

Coherent 신호의 입사각 추정

이충용, 차일환, 윤대희

연세대학교, 전자공학과, 음향·음성·신호처리 연구실

On Estimating Incident Angles of Coherent Signals

C.Y.Lee, I.W.Cha and D.H.Youn

A.S.S.P. Lab., Dept. of Electronic Eng., Yonsei Univ.

ABSTRACT

This paper proposes the UFSS-MSE(Unbiased Full Spatial Smoothed Modified Signal Eigenvector) algorithm. The UFSS-MSE solves the reduced EAS(Effective Aperture Size) problem, which degrades the performances of the algorithms estimating the incident angles of coherent signals.

The performances of the proposed method are compared to those of the MUSIC, FB-MUSIC and MSS-MUSIC algorithms.

I. 서론

Array 신호처리에서, 여러 센서들로 구성된 array에 받아들여진 평면파들의 입사각(공간스펙트럼)을 추정하는 문제는 소나, 레이더, 지구 물리학 분야 등에서 중요시되는 문제들 중의 하나이며, 여러 추정 알고리즘에 대한 연구가 활발히 진행중이다[1].

최근, coherence 문제에 의한 알고리즘들의 성능저하 현상을 해결하기 위한 연구가 큰 주목을 받고 있다. 이 문제의 해결방법으로서 SS(Spatial Smoothing) 방법[4], FB(Forward and Backward) 방법[5][9], MSS(Modified Spatial Smoothing) 방법[6] 등이 제안되었다. 그러나, SS나 MSS는 EAS가 줄어들고[4][6], FB는 coherence 문제의 완전한 해결을 기대할 수 없다. 본 논문에서는 EAS를 유지하면서 coherence 문제를 해결할 수 있는 UFSS-MSE 방법을 제안한다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 다른 방법들과 비교한다.

II. 신호의 모델링

P개의 원대역 신호가 $\theta_k(1 \leq k \leq p)$ 의 각도로 M개의 센서로 이루어진 등간격 d의 선형 array에 입사될 경우 i번째 센서에서 받은 신호는 다음과 같다.

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^P s_k(t) \exp[-j\omega_0 \frac{d}{c}(k-1) \sin\theta_k] + n_i(t) \quad (1 \leq i \leq M, P < M) \quad (1)$$

여기서, $s_k(t)$ 는 k번째 입사신호의 envelop, ω_0 는 입사신호의 주파수, c는 신호의 속도이며, $n_i(t)$ 는 입사신호와 상관관계가 없는 백색 잡음이다. 따라서, 각 센서에서 얻

은 snapshot data 벡터는 다음과 같다.

$$\underline{x}(t) = A \underline{s}(t) + \underline{n}(t) \quad (2)$$

$$\underline{x}(t)^T = [x_1(t) \dots x_M(t)] \quad (3)$$

$$\underline{s}(t)^T = [s_1(t) \dots s_P(t)] \quad (4)$$

$$\underline{n}(t)^T = [n_1(t) \dots n_M(t)] \quad (5)$$

$$A = [a(\theta_1) \dots a(\theta_P)] \quad (6)$$

$$a(\theta_k)^T = [1 \ e^{-j\omega_0 \tau_k} \dots e^{-j\omega_0(M-1)\tau_k}] \quad (7)$$

$$\tau_k = \frac{d}{c} \sin\theta_k \quad (8)$$

Covariance matrix는 다음과 같다.

$$R = E[\underline{x}(t) \underline{x}(t)^H] = ASA^H + \sigma^2 I \quad (9)$$

여기서, $S = E[\underline{s}(t) \underline{s}(t)^H]$ 인 signal covariance matrix, σ^2 은 잡음의 분산이다.

III. Coherence 문제의 해결방법들

입사신호들 사이에 원신상관관계가 있는 경우 S는 singular 하게 되고[10], 일반적인 방법을 이용할 수 없게 된다. 이를 해결하기 위해 제안된 방법들은 다음과 같다.

(1) SS 방법 [4]

M개의 센서로 이루어진 array를 L개의 센서로 이루어진 overlap된 형태의 subarray로 나누면 j번째 subarray에서 얻어진 data 벡터는

$$\underline{x}_j(t) = AD^{(j-1)} \underline{s}(t) + \underline{n}_j(t) \quad (1 \leq j \leq M-L+1) \quad (10)$$

$$D = \text{diag}[e^{-j\omega_0 \tau_1} \ e^{-j\omega_0 \tau_2} \ \dots \ e^{-j\omega_0 \tau_P}]$$

$$\tau_k = \frac{d}{c} \sin \theta_k \quad (1 \leq k \leq p) \quad (11)$$

이다.

