한국통신학회 1988년도 추계학술발표회 논문집(1988. 11. 5) 88650

홀로그래픽 퓨리에 변환 렌즈의 위상 최적화 방법에 관한 연구

이 성 덕°, 김 은 수, 양 인 응
광운대학교 전자공학과

A Study on the Phase Optimization Method of the Holograpic Fourier Transform Lens

Seong-Deok Lee°, Eun Soo Kim, In-Eung Young
Department of Electronics, Kwang-Woon University

국 문 요 약

본 논문에서는 홀로그래픽 퓨리에 변환 렌즈에서 수차의 원인이 되는 곡율의 크기를 줄이기 위하여 두개의 구면파를 합성하는 방법을 도입하여 물체파로서 사용하여 렌즈를 구성하였다. 그리고 최소 자승법을 이용한 시뮬레이션을 통하여 위상함수를 최적화 시켰을 때 변환 평면에서 출력파의 수차 발생을 비교 고찰하였다.

I. 서 론

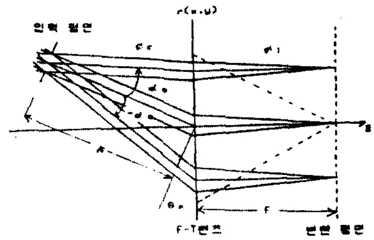
홀로그래픽 광학 소자가 렌즈로서 작용하는 홀로그래픽 퓨리에 변환 렌즈(holographic Fourier transform lens)에 대한 관심은 Close[1]이후 고조 되었으며 특히 수차 발생의 원인이 되는 렌즈의 위상 함수에 대한 연구는 활발해 졌다. 홀로그래픽 Fourier변환 렌즈에서 수차는 위상 함수에 기록된 기준파 성분과 재생할 때의 입력파 성분이 동일하지 않기 때문에 변환 평면에서 발생하며 수차는 기준파와 입력파 사이의 이탈 각도가 커질수록 증가 한다. 수차를 줄이는 최적화된 위상 함수에 대한 연구는 수치적[2,3],해석적[4] 또는 두 방법을 혼합한 방법[5]을 통하여 진행되고 있다.

본 논문에서는 재생할때 발생하는 수차를 줄이기 위해 홀로그래픽 Fourier 변환 렌즈의 기록 과정에서 두개의 구면파를 합성하는 방법을 사용하였으며,최소 자승법을 이용한 광선추적 반복법을 이용하여 위상 함수를 최적화 하였다.그리고 변환 평면에서 출력파의 수차를 고찰하기 위하여 빔 집속 도형을 나타내었다.

II. 본 론

II-1 홀로그래픽 퓨리에 변환 렌즈

홀로그래픽 F.T 렌즈는 입사하는 평면파 ϕc를 구면파 ϕi로 바꾸어주는 파두면 변환 장치로 생각할수 있다.



그림(1) 홀로그래픽 퓨리에 변환 렌즈의 재생 구성도
Fig.1 Holographic Fourier transform lens readout geometry

여기서 F는 렌즈의 촛점거리,r(x,y)는 렌즈 평면상의 좌표,Θx는 재생파의 이축각,αo는 입력 평면에서 렌즈의 전체영역 을 조사할수 있는 최대각이다.

한 구면파를 물체파로 사용하여 홀로그래픽 F.T 렌즈를 구성하면 출력파 위상ϕi는 다음과 같다.(K:전파 상수)

$$\phi i(x,y)= K\ [\ x \sin(\Theta x-\alpha in)+((\ x^2 +y^2 +F^2\ )^{\frac{1}{2}} - x \sin\Theta x)\ ] \qquad (1)$$

여기서 αin은 $-\alpha o$와 αo사이의 임의의 입사각도이다.

재생빔 ϕc의 입사각도 변화에 따르는 출력 위상ϕi의 변화를 보기 위하여, $x = R0 \sin\beta$, $y = R0 \sin\alpha \cos\beta$ 로 놓으면, 출력파의 위상 함수 ϕi에 대한 전파 방향(Dxl,Dyl)과 곡율(Cxxl,Cxyl,Cyyl)을 분석할 수 있다.

$$Dxl = \sin(\Theta x-\alpha in)+\sin\beta-\sin\Theta x \qquad (2)$$

$$Dyl = \sin\alpha \cos\beta \qquad (3)$$

$$Cxxl = \cos^2 \beta /R0 \qquad (4)$$

$$Cxyl = \sin\alpha \sin\beta \cos\beta /R0 \qquad (5)$$

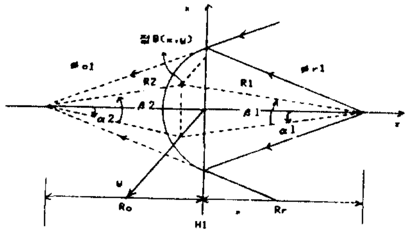
$$Cyyl = (\sin^2 \alpha \sin^2 \beta +\cos^2 \alpha)/R0 \qquad (6)$$

여기서 $R0 = (\ x^2 + y^2 + F^2\ )^{\frac{1}{2}}$ 이다.

