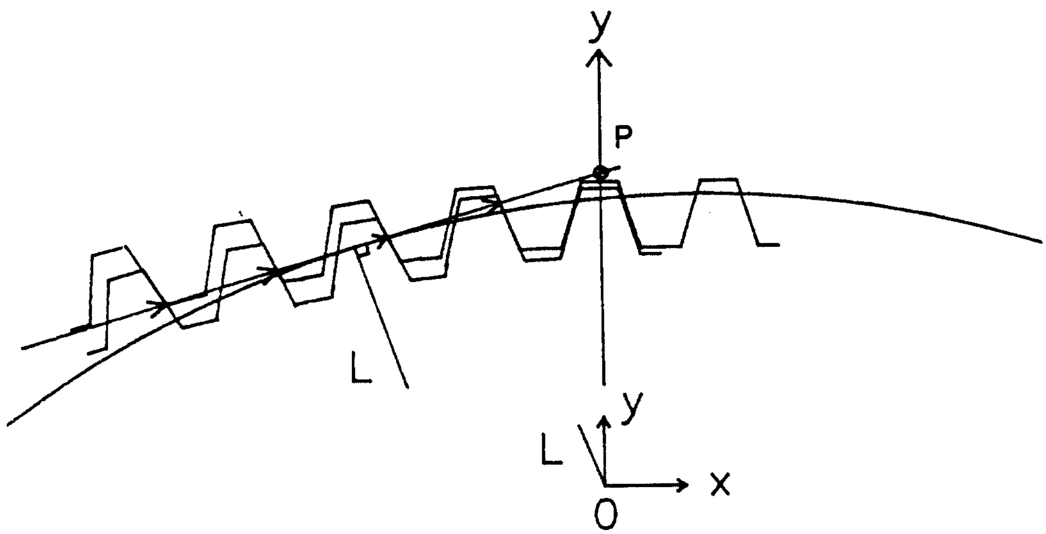


Fig. 1 Reaction Load of teeth when $\phi=0$

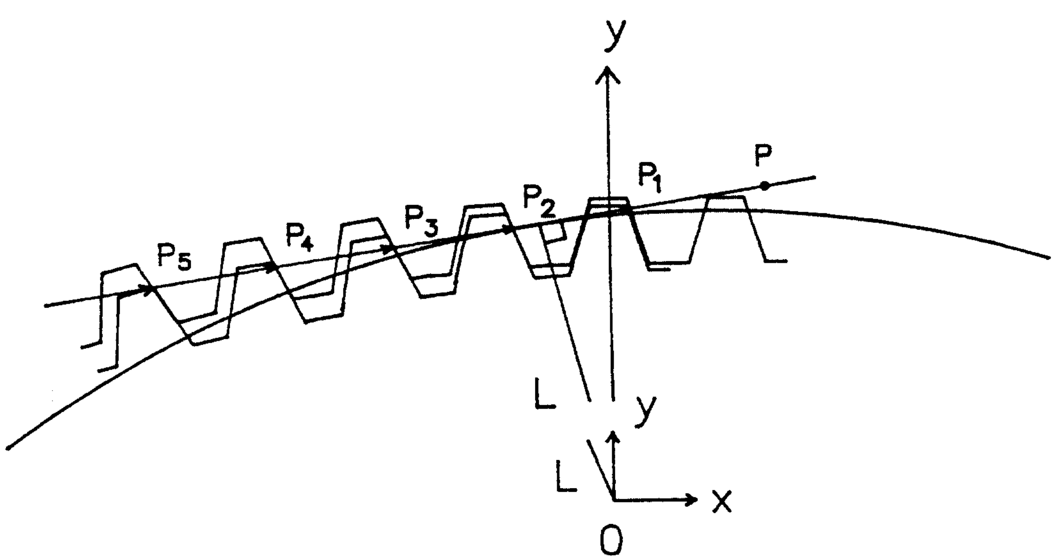


Fig.2 Reaction Load of teeth when $\phi\fallingdotseq 0$

ㄱ) 힘의 평형식

그림 1 과 2 에서 보인 바와 같이 치 접촉점에서의 하중을 $P_1, P_2, \cdots\cdots$ 라 하면 기하학적 조건으로 부터 하중의 작용선은 일직선상에 놓이게 된다. 왜냐하면 접촉점에서 그은 법선은 피치점을 통과하고 기초원에 접해야 하기 때문이다.

