

디지털 무선 통신신호의 다이버시티 수신복성

오 장 현* 공 병 옥** 조 성 준*

* 한국항공대학 통신정보공학과
 ** 대우공업전문대학 전자통신과

Diversity Reception of Digital Radio Signals

Chang Bon OH* Byung Ock KONG** Sung Joon CHO*

* Dept. of Telecom. and Information Eng., Hankuk Aviation College
 ** Dept. of Electronic Communication, Daeyoo Tech. Junior College

ABSTRACT : The error rate equations of several digital signals transmitted through Rayleigh fading channel have been derived for both nondiversity and diversity receptions. And using these equations, the error rate performance has been evaluated and represented in graphs. Comparing the performance of diversity reception with that of nondiversity reception we know to what amount of improvement in error performance can be obtained by diversity techniques.

1. 서 론

무선통신에서는 신호가 빌딩이나 산등의 장애물에 반사되어 서로 다른 여러 전송로를 거쳐게 되므로 수신단에서는 각기 다른 전송로를 통하여 전파되거은 신호들이 서로 더해지거나 상쇄되어 수신신호의 강도가 랜덤하게 변화하는 페이딩 현상이 일어난다. 이 페이딩 현상은 잡음과 함께 시스템의 중요한 열화요인이 되는데 이러한 페이딩의 영향을 경감시키는 방법이 다이버시티 기법이다. 이 기법은 페이딩이 같은 시간 구간 동안에 2개 이상의 경로에서는 동시에 발생하는 일이 일어 없다는 것을 이용하는 기법이다 [1].

본 연구에서는 여러가지 디지털 무선통신 신호가 m 분포 페이딩에 의해 어떠한 영향을 받는지 알기만 하지 m-1 인 레일리 페이딩 환경하의 신호를 다이버시티로 수신했을 경우의 오율식을 유도하여 각 통신방식들의 다이버시티 기법에 의해 얼마만큼 오율이 개선되는지를 살펴보고자 한다.

2. 페이딩하의 성능

통신로상에서 발생하는 여러가지 페이딩을 나타낼수 있는 m 분포 페이딩 모델에 의하면 페이딩을 받은 신호전폭 S 의 p.d.f 는 다음과 같이 주어진다[2].

$$p(S) = \frac{2m \cdot S^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp\left(-\frac{mS^2}{\Omega}\right) \quad (1)$$

단, $\Gamma(\cdot)$: 감마함수

Ω : 신호의 평균전력

윗식에서 m 은 페이딩 지수로서 레일리 페이딩은 m=1 에 해당된다.

페이딩하에서의 각 신호방식의 오율식 P_{EF} 는 다음식과 같이 구해진다.

$$P_{EF} = \int_0^{\infty} p(S) P_E dS \quad (2)$$

윗식에서 P_E 는 잡음만에 의한 오율식으로서 여러문헌에 따르면 디지털 통신방식에 대한 것은 표1과 같다.

표 1. 각 디지털 신호방식의 오류

신호방식	오류 P_E
M-ary CPSK	$\text{erfc} \left(\sqrt{\gamma} \cdot \sin \frac{\pi}{M} \right)$
M-ary DPSK	$\text{erfc} \left(\sqrt{\gamma} \cdot \sin \frac{\pi}{2M} \right)$
FSK	$\frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}} \right)$
MSK	$\frac{1}{2} \text{erfc} \left(\frac{\pi \sqrt{\gamma}}{4} \right)$
M-ary QAM	$\frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{3\gamma}{2(M-1)}} \right)$
n level QPRS	$\frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{3\gamma}{(\sqrt{n}+3)(\sqrt{n}-1)}} \right)$

단, γ : SNR
M : array 의 수

따라서 페이딩하의 각 신호방식의 오류식은 식(1) (2)와 표1에 의해 다음과 같이 구해진다 [3], [4].