입사 재생빔은 출력파의 전파 방향은 변화시키지만, 곡율 성분은 물체파의 곡율로서 결정된다. 따라서 수차의 원인이 되는 구면파의 곡율 성분은 수차를 줄이는 방향으로 최적화되어야 한다.

II-2. 합성된 구면파를 사용한 홀로그래픽 F.T렌즈

렌즈 촛점거리의 변화없이 곡율성분을 줄이기 위하여 두개의 구면파를 합성하는 방법을 도입할수있다.



그림(2) 발산 구면파와 수렴 구면파를 사용한 홀로그래픽 소자에 대한 기록 구성도

Fig. 2 Recording geometry for a holographic elements using diverging and converging spherical waves

Ro: 물체파의 촛점거리　　　Rr: 기준파의 촛점거리

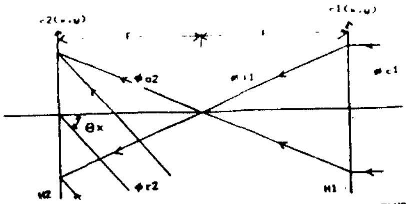
H1:홀로그래픽 소자. 점B(x,y):H1평면에서 임의의 점

R1,R2:각각 기준과 물체파 광원에서 점B까지의 거리

$\alpha 1, \alpha 2, \beta 1, \beta 2$:임의의 점B(x,y)에서 각각 물체파와 기준파의 y와 x성분을 표시하는 각도.

발산 구면파$\phi r1$과 수렴 구면파$\phi o1$을 동축으로 H1에 기록하면 H1의 위상함수 $\phi h1$는 다음과 같다.

$$\phi h1(x,y) = -K\ [\ \{\ (\ x^2 + y^2 + Ro^2\ )^{\frac{1}{2}} - Ro\ \}\ + \{\ (\ x^2 + y^2 + Rr^2\ )^{\frac{1}{2}} - Rr\ \}\ ] \qquad (7)$$



그림(3) 홀로그래픽 소자H1의 재생 구성도 및 홀로그래픽 소자H2의 기록 구성도.

Fig.3 Holographic elements H1 readout geometry and holographic elements H2 recording geometry

여기서 r1(x,y)와 r2(x,y)는 각각 홀로그래픽 소자 H1과 H2 평면 상의 좌표이다.그림(2)에서 만들어진 홀로그래픽 소자 H1를 재생 평 면파 $\phi c1$로 조사시키면 촛점거리 F를 갖는 구면 출력파 $\phi i1$을 얻을 수 있으며 다시 물체파$\phi o2$로서 사용하여 평면 기준파$\phi r2$와 함께 H2에 기록 시킨다. 물체파 위상 $\phi o2$은 다음과 같다.

$$\phi o2(x,y) = -\phi i1(x,y) = -\phi h1(x,y) \qquad (8)$$

출력파$\phi i1$의 촛점거리 F는 다음과 같다.

$$1/F = 1/Ro + 1/Rr \qquad (9)$$

홀로그래픽 소자 H2에서의 위상$\phi h2$는 다음과 같다.

$$\phi h2(x,y) = K\ [\ \{\ ((x^2 + y^2 + Ro^2\ )^{\frac{1}{2}} - Ro) + ((x^2 + y^2 + Rr^2\ )^{\frac{1}{2}} - Rr)\ \} - x\sin\Theta x] \qquad (10)$$

홀로그래픽 소자 H2를 그림(1)에 있는 F.T렌즈로서 사용하면 다음의 출력 위상$\phi i2$를 얻을 수 있다.

$$\phi i2(x,y) = K\ [x\sin(\Theta x - \alpha in) + \{((x^2 + y^2 + Ro^2\ )^{\frac{1}{2}} - Ro) + ((x^2 + y^2 + Rr^2\ )^{\frac{1}{2}} - Rr)\ \} - x\sin\Theta x] \qquad (11)$$