따라서 힘의 평형식은 다음과 같다.

$$\Sigma P_i L_i = M = T/2 \tag{1}$$

T : 출력축의 토오크

ㄴ) 변위간의 관계식

외치차인 플렉스 스플라인이 $\delta\theta$ 만큼 회전 하였다고 가정하면 각치와의 접촉점에서 변위량 δ_i 는 기하학적으로 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\delta_i = L_i \cdot \delta\theta \tag{2}$$

ㄷ) 하중과 변위의 관계식

내치차인 서큘라 스플라인이 외치차인 플렉스 스플라인과 접촉점에서 탄성변형은 무시하고 원형을 그대로 유지한다고 가정하면 변위는 하중에 비례하게 된다.

$$P_i = K \cdot \delta_i \tag{3}$$

K : 강성계수

(2) 식을 (3) 식에 대입하면

$$P_i = K \cdot L_i \cdot \delta\theta \tag{4}$$

(4) 식을 (1) 식에 대입하고 $\delta\theta$ 에 관해서 정리하면

$$M = K \cdot \delta\theta \cdot \Sigma L_i^2 \tag{5}$$

따라서 $\delta\theta = M/(K \cdot \Sigma L_i^2)$ (6)

(6) 식을 (4) 식에 대입하면 각치에 분배되는 하중을 얻는다.

$$P_i = M \cdot L_i / \Sigma L_i^2 \quad (7)$$

모멘트 아암은 바로 기초원 반경으로 일정하게 되어 분배하중은

일정하게 $P_i = M/L$ 이 된다.

나) 굽힘 응력

Lewis 의 식으로 부터 하나의 치에 작용하는 작용 굽힘응력은 다음과 같다.

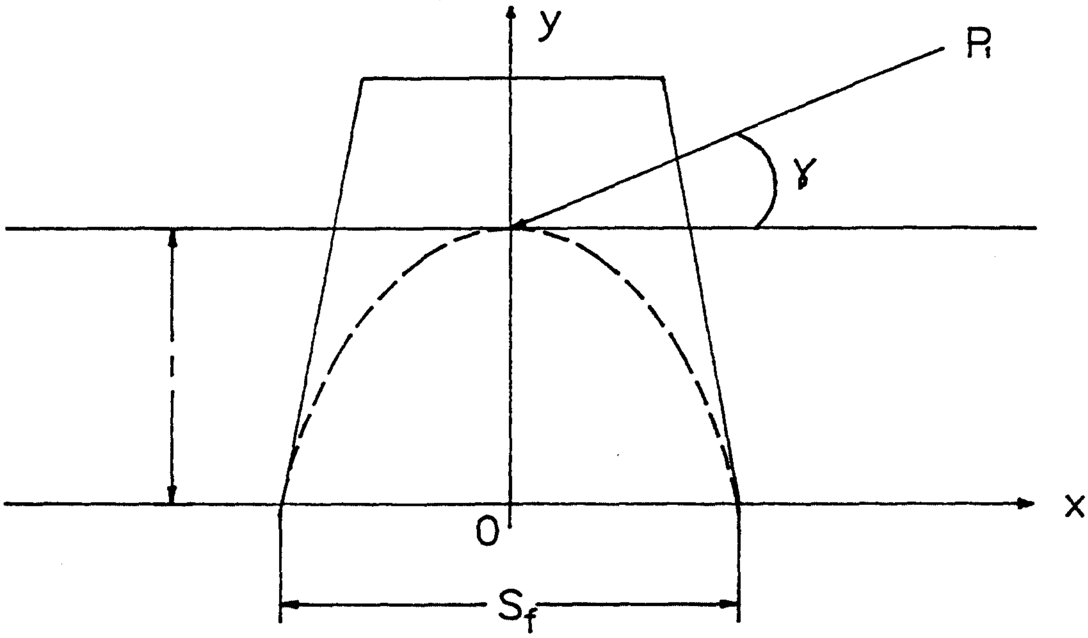


Fig.3 Bending stress on Tooth.

