

# 수자원 최적배분을 위한 Network Flow 모형

The Network Flow Model for Optimal Allocation  
of Water Resources

심순보\*, 연규방\*\*, 김만식\*\*\*  
SHIM, SOON-BO\*, YEON, GYU-BANG\*\*, KIM, MAN-SIK\*\*\*

## 1. 서론

하천의 하류 용수 급증지역에서의 저수 및 갈수시에는 한정된 수자원의 공급능력에 비해 각종 용수의 수요가 크게 증가하므로 각 용수 수요에 따라 수자원을 적정 배분하는 데에는 물의 부족으로 인하여 많은 문제가 발생하고 있다. 이러한 저수 및 갈수시 각 수요점 별로 필요한 용수를 확보하기 위하여 유역내 저수용량을 이용하여 용수사용의 우선권을 고려한 수자원 최적배분 모형을 개발할 필요성이 있다.

따라서 본 연구의 목적은 하천유역에서 수자원의 최적배분을 모의 하기 위하여 복잡한 수계시스템을 Node 와 Link 의 Network 로서 표현하여 부가적인 성분을 추가하여 완전 순환하는 Network Flow 모형을 제시 하고자 한다.

## 2. Network Flow 모형

### 2.1 Network Flow 모형의 개념 및 구성

한 하천수계의 한정된 수자원 배분문제를 해결하기 위하여는 복잡한 수계 시스템을 시스템 공학적 관점에서 Network 구조로 표시할수 있으며 아울러 Network Flow 모형으로 구성할수 있다.

Network Flow 모형의 구성에 있어서, 실제 시스템의 물리적요소는 두개의 Network 성분, 즉 Nodes 와 Links 의 결합으로서 표현된다.

\* 충북대학교 공과대학 토목공학과 교수, 기술사

\*\* 충북대학교 대학원 토목공학과 박사과정수료, 강사

\*\*\* 충북대학교 대학원 토목공학과 석사과정

Nodes 는 물리적인 시스템에서 냉 저수지 또는 하천 및 수로의 비저류 컴퓨터, 각 용수 수요점 등을 나타낸다.

Links 는 Network Nodes 중에서 물의 이송 및 전환에 관여하는 다른 성분을 말한다.

즉 Links 는 수로, 송수관로 등 한 방향의 흐름과 확정된 최소, 최대 용량을 가진다. Network Flow 모형의 실례로서, 금강 유역의 수자원 배분 현상을 개략적으로 나타내면 Fig.1 과 같고, 이로부터 Nodes 와 Links 의 개념을 이용하여 유역을 도시적으로 형상화 하면 Fig.2 와 같이 표현할 수 있다.

## 2.2 Network Flow System 의 모형화

Network Flow System 의 모형화에 있어서 물리적인 수자원 시스템은 물의 흐름을 용량화한 System 으로 변환시킬 수 있다. 물리적인 시스템을 구성하는 Nodes 와 Links 는 실제적으로 모의(Simulation)를 수행하기 위하여 요구되는 전체 Network 의 각 요소로서 연속적이라고 할 수 있다.

또한 Network Flow 모형을 실용화하기 위해서는 "실제적" 성분에 시스템 확장을 위한 "가상적" 성분을 부가시킬 수 있다. 이러한 Network Flow System 을 모형화 한 것은 Fig.3. 과 같이 나타낼 수 있다.

또한 Network Flow 모형이 완전히 수행되기 위하여 유입량, 저수량, 수요량, 하토손실량, 회귀수 등이 추가되어져야 할 것이다.

또한 Network Flow System 의 모형화에는 다음과 같은 사항이 포함되어야 할 것이다.

- 1) 모든 저류 Nodes 와 Links 는 최대와 최소 저류 및 흐름을 각각 가져야 한다.
- 2) 모든 저수지에 대한 증발 손실은 평균 증발율과 평균 저수지 면적의 곱에 의하여 계산한다. 이 때 시간 단위는 System Operation Rule 에 의한다.
- 3) 용수 수요는 모의되는 기간에 대하여 이미 알고 있는 것으로 본다.

- 모든 유입량, 수요량, 손실량은 Nodes에서 일어난다고 본다.
  - 맵저수지의 Spill은 명시된 Nodes에 한해서 일어난다.