재생 입력파 각도변화에 따르는 출력파 위상 변화를 살펴보기위하여 $x = R1\sin\beta 1 = R2\sin\beta 2, y = R1\sin\alpha 1\cos\beta 1$ $R2\sin\alpha 2\cos\beta 2$라 놓으면 전파 방향(Dx2, Dy2)과 곡율(Cxx2, Cxy2, Cyy2)을 구할수있다.

$$Dx2 = \sin(\Theta x - \alpha in) - \sin\Theta x + (\sin\beta 2 + \sin\beta 1) \qquad (12)$$

$$Dy2 = (\sin\alpha 2\cos\beta 2 + \sin\alpha 1\sin\beta 1) \qquad (13)$$

$$Cxx2 = \cos^2\beta 2/R2 + \cos^2\beta 1/R1 \qquad (14)$$

$$Cxy2 = -\sin\alpha 2\sin\beta 2\cos\beta 2/R2 - \sin\alpha 1\sin\beta 1\cos\beta 1/R1 \qquad (15)$$

$$Cyy2 = (\ \sin^2\alpha 2\ \sin^2\beta 2 + \cos^2\alpha 2\ )/R2 + (\ \sin^2\alpha 1\ \sin^2\beta 1 + \cos^2\alpha 1\ )/R1 \qquad (16)$$

여기서 $R1 = (x^2 + y^2 + Rr^2\ )^{\frac{1}{2}}, R2 = (x^2 + y^2 + Ro^2\ )^{\frac{1}{2}}$이다.

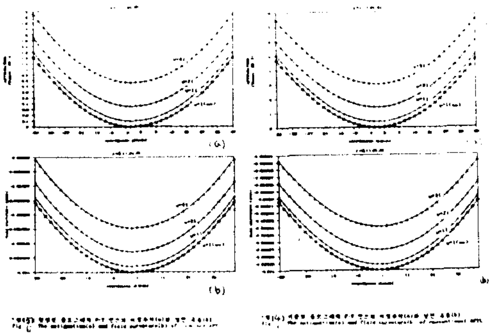
기록시 사용된 두개의 구면파 촛점거리 Rr과 Ro는 렌즈의 촛점 거리보다 크게 하므로 해서 합성된 곡율 성분은 한개의 구면파의 촛점 거리에 비해 작게 만든다[식(9) 참조]. 식(1)와 식(11)의 곡율 성분에 대한 수차의 증감상태를 보기 위하여 수차중 구면파로 인해 발생하는 비점수차(astigmatism)와 상면곡율(Field Curvature)을 분석하였다.

비점수차A와 상면곡율1/r은 다음과 같이 정의된다[6].

$$A^2 = \frac{1}{4}\ (\ Cxx - Cyy\ )^2 + Cxy^2 \qquad (17)$$

$$1/r = \frac{1}{2}\ (\ Cxx + Cyy\ ) \qquad (18)$$

II-1절의 곡율과 윗식의 곡율에서 비점수차와 상면곡율을 분석한 결과는 그림(4)과 (5)에 그래프로 나타냈다.



II-3. 최소 자승법을 사용한 광선 추적 시뮬레이션

합성된 구면파를 사용한 렌즈의 수차특성을 고찰하기 위하여 최소 자승법을 사용한 광선 추적과 위상함수 최적화 시뮬레이션을 하였다.

홀로그래픽 F.T 렌즈에서 출력 광선의 회절 방향은 회절격자 방정식(grating equation)으로 주어진다.

$$\phi i(x,y) = \phi c(x,y) + \phi h(x,y) \qquad (19)$$

식(19)을 통하여 결정된 방향 여현 li(x,y),mi(x,y), ni(x,y)을 최적화 반복 작업에 사용하며 반복화 계수

로서 기준파를 사용한다.

$$\phi r(x,y) = K\,(\,x \sin\Theta x + \phi p(x,y)\,) \qquad (20)$$

$$\phi p(x,y) = C1x^2 + C2x^{4} + C3x' + C4x + C5y^2 + C6y^{4} + C7y + C8y + C9x^{4}y^2 + C10x\,y \qquad (21)$$

변환 평면에서 집속된 빔 반경이 최소가 되도록 C1,.., C10을 결정하기위해 오차 함수H(C1...C10)를 사용한다.

$$H(C1\ldots C10) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left[(Xnm-\langle Xn\rangle)^2 + (Ynm-\langle Yn\rangle)^2\right] \qquad (22)$$