따라서, j번째 subarray의 covariance matrix는

$$R_j = A D^{(j-1)} S D^{(j-1)H} A^H + \sigma^2 I \quad (1 \leq j \leq M-L+1) \quad \dots \quad (12)$$

이다. 여기서 새로운 covariance matrix R_{SS} 를 정의한다.

$$R_{SS} = \frac{1}{M-L+1} \sum_{j=1}^{M-L+1} R_j \\ = A S_{SS} A^H + \sigma^2 I \quad \dots \quad (13)$$

여기서, S_{SS} 는 $M-L+1 \geq p$ 을 만족해야만 nonsingular하므로 EAS가 줄어드는 단점이 있다 [4].

(2) FB 방법 [5][9]

Backward covariance matrix R_b 를 정의한다.

$$R_b = J R^* J \quad \dots \quad (14)$$

$$J = \begin{pmatrix} 0 & & 1 \\ & \ddots & \\ 1 & & 0 \end{pmatrix} \quad \dots \quad (15)$$

이를 이용하여 새로운 covariance matrix를 정의한다.

$$R_{fb} = \frac{1}{2} (R + R_b) \\ = A S_{fb} A^H + \sigma^2 I \quad \dots \quad (16)$$

이 경우는 공간 smoothing을 한번 한 효과를 얻게 되며, EAS는 유지되나 3개 이상의 coherent 신호일때는 좋지 않은 결과를 얻는다.

(3) MSS 방법 [6]

각 subarray마다 FB방법을 적용한 경우로서

$$R_{bj} = J R_j^* J \quad \dots \quad (17)$$

를 이용하여 새로운 covariance matrix를 정의한다.

$$R_{MSS} = \frac{1}{2(M-L+1)} \sum_{j=1}^{M-L+1} (R_j + R_{bj}) \\ = A S_{MSS} A^H + \sigma^2 I \quad \dots \quad (18)$$

여기서 S_{MSS} 는 $M \geq \frac{3}{2}P$ 이면 nonsingular이므로 SS방법보다는 유리하다.

(4) UFSS 방법

다음과 같은 ℓ 개의 natural basis로 구성된 부분공간을 나타내는 matrix를 정의한다.

$$N_{\ell}^T = [0 \dots 0 e_1 \dots e_{\ell}] \quad \dots \quad (19)$$

여기서 0 는 $(M \times 1)$ 의 영 열벡터이며 e_{ℓ} ($1 \leq \ell \leq M$)은 ℓ 번째 단위벡터이다. $\underline{x}(t)$ 를 N_{ℓ} 에 투영하여 data matrix를 얻는다.

$$Y = [N_1^T \underline{x}(t) \quad N_2^T \underline{x}(t) \quad \dots \quad N_{M-1}^T \underline{x}(t) \\ N_1 \underline{x}(t) \quad \dots \quad N_{M-1} \underline{x}(t)] \quad \dots \quad (20)$$

이를 이용하여 새로운 covariance matrix를 구성하면,

$$\hat{R}_{UFSS} = E\{YY^H\} \quad \dots \quad (21)$$

결국, \hat{R}_{UFSS} 는 Toeplitz matrix가 되고 시간축상에서 많이 이용되는 biased correlation estimate 방법 (2)을 공간축에서 이용한 것과 동일하며, 공간상으로 full smoothing한 형태가 된다. Biased estimate 방법은 data 수 M 이 작을 경우 unbiased estimate 방법보다 추정분산이 크므로 (2), 다음과 같은 weighting matrix W 를 이용하여 unbiased estimate 방법을 이용한다.

$$W = \text{diag} \left[\frac{1}{M} \frac{1}{M-1} \dots \frac{1}{2} 1 \right] \quad \dots \quad (22)$$

$$\underline{r} = W \hat{\underline{r}} \quad \dots \quad (23)$$

여기서, $\hat{\underline{r}}$ 는 \hat{R}_{UFSS} 의 첫번째 열벡터이고 \underline{r} 는 UFSS 방법에 이용되는 covariance matrix의 첫번째 열벡터가 된다.