(1) M-ary CPSK

$$P_{EF} (CPSK) = 1 - \sqrt{\frac{4\sin^2 \frac{\pi}{M} \gamma}{\pi m}} \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \cdot \left(1 + \frac{\sin^2 \frac{\pi}{M} \gamma}{m} \right)^{-(m + \frac{1}{2})} \cdot {}_2F_1 \left(1, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{\sin^2 \frac{\pi}{M} \gamma}{m + \sin^2 \frac{\pi}{M} \gamma} \right) \quad (3)$$

단, ${}_2F_1(\dots; \dots)$: 초기하함수

(2) M-ary DPSK

$$P_{EF} (DPSK) = 1 - \sqrt{\frac{4\sin^2 \frac{\pi}{2M} \gamma}{\pi m}} \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \cdot \left(1 + \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2M} \gamma}{m} \right)^{-(m + \frac{1}{2})} \cdot {}_2F_1 \left(1, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{\sin^2 \gamma}{m + \sin^2 \frac{\pi}{2M} \gamma} \right) \quad (4)$$

(3) FSK

$$P_{EF} (FSK) = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi m}} \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \left(1 + \frac{\gamma}{2m} \right)^{-(m + \frac{1}{2})} \cdot {}_2F_1 \left(1, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{\gamma}{2m + \gamma} \right) \quad (5)$$

(4) MSK

$$P_{EF} (MSK) = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{\pi \gamma}{16m}} \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{\Gamma(m)} \left(1 + \frac{\pi^2 \gamma}{16m} \right)^{-(m + \frac{1}{2})} \cdot {}_2F_1 \left(1, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{\pi^2 \gamma}{16m + \pi^2 \gamma} \right) \quad (6)$$

(5) M-ary QAM

M-ary QAM 신호는 부호점의 위치에 따라 인접하는 부호점의 수가 달라서 에러가 발생할 확률이 다르게 되므로 각각의 부호점에 대해 평균을 취한 1부호점당 평균 부호 오류율은 다음과 같다.

$$P_{EF} (QAM) = \frac{4\sqrt{M}}{M} \left(\sum_{x=1}^{\frac{\sqrt{M}-1}{2}} P_{eQP}(X) + P_{eQP} \left(\frac{\sqrt{M}}{2} \right) \right) \quad (7)$$

단, $P_{eQP}(X)$: 적외하는 X, 농축종 X 축상에서의 X번째 부호점의 오류

$P_{eQP} \left(\frac{\sqrt{M}}{2} \right)$: 최외각 부호점의 오류

(6) n level QPRS

각 부호점의 발생확률이 위치에 따라 다르므로 이를 고려하여 각 부호점에 대해 평균을 취하면 1 부호점당의 평균 부호오율은 다음과 같다.

$$P_{EF} = 4 \sum_{x=1}^{\frac{\sqrt{n}-1}{2}} \sum_{y=1}^{\frac{\sqrt{n}-1}{2}} P_{rob}(x,y) P_{er-c}(x,y) + 4 \sum_{x=1}^{\frac{\sqrt{n}-1}{2}} \sum_{y=1}^{\frac{\sqrt{n}-1}{2}} P_{rob}(x,y) P_{er-c}(x,y) + 4 \sum_{x=1}^{\frac{\sqrt{n}-1}{2}} P_{rob} \left(x, \frac{\sqrt{n}-1}{2} \right) P_{er-c} \left(x, \frac{\sqrt{n}-1}{2} \right) + 4 \sum_{y=1}^{\frac{\sqrt{n}-1}{2}} P_{rob} \left(\frac{\sqrt{n}-1}{2}, y \right) P_{er-c} \left(\frac{\sqrt{n}-1}{2}, y \right) + 4 P_{rob} \left(\frac{\sqrt{n}-1}{2}, \frac{\sqrt{n}-1}{2} \right) P_{er-c} \left(\frac{\sqrt{n}-1}{2}, \frac{\sqrt{n}-1}{2} \right) + 2 \sum_{x=1}^{\frac{\sqrt{n}-1}{2}} P_{rob}(x, 0) P_{er-c}(x, 0) + 2 \sum_{y=1}^{\frac{\sqrt{n}-1}{2}} P_{rob}(0, y) P_{er-c}(0, y) + 2 P_{rob} \left(\frac{\sqrt{n}-1}{2}, 0 \right) P_{er-c} \left(\frac{\sqrt{n}-1}{2}, 0 \right) + 2 P_{rob} \left(0, \frac{\sqrt{n}-1}{2} \right) P_{er-c} \left(0, \frac{\sqrt{n}-1}{2} \right) + P_{rob}(0, 0) P_{er-c}(0, 0) \quad (8)$$

3. 다이버시티 수신시의 성능

다이버시티 수신기법은 수신신호의 평균전력을 증가시키므로써 페이딩의 영향을 줄이고자 하는 방식으로써 이는 임의의 순간에 있어서 상관이 없는 2신호가 동시에 심한 페이딩을 받는 경우가 드물다는데에 기반하여 이 2신호를 합성시킴으로써 페이딩의 영향을 경감시키는 방식이다. 본 연구에서는 레일리 페이딩하에서 다이버시티 수신시 branch의 수와 branch 상호간의 상관계수를 파라미터로 하여 선택합성법과 최대비합성법의 두가지 방법에 대하여 살펴본다.