$$b \cdot S_f^2 / 6 \cdot \sigma_b = P_i \cdot \ell \cdot \cos\gamma \quad (8)$$

$$\therefore \sigma_b = \frac{6P_i \cdot \ell \cdot \cos\gamma}{b \cdot S_f^2} \quad (9)$$

$\sigma_a > \sigma_b$ 인 조건을 만족해야 한다.

σ_a : 허용 굽힘 응력

다) 접촉 응력

기어와 같이 국부 고하중 접촉 특성을 지닌 기계 요소에서는 접촉 부위가 탄성 변형됨으로 접촉응력이 중요한 고려 사항이 된다.

Herzian contact stress 는 다음과 같다.

$$S = \sqrt{\frac{qE}{2\pi R}} \tag{10}$$

q : 분포 하중

E : 등가 탄성 계수

R : 등가 반경(+ : 외접, - : 내접)

전위계수 Xr 를 0.1 부터 1 까지 변화시켜 가면서 치면 접촉응력 S를 구한다. 접촉응력 S 의 값이 가장 작을때의 전위계수를 선택한다.

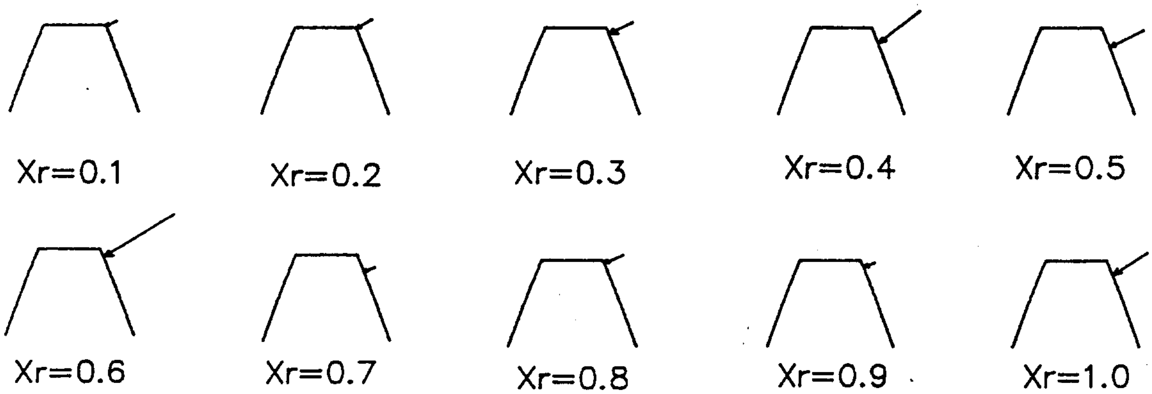


Fig. 4 Distribution of herzian contact stress

2. 가공 치형의 설계 및 가공

내치차를 인볼류우트 치형으로 하고 물음 법칙에 따라 내치차와 맞물려 돌아가는 외치차인 플렉스 스플라인의 치형가공은 기존의 공구로 가공이 불가능 하다. 따라서 호브의 치형을 설계하여 호브를 가공하고 플렉스 스플라인의 치형을 가공한다. 가공할 flexspline 의 치형이 circular spline 의 운동 궤적으로 부터 구한 것이기 때문에 계산식이 매우 복잡하여 커터의 치형을 이론적으로 구하기가 불가능하여 창성 방법으로 구했다. 플렉스 스플라인의 치 갯수를 Z_f, 피치원 반경을 라 하면 치 갯수 Z_b 인 호브의 피치원 반경 P_b 는 다음식으로 구해진다.