여기서, 잡음을 무시할 경우

$$r(m) = \underline{1}^D(m) E \left[\frac{1}{M-m} \sum_{i=1}^{M-m} D^{(i-1)} \underline{s}(t) \underline{s}(t)^H D^{(i-1)H} \right] \\ \cdot D^{(m)H} \underline{1}^T \quad (0 \leq m \leq M-1) \quad \dots \quad (24)$$

$$r(m) = r(-m)^* \quad (-M \leq m \leq 0) \quad \dots \quad (25)$$

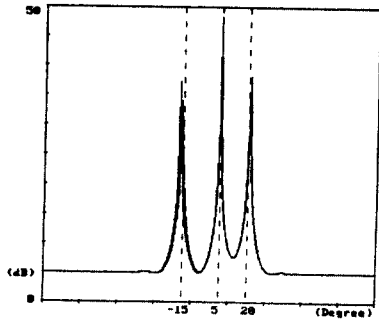
로 된다.

여기서, $\underline{1} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$ 인 행벡터이다. 따라서, $M \gg p$ 이면 $r(m)$ 으로 이루어지는 covariance matrix는 공간 smoothing한 경우로 근사될 수 있다. 따라서, UFSS는 EAS를 유지하면서 coherence 문제를 해결할 수 있다.

IV. MSE(Modified Signal Eigenvector) 방법

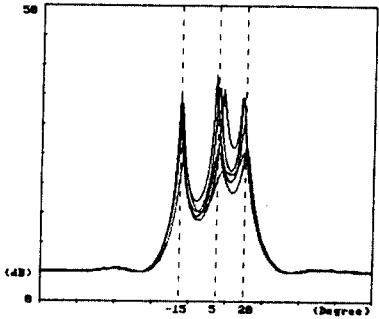
Cadzow 등이 제안한 SE(Signal Eigenvector) 방법 [7]은 다음과 같다. Principal eigenvector $\underline{v}_{k,\ell}$ 로 구성되는 matrix U_k 의 null 벡터를 \underline{h} 라 하면, 다음과 같은 homogeneous 행렬 방정식이 성립한다.

참 고 문 헌

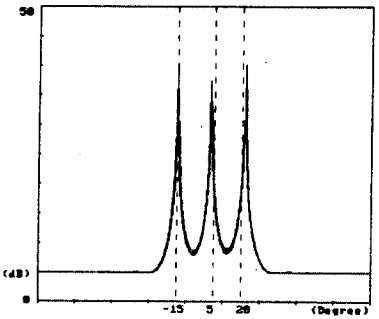


(d) UFSS-MSE

그림 1. $M=10$, $SNR=-10dB$ 일때의 공간스펙트럼



(a) MSS-MUSIC ($L=6$)



(b) UFSS-MSE

그림 2. $M=8$, $SNR=-10dB$ 일때의 공간스펙트럼

- [1] D.H.Johnson, "The Application of Spectral Estimation Methods to Bearing Estimation Problems," Proc. IEEE, Vol.70, No.9, pp.1080 ~ 1028, Sept. 1982.
- [2] S. Lawrence Marple, Digital Spectral Analysis with Applications, Prentice-Hall, Inc., 1987.
- [3] R.O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.34, No. 3, pp.276 ~ 280., Mar., 1986.
- [4] T.J. Shan, M.Wax and T.Kailath, "On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-33, No. 4, pp.806 ~ 811, Aug., 1985.
- [5] W.C. Lee, I.W. Cha, W.K. Kim and D.H. Youn, "An adaptive spatial prediction algorithm and bearing estimation," Proc., TENCON, Seoul, Aug., 1987.
- [6] R.T.Williams, S.Prasad, A.K.Mahalanabis and L.H. Sibul, "An Improved Spatial Smoothing Technique for Bearing Estimation in a Multipath Environment," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, Vol. 36, No. 4, pp.425 ~ 432, April, 1988.
- [7] J.A.Cadzow, Y.S.Kim, D.C.Shiue, Y.Sun and G.Xu, "Resolution of Coherent Signals Using a Linear Array," ICASSP 87, Dallas, Texas, pp.1597 ~ 1600, 1987.
- [8] H.Wang and G.H.Wakefield, "Signal-Subspace Approximation for Line Spectrum Estimation," ICASSP 87, Dallas, Texas, pp.2054 ~ 2057, 1987.
- [9] 이원철, "협대역 신호의 입사각 추정 알고리즘," 석사학위논문, 연세대학교, 대학원, 12월, 1987.
- [10] 조정권, "신호의 벡터공간을 이용한 다수의 광대역 신호의 입사각 추정," 석사학위논문, 연세대학교, 대학원, 6월, 1988.