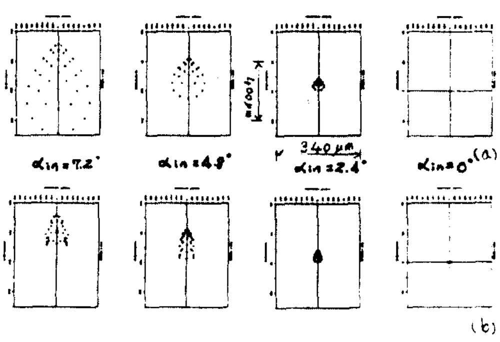
여기서 N은 재생 빔의 입사 각도 수이고 M은 한 빔에서의 광선 수이다. Xnm과 Ynm은 각각의 변환 평면상에서 좌표값이고, ⟨Xn⟩과 ⟨Yn⟩은 한 집속된 빔의 평균된 좌표이다. 광선 추적이 수행될 때 변환 평면상에 맺히는 점들은 다음에 의해 주어진다.

$$Xnm = x + F\,\frac{li(x,y)}{ni(x,y)} + \sum_{k=1}^{10} Ck\ Anmk \qquad (23)$$

$$Ynm = y + F\,\frac{mi(x,y)}{ni(x,y)} + \sum_{k=1}^{10} Ck\ Bnmk \qquad (24)$$

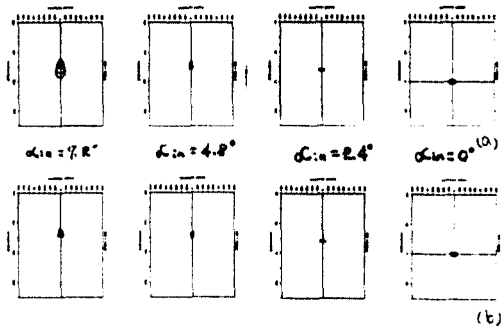
여기서 Anmk와 Bnmk는 각각 $\phi p(x,y)$항에 대한 $li(x,y)/ni(x,y)$와 $mi(x,y)/ni(x,y)$값이다. C1,...,C10 값은 오차 함수를 C(1...10)에 대해 편미분 한 값을 영으로 놓고 풀면 10개의 연립방정식을 통하여 구할 수있다. 이 작업을 반복하면 최적화된 위상ϕi를 구할수 있다.

본 논문에서는 N = 7 , αo =7.2°, M= 37이며 , 입력 평면의 길이는 25mm이고 F=250(mm), Ro=Rr=500(mm)이다. 이축각Θx은 20°이다. 식(1)과(11)의 출력 위상를 최적화 방법에 적용시켜 시뮬레이션하였을때, 변환 평면에서 나타나는 빔 집속 도형은 그림(6)과(7)에 나타내었다.



그림(6) 최적화 되기 전(a)과 된 후(b)의 기존의 홀로그래픽 F-T 렌즈의 빔 집속도형

Fig.6 Spot diagrams for conventional HFTL before(a) and after(b) optimization



그림(7) 최적화 되기 전(a)과 된 후(b)의 합성된 홀로그래픽 F-T 렌즈의 빔 집속도형

Fig.7 Spot diagrams for combined HFTL before(a) and after(b) optimization

III. 결 론

본 논문에서는 촛점거리의 증가없이 곡율 성분을 줄이기위하여 두개의 구면파를 합성하는 방법을 사용하였으며, 그 결과 수차는 크게 개선되었다. 그러나 두 구면파의 합성으로인한 촛점력의 증가를 가져와서 변환 평면상의 중심 빔 도형의 크기가 약간 증가되었으나 우려할 정도는 아니다. 이 방법을 시뮬레이션을 통해 최적화 방법에 적용하였을때 위상 함수는 더욱 개선되었음을 알 수있다.

참고 문헌

1. D.H.Close, "Holographic Optical Elements", Opt. Eng., Vol.14, No.5, pp.408-419 (1975)
2. Y.Ono and N.Nishida, "Holographic optical elements with optimized phase-transfer functions", J.Opt. Soc.Am., Vol.3, No.1, pp.139-142 (1986)
3. R.C.Fairchild and J.R.Fienup, "Computer-originated aspheric holographic optical elements", Opt.Eng., Vol.21, No.1, pp.133-140 (1982)
4. K.A.Winick and J.R.Fienup, "Optimum holographic elements recorded with nonspherical wave fronts", J.Opt.Soc.Am., Vol.73, No.2, pp.208-217 (1983)
5. J.Kedmi and A.A.Friesem, "Optimal holographic Fourier-transform lens", Appl.Opt., Vol.23, No.22, pp.4015-4019 (1984)
6. H.P.Herzig and R.Dandliker, "Holographic optical scanning elements: analytical method for determining the phase function", J.Opt.Soc.Am., Vol.4, No.6, pp.1063-1070 (1987)