$$P_b = P_f \cdot Z_b / Z_f \qquad (11)$$

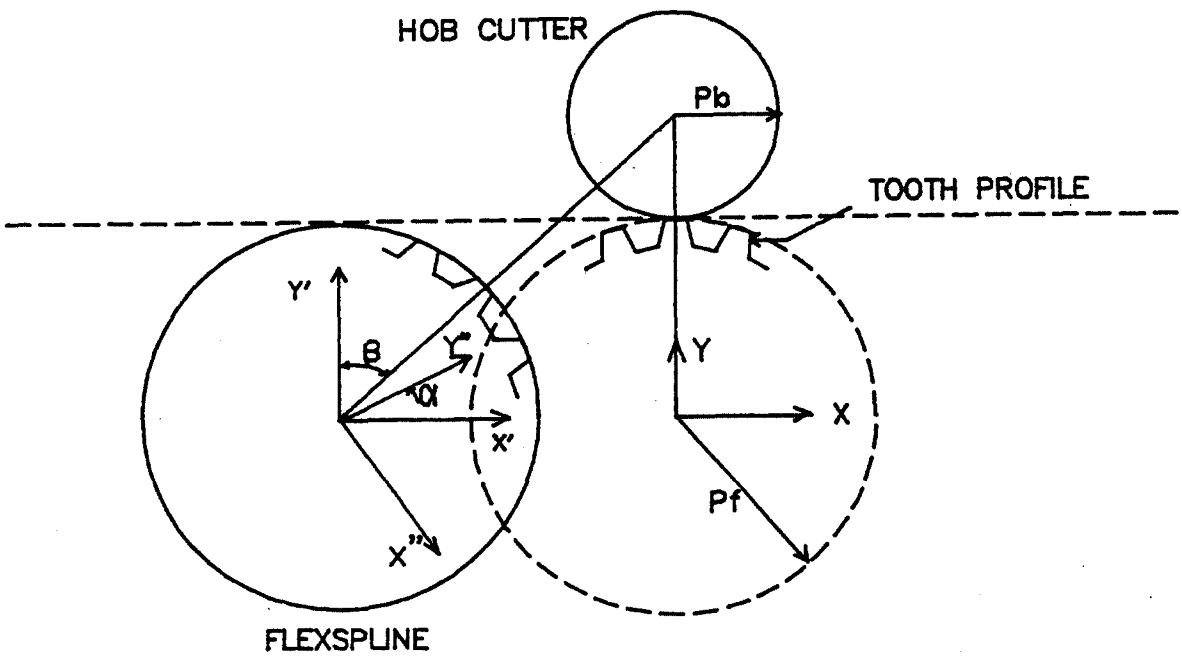


Fig. 5 Relative motion of hob cutter and flexspline

• 호브와 플렉스 스플라인의 회전운동은 두 피치원의 굴음운동이 되며 커터를 고정시키고 플렉스 스플라인의 굴음운동을 관찰하면 그림 5 와 같이 도시된다.

플렉스 스플라인의 치형을 알고 있으므로 굴음운동에 따라 중첩되는 플렉스 스플라인의 치형 외곽 곡선이 커터의 치형으로 구해진다.

그림 5 에서 플렉스 스플라인상에 있는 (x,y) 축은 굴음운동에 따라 (x",y") 축으로 이동하며 도시 되어 있는 각도 α, β는 굴음 접촉 조건으로 부터 다음과 같은 관계를 만족해야 한다.