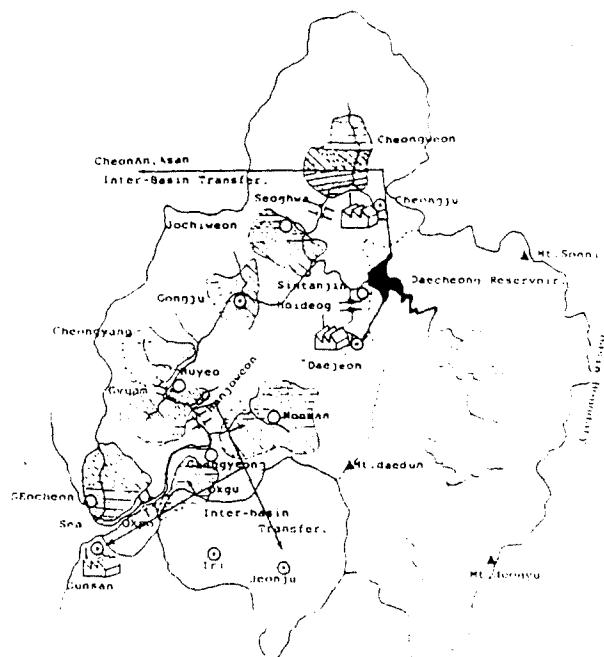


Fig.1. Physical Representation for Water Allocation of the Geum River Basin.

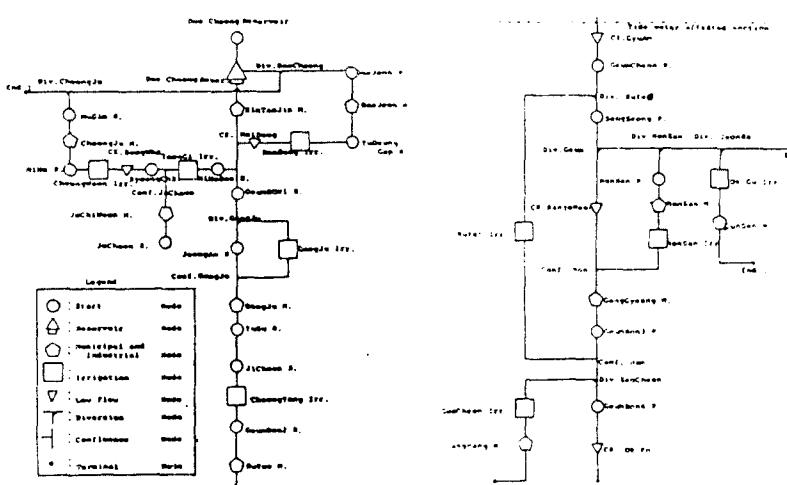


Fig. 2. Schematic Representation of Network Flow in the Geum River Basin

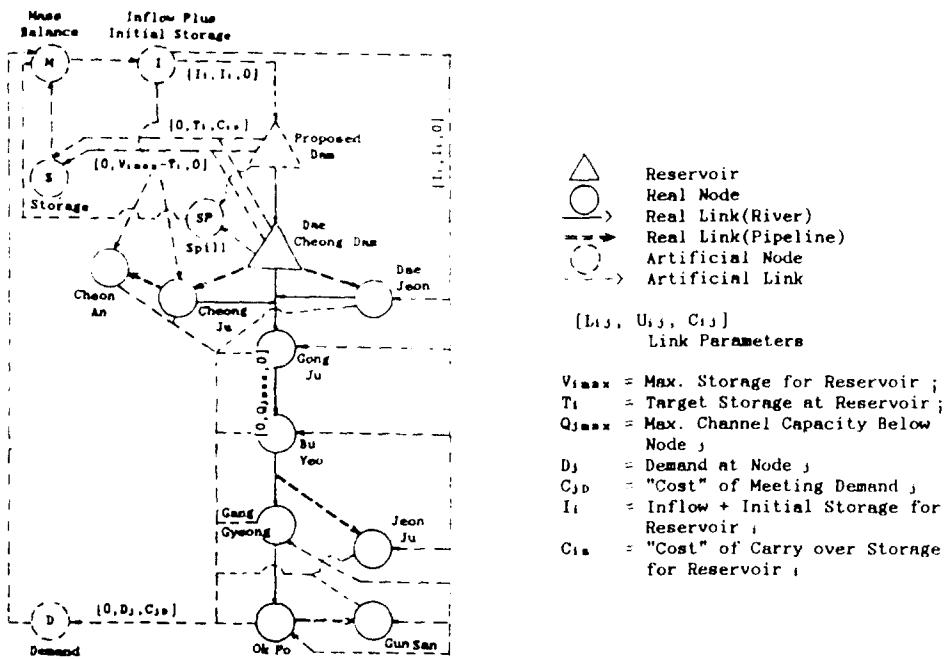


Fig. 3. Configuration of Network Flow Model in the Geum River Basin

### 3. Network Flow 모형의 분석

#### 3.1 Network Flow 의 최적화

Nodes, Links, 최대, 최소 경계값 등이 모의하고자 하는 수계의 Network에 대하여 정의되면, 식(1)과 같은 목적함수식을 구성할 수 있다.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C_{ij} Q_{ij} \quad (1)$$