다이버시티 수신시의 평균오율은 다음과 같이 구해진다.

$$[P_E]_D = \int_0^\infty P_E \cdot p(\gamma) d\gamma \quad (9)$$

단, P_E : 잡음만에 의한 오율식

$p(\gamma)$: 레일리 페이딩하에서 다이버시티로 수신된 신호의 p. d. f

본문 (5)에 의하면 선택합성법과 최대비합성법(상관이 있는 2 branch)에 대한 $p(\gamma)$ 는 각각 다음과 같이 주어진다.

① 선택합성법

$$p(\gamma) = \frac{N}{\Gamma} \exp\left(-\frac{\gamma}{\Gamma}\right) [1 - \exp\left(-\frac{\gamma}{\Gamma}\right)]^{N-1} \quad (10)$$

단, N : branch의 수

γ : 순시 CNR

Γ : 평균 CNR

② 최대비합성법

$$p(\gamma) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \exp\left(-\frac{\gamma}{\lambda_1}\right) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \exp\left(-\frac{\gamma}{\lambda_2}\right) \quad (11)$$

단, $\lambda_1 = \Gamma(1 - |\rho|)$

$\lambda_2 = \Gamma(1 + |\rho|)$

$|\rho|^2$: 상관계수

(1) 선택합성법을 이용한 경우

서로 다른 branch로 부터 수신되는 신호중에서 가장 강한 신호만을 수신단에서 선택하는 방법으로서 서로 상관이 없는 2개의 branch로 부터 신호를 수신할때의 오율식은 다음과 같이 된다.

$$[P_E]_{SC} = \int_0^\infty \frac{N}{\Gamma} e^{-\gamma/\Gamma} (1 - e^{-\gamma/\Gamma})^{N-1} \cdot \frac{1}{a} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma/b} \cdot c) d\gamma \quad (12)$$

윗식을 이항정리한 후 적분을 행하면

$$[P_E]_{SC} = \frac{1}{a} - \frac{Nc}{a} \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \binom{N-1}{k-1} \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\Gamma}{bk + \Gamma c^2}} \quad (13)$$

여러가지 다른 통신방식에 대한 오율식은 윗식에서 계수 a, b, c의 값만이 다르게 되는데 이를 표2에 정리해 놓았다.

(2) 최대비합성법을 이용한 경우

여러개의 branch를 이용할때 순시 CNR의 합을 취하는 수신기법이다. 2 branch의 신호만을 생각했을때의 평균오율은 다음과 같이 구해진다.

$$[P_E]_{MRC} = \int_0^\infty \left[\frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\gamma/\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\gamma/\lambda_2} \right] \cdot \frac{1}{a} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma/b} \cdot c) d\gamma \quad (14)$$

윗식의 적분을 행하면

$$[P_E]_{MRC} = \frac{1}{a} - \frac{c}{a(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[\frac{\lambda_1^{3/2}}{\sqrt{b + \lambda_1 c^2}} - \frac{\lambda_2^{3/2}}{\sqrt{b + \lambda_2 c^2}} \right] \quad (15)$$

다른 통신방식에 대해서도 선택합성법의 경우에서와 마찬가지로 오율식의 계수의 값만이 다르게 되는데 이는 표2와 같다.

표 2. 다이버시티 수신시의 오율식

오율 P_E	$\frac{1}{a} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma/b} \cdot c)$		
$[P_E]_{SC} = \frac{1}{a} - \frac{Nc}{a} \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \binom{N-1}{k-1} \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\Gamma}{bk + \Gamma c^2}}$			
$[P_E]_{MRC} = \frac{1}{a} - \frac{c}{a(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[\frac{\lambda_1^{3/2}}{\sqrt{b + \lambda_1 c^2}} - \frac{\lambda_2^{3/2}}{\sqrt{b + \lambda_2 c^2}} \right]$			
계수	a	b	c
통신방식			
M-ary CPSK	1	1	$\sin \frac{\pi}{M}$
M-ary DPSK	1	1	$\sin \frac{\pi}{2M}$
FSK	2	2	1
MSK	2	16	π
16 QAM	2	10	1
9 QPRS	2	4	1
단, M : array 수, N : branch의 수			
γ : 순시 CNR, Γ : 평균 CNR			