$$P_f \cdot \alpha = P_b \cdot \beta \tag{12}$$

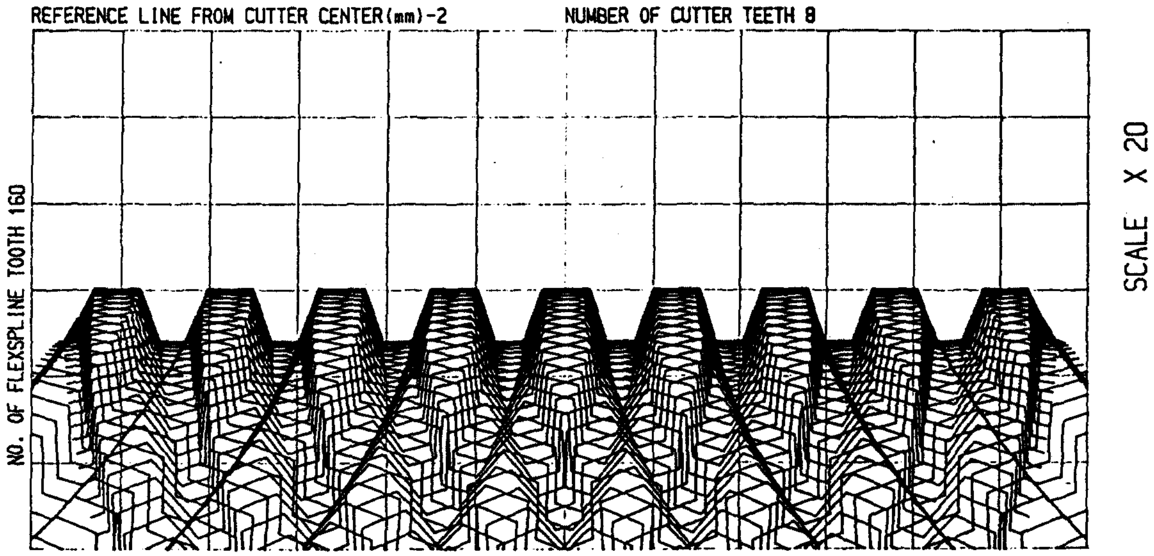
플렉스 스플라인의 치형도 (x,y) 축 상에 있는 것이 동일하게 (x",y") 축으로 이동하기 때문에 이것을 중첩한 형상이 커터의 치형으로 결정된다. 플렉스 스플라인의 치형 좌표를 (x_f, y_f)라 하면 이 좌표는 (x,y) 축과 (x",y") 축을 기준으로 한 것이며 (x",y") 축을 기준으로 한 것이며 (X",y") 축상에 있는 좌표는 (x,y) 축으로 이동해야 중첩 도시가 가능하다. (x",y") 축은 (x,y) 축과 평행한 (x′,y′) 축으로 이동시키면 반시계 방향으로 축을 $(\alpha+\beta)$회전한 것이 되어 (x",y") 축에 있는 치형 좌표 (x_f, y_f) 는 다음과 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} x' &= \cos(\alpha+\beta)\cdot x_f + \sin(\alpha+\beta)\cdot y_f \\ y' &= -\sin(\alpha+\beta)\cdot x_f + \cos(\alpha+\beta)\cdot y_f \end{aligned} \tag{13}$$

(x′, y′) 축을 (x,y) 축으로 평행 이동 시키면 치형의 좌표는 다음식으로 변환된다.

$$
\begin{aligned}
x &= x' - (P_b + P_f) \cdot \tan\beta \\
y &= 0
\end{aligned}
\qquad (14)
$$

따라서 (14)식은 (x″,y″) 축에 위치한 치형 좌표를 (x,y) 축을 기준으로 변환시킨 것이며 커터를 고정시키고 굴음운동시켰기 때문에 β 의 변화에 대해 동일한 작업을 수행하여 좌표 변환된 치형을 그리면 포락선이 커터의 형상으로 결정된다. 커터의 도면은 그림 6 과 같다.



RADIUS OF PITCH CIRCLE OF FLEXSPLINE 31.9 mm
RADIUS OF PITCH CIRCLE OF HOB CUTTER 1.595 mm
DISTANCE BETWEEN HOB AND FLEXSPLINE CENTER 33.495 mm

Fig. 6 HOB CUTTER PROFILE(GRID-1mm)