$$U_k h = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

여기서,

$$U_k = \begin{bmatrix} V_k & V_{k,K-1} & \dots & V_{k,1} \\ V_{k,K+1} & V_{k,K} & \dots & V_{k,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{k,M} & V_{k,M-1} & \dots & V_{k,M-K+1} \end{bmatrix} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

다음의 F matrix 를 eigendecomposition 하여 h 를 얻을 수 있다.

$$F = \sum_{k=1}^P u_k h^H u_k \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

이 h 를 MUSIC[3] 에 적용하면 coherence 문제를 해결할 수 있다 [6]. 여기서, P 는 covariance matrix 의 실제 차원이며 K 는 $P < K \leq M - 1$ 을 만족하는 상수이다.

결국, SE 방법도 EAS 가 감소되므로 U_k 를 구성할 때 UFSS 방법을 이용하여 EAS 를 유지할 수 있으며, 이를 MSE 방법으로 제안한다.

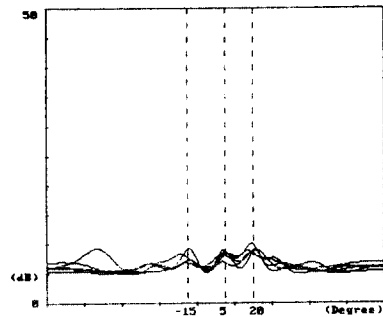
V. 시뮬레이션 및 고찰

시뮬레이션에 사용된 data 는 백색잡음을 지역차단 주파수 0.18(Hz), 고역차단 주파수 0.22(Hz) 및 2 차의 Butterworth filter 에 sampling 주파수 1(Hz) 로 통과시켜 얻은 신호이다. Coherent 신호가 $-15^\circ, +5^\circ, +20^\circ$ 로 입사되고 있으며 sample 수는 500, SNR = -10 dB 이고 5 번 독립 수행하였다. 그림 1 은 M = 10 인 경우이다. MUSIC 은 coherence 문제가 발생되어서 입사각 추정에 실패하였고, FB-MUSIC 은 MUSIC 에 FB 방법을 적용한 경우로서 coherence 문제가 다소 해결되었음을 알 수 있다.

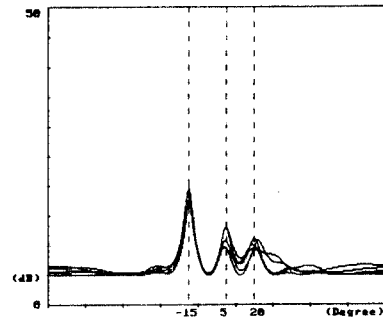
L = 8 인 MSS-MUSIC 의 경우는 effective aperture size 의 감소에 의해 일관성과 분해능에 다소 문제가 생김을 알 수 있다. 그러나 UFSS-MSE 의 경우는 일관성, 분해능에 있어서 우수함을 알 수 있다. 그림 2 는 M = 8 인 경우이다. 마찬가지로 L = 6 으로 한 MSS-MUSIC 보다 UFSS-MSE 가 우수함을 알 수 있다.

VI. 결 론

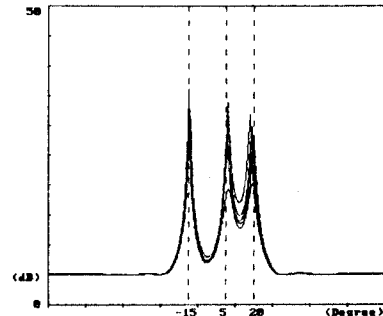
Effective aperture size 를 유지하면서 coherence 문제를 해결할 수 있는 UFSS-MSE 를 제안하고 시뮬레이션을 통해 성능을 비교하였다. 어떤 경우라도 UFSS-MSE 가 가장 우수한 결과를 나타내었으나, 약간의 추정 오차 문제가 발생되었다. 이는 coherence 문제 해결시의 suboptimal(M) > p 조건만을 만족하였기 때문이며 이를 해결하기 위한 연구가 계속 되어야 할 것이다.



(a) MUSIC



(b) FB-MUSIC



(c) MSS-MUSIC (L=8)