4. 수치계산 및 검토

각 통신방식에 대해 유도한 오율식을 이용하여 수치계산한 결과를 신호 대 잡음비 CNR, 페이딩지수 m , branch의 수 N , 두 branch사이의 상관계수 ρ 를 파라미터로 하여 그림으로 나타내었다. 그림1은 레일리 페이딩($m=1$)하인 경우와 nonfading시의 각 통신방식들의 오율 그래프이고 그림 2 - 7은 각각의 통신방식에 대해 레일리 페이딩하의 신호를 선택합성법과 최대비합성법으로 수신했을 경우의 오율 그래프로서 branch의 수가 2개($\rho=0$, $\rho=0.7$ 의 두 경우)와 4개($\rho=0$)인 경우에 대해 나타낸것이다. 이들 그래프들로부터 다음과 같은 것을 알수있다.

- (1) 레일리 페이딩하의 신호를 다이버시티로 수신 하므로서 nondiversity 수신시에 비해 오율면에서 상당한 개선이 있다.
- (2) 선택합성법에 있어서 각 통신방식에 대한 branch의 수에 따른 CNR의 개선은 2 branch로 수신시는 약 14[dB] - 32[dB]이고 branch의 수가 4개인 경우는 약 22[dB] - 36[dB] 범위이다. 따라서 branch의 수를 증가시키므로서 CNR 이나 오율면에서 더욱 큰 개선이 얻어진다.
- (3) 최대비합성법에 의한 개선의 정도는 선택합성법과 거의 같다.
- (4) 최대비합성법의 경우, 상관계수의 변화에 따른 오율변화는 branch 사이에 상관이 없는 경우가 상관이 있는 경우에 비해 그 개선의 정도가 약간 좋게 나타났다.
- (5) 레일리 페이딩하의 신호를 선택합성법으로 수신한 경우 동일한 오율에 대한 각 신호방식의 CNR 개선값[dB]은 다음과 같다.

신호방식	선택합성법시 CNR 개선값	
	N=2	N=4
MSK	16	23
FSK	16	24
4CPSK	18	26
9QPSK	15	23
4DPSK	14	22
16QAM	32	36

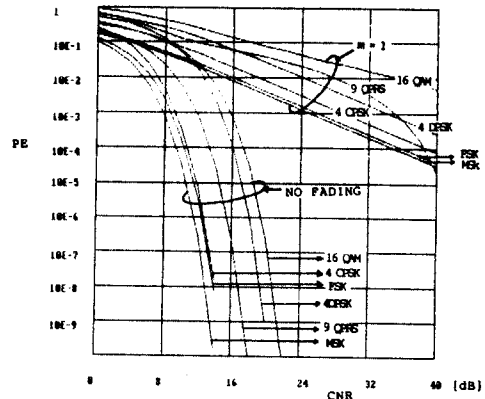


그림1. 레일리 페이딩과 nonfading 시에 대한 디지털 신호 방식의 오율특성

Fig.1. The error performance of digital radio signals in Rayleigh fading and nonfading cases.

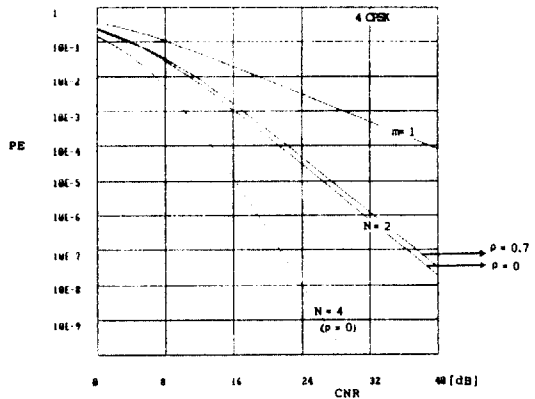


그림2. CPSK 신호의 다이버시티 수신특성

Fig.2. The error performance of CPSK signal in diversity reception.

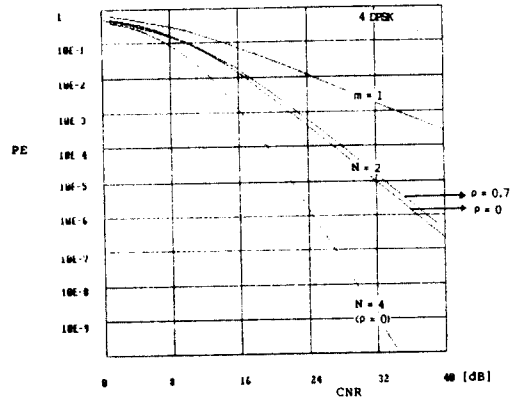


그림3. DPSK 신호의 다이버시티 수신특성

Fig.3. The error performance of DPSK signal in diversity reception.