여기서,  $Q_{ij}$  = 현재의 시간(기간)에 있어 Node  $i$ 로 부터 Node  $j$  까지의 평균 흐름(즉  $m^3/month$ ,  $m^3/week$ )

$C_{ij}$  = Node  $i$ 로 부터 Node  $j$  까지의 Link에 있어서 흐름의 단위비용(Unit Cost), 이는 실제적 용수사용, 운영우선 순위를 나타내는 가중인자이다.

$N$  = Network 내에 있는 Nodes의 총 수로서 모든 첨가적인 Nodes를 포함한다.

#### 제약조건

$$\sum_{i=1}^N Q_{ij} - \sum_{k=1}^N Q_{jk} = 0 \quad j = 1, \dots, N \quad (2)$$

$$L_{i,j} \leq Q_{i,j} \leq U_{i,j} \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

여기서,  $L_{i,j}$  그리고  $U_{i,j}$ 는 각 Link에 명시된 하한 및 상한 경제값이다. 식(2)는 Network 내의 모든 Nodes에서의 질량의 보존 및 연속성을 나타내고, 식(3)은 Network 내의 모든 Link에 있어서 흐름의 상한, 하한 제한경계값을 표시한다.

### 3.2 저수지 운영 룰(Rule)

Network Flow System 내의 저류 Node에서의 용량배분은 하류용수 수요처에서 요구를 충족시키는데 절대 필요한 요소이다. 따라서 전체 Network Flow 모형내의 저수지 운영 Rule은 용수 수요-공급체계의 성패를 좌우하는 좋은 기준이 된다.

즉, 시스템의 운영우선순위는 흥수, 평수, 갈수기 등 수문현상의 상태와 관련하여 저수지 저류량과 용수수요량의 우선순위에 따른 저수지 목표저류량 식(4)를 조정한다.

$$R = \sum_{i=1}^n S_{it} + \sum_{i=1}^n I_{i,t+1} \quad (4)$$

$$W = \sum_{i=1}^n S_{imax} \quad (5)$$

여기서,

$n$  = 시스템상에서 저수지의 수

$t$  = 현재 운영중인 기간

$S_{it}$  = 저수지  $i$ 의  $t$  기간의 저류량

$I_{i,t+1}$  =  $t+1$  기간의 저수지  $i$ 의 유입량

$S_{imax}$  = 저수지  $i$ 의 저류용량

$W$  = Network Flow System 내의 전체 저수지의 저류총량

$$LB = X_1 W \quad (6)$$

$$UB = X_2 W \quad (7)$$

여기서,

LB = 평균상태의 하한값

UB = 평균상태의 상한값

$x_1$  = 평균상태의 하한치를 정의하는 지수

$x_2$  = 평균상태의 상한치를 정의하는 지수

결과적으로 수문학적 상태는 다음과 같다.

갈수기 :  $R < LB$

평수기 :  $LB < R < UB$

홍수기 :  $R > UB$

#### 4. 모형의 해법

##### 4.1 Out of Kilter 알고리즘

용량화된 Network Flow 모형의 최적배분을 위한 해법으로서 Out of Kilter Algorithm(OKM)을 사용하려 한다. 이 알고리즘은 순환 Network 내에서 최소 비용의 흐름체계를 찾는것으로, 식(1),(2),(3)과 같이 선형 최적화 형태로 표시된 목적함수와 제약조건 식에 대하여 적용할수 있다.

OKM 알고리즘은 Primal - Dual Simplex Technique 을 통하여 문제의 해를 구한다.

즉, 각 Node 에 질량보존방정식 식(2)에 대한 쌍대변수  $w_i$  및  $w_j$ , 각 상한 제약 식(3)에 대한 쌍대변수  $h_{ij}$ , 각 하한제약 식(3)에 대한 쌍대변수  $v_{ij}$  와 관련하여 쌍대문제는 다음과 같이 표시 할 수 있다.

$$\text{Max} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n L_{ij} v_{ij} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n U_{ij} h_{ij} \quad (8)$$

제약조건

$$w_i - w_j + v_{ij} - h_{ij} = C_{ij} \quad \forall i,j \quad (9)$$

$$h_{ij} \geq 0 \quad \forall i,j \quad (10)$$

$$v_{ij} \geq 0 \quad \forall i,j \quad (11)$$

$$-\infty \leq w_i \leq +\infty$$

식(9)를 정리하면

$$V_{i,j} - H_{i,j} = C_{i,j} - W_i + W_j \quad (12)$$

$C_{i,j} - W_i + W_j$  = Node  $i$ 에서  $j$ 까지 이송한 물에 대한 순비용

또한 만일  $V_{i,j}$ 와  $H_{i,j}$ ,  $C_{i,j}$ 가 식(13), 식(14), 식(15)와 같이 정의되면

$$V_{i,j} = \text{Max} \{ 0, C_{i,j} - W_i + W_j \} \quad (13)$$

$$H_{i,j} = \text{Max} \{ 0, -(C_{i,j} - W_i + W_j) \} \quad (14)$$

$$C_{i,j} = W_i - W_j - C_{i,j} \quad (15)$$

식(16), (17), (18)과 같이 최적기준이 결정될 수 있다.

$$C_{i,j} < 0 ; \text{ Then } X_{i,j} = L_{i,j} \quad (16)$$

$$C_{i,j} > 0 ; \text{ Then } X_{i,j} = U_{i,j} \quad (17)$$

$$C_{i,j} = 0 ; \text{ Then } L_{i,j} \leq X_{i,j} \leq U_{i,j} \quad (18)$$

식 (16), (17), (18) 중 한 조건을 만족하는 용량은 좋은상태(In-Kilter),

만족하지 못하는 용량은 나쁜상태(Out-of-Kilter)라 한다. 용량에 대한 가능한 상태는 다음과 같다.

	$C_{i,j} < 0$	$C_{i,j} = 0$	$C_{i,j} > 0$
$X_{i,j} > U_{i,j}$	Out	Out	Out
$X_{i,j} = U_{i,j}$	Out	In	In
$L_{i,j} < X_{i,j} < U_{i,j}$	Out	In	Out
$X_{i,j} = L_{i,j}$	In	In	Out
$X_{i,j} < L_{i,j}$	Out	Out	Out

## 5. 유용성

하천 유역에서 수자원의 최적배분을 모의하기 위한 Network Flow 모형을 제시하였다. Network Flow 모형은 물리적인 수자원 시스템을 Nodes 와 Links로 표시하여 시스템의 행상을 개념화 하기 쉬울뿐만 아니라 부가적인 성분을 첨가하여 완전 순환하는 모형을 구성함으로서 용수사용의 우선권을 고려한 최적배분을 할수가 있다.

따라서, Network Flow 모형을 이용하여 하천의 각 용수 급증지역에서 저수 및 갈수시 각 매수요점 별로 필요한 용수를 확보하기 위한 계획수립과 실제 시스템 운영에 적용할 수 있다. 또한 다목적 저수지 시스템에 있어 상충하는 목적들에 대한 대안정책을 평가하기 위하여도 사용할 수 있고 복잡한 수자원 시스템의 실시간 운영(Real Time Operation)을 위하여 사용할 수 있을 것이다.

#### Reference

1. 심순보 외, "하천유역 물수지 시뮬레이션 모형", 충북대학교 건설기술 연구소, 건설기술 논문집, 제 7 권 2 호, 1989년 3월.
2. 심순보, 김종운, 연규방, "Node-Reach 개념에 의한 금강유역의 모의모형화", 충북대학교 건설기술 연구소, 건설기술 논문집, 제 6 권, pp.31-45, 1987년 8월.
3. Graham, L.P. et al, "Allocation of Augmented Water Supply Under a Priority Water Rights System", W.R.R. 22(7), pp.1083-1094, July 1986.
4. Texas Water Development Board, "Economic Optimization and Simulation Techniques for Management of Regional Water Resources Systems, River Basin Simulation Model SIMYLD-II--- Program Description", Prepared by Systems Engineering Division, Austin, Texas, July 1972.
5. Sigvaldason, O.T., "A Simulation Model for Operating a Mutilpurpose Mutilreservoir System", W.R.R., 12(2), pp.263-278, Apr. 1976.
6. Shafer, J.M., "An Interactive River Basin Water Management Model: Synthesis and Application", Ph.D. Dissertation, Dept. of Civil Eng., C.S.U., 1982.
7. Faux, J.C., "A River Basin Network Model for Optimal Management of Hydropower and Water Supply", M.S. Thesis, Dept. of Civil Eng., C.S.U., 1983.
8. Bazara, M.S. and J.J. Jarvis, "Linear Programming and Network Flows", John Wiley and Sons, Inc., 1977.