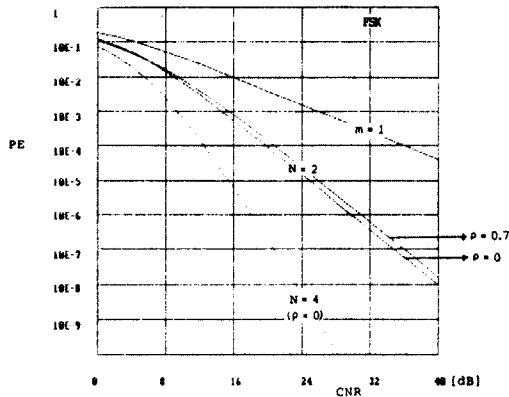


그림4. FSK 신호의 다이버시티 수신특성
Fig4. The error performance of FSK signal in diversity reception.

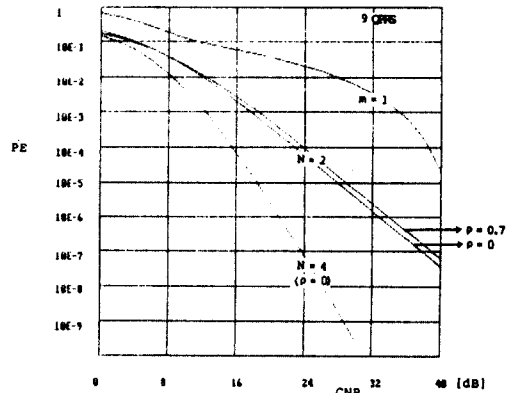


그림7. QPSK 신호의 다이버시티 수신특성
Fig7. The error performance of QPSK signal in diversity reception.

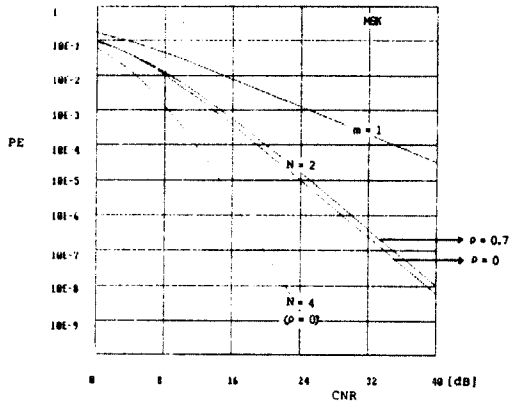


그림5. MSK 신호의 다이버시티 수신특성
Fig5. The error performance of MSK signal in diversity reception.

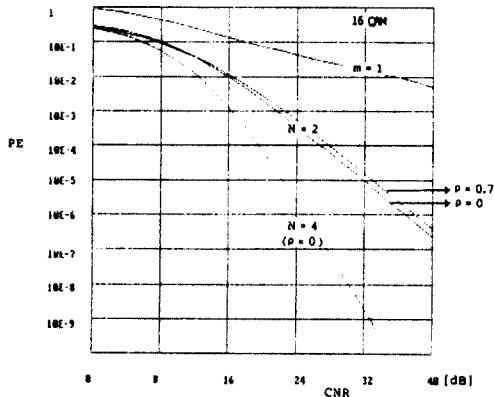


그림6. QAM 신호의 다이버시티 수신특성
Fig6. The error performance of QAM signal in diversity reception.

참고 문헌

- [1] D.G.Brennan, "Linear diversity combining techniques," Proc. IRE, vol.47, pp.1075 - 1102, June 1959.
- [2] M.Nakagami, "The m distribution - A general formular of intensity distribution of rapid fading," in Statistical Methods In Radio Waves Propagation, W.C.Hoffman Ed., New York : Pergamon Press, 1960.
- [3] 김 현철, "가우스성잡음과 임펄스성잡음이 혼재하는 다중전파 페이딩 전송로상에서의 재반 디지털 통신시스템 특성의 종합분석 및 비교에 관한 연구," 한국항공대학 대학원 석사학위 논문집, 1988.
- [4] 이 광렬, "다차직교 Partial Response Signaling 시스템의 특성에 관한 연구," 한국항공대학 대학원 석사학위 논문집, 1988.
- [5] W.C.Y.Lee, Mobile communications engineering, New York: McGraw - Hill, 1982.