

안정한 비최소 위상 시스템의 견실한 적응제어

최종호 ° 김호찬
서울대학교 공과대학 제어계측공학과

Robust Adaptive Control for a Stable Nonminimum Phase System

Chong-Ho Choi **Ho-Chan Kim**
Dept. of Control & Instrumentation Eng.
Seoul National University

ABSTRACT

A robust adaptive control method for a stable nonminimum phase SISO system with unmodelled dynamics is proposed. The robust parameter estimation method of the system with bounded output noise and unmodelled dynamics is employed and a parallel structure is proposed to improve the robustness of adaptive control system. The local stability of the proposed system is shown. Computer simulations are done in order to compare the performance of the proposed structure with the basic structure on various circumstance.

1. 서 론

기존의 적응제어 방법은 제어할 플랜트에 관한 특성을 정확히 알고 있다는 가정하에서 적응제어기를 설계하고 전체 적응제어 시스템의 안정성을 증명하였는데[1], 이 방법을 실제 플랜트 제어에 적용할 경우 많은 문제가 있음이 밝혀졌다.[2] 이는 실제 플랜트에는 추정모델로 표시할 수 없는 여러가지 불확실성이 존재하기 때문인데, 이로인해 적응제어의 견실성(robustness)에 관한 연구가 많이 이루어지고 있다[3,4]. 적응제어의 견실성에 관한 연구는 주로 모델화되지 않은 운동과 잡음이 존재하는 경우의 안정도 보장 및 제어특성 개선이 주를 이루고 있다. 적응제어 시스템의 견실성은 그 특성상 견실한 제어의 문제와 견실한 매개변수 추정의 문제로 나누어 생각할 수 있다. 물론 이러한 두 가지 문제는 서로 독립적인 것은 아니고 항상 상호작용하고 있는 것임에 틀림없으나 이점까지 고려한 일관적인 접근은 매우 어렵다.

본 논문에서는 변형된 최소자승법(least square method) 형태의 매개변수 추정 알고리즘을 살펴보고, 이 방법이 적응제어에 적용할 수 있음을 보인다. 그리고 견실성을 향상시키는 방법으로 일반적인 적응제어 시스템의 구조를 수정하여 플래트를 병렬로 나타내는 새로운 구조(이하 병렬 구조라 표기)를 제시하고, 새로운 구조 하에서 그 시스템의 견실성을 논하고 수정된 시스템의 국부안정성(local stability)을 보인다.

병렬 구조는 추정된 플랜트와 실제 플랜트 사이의 오차가 전체 시스템에 미치는 영향력을 감소시키도록 제어 시스템의 구

조를 변형시킨 것으로써, 모델화되지 않은 운동의 영향이 큰 플랜트에 이러한 구조를 적용한 결과 적응제어 시스템의 견실성이 향상될 수 있다는 것을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 보인다. 시뮬레이션은 안정한 플랜트를 대상으로 하여 원래 주어진 구조(이하 기본 구조로 표기)[3]와 새로 제시한 병렬 구조를 적용하였을 경우에 나타나는 출력을 비교하였다.

2. 플랜트의 가정 및 문제제시

대부분의 경우에는 그림 2.1(a)와 같은 플랜트에 대한 적응제어 시스템에 대하여 연구하지만 여기서는 그림 2.1(a)와 같은 플랜트에 적당한 필터 W 를 첨가하고 이와 더불어 병렬로 $(1-W)\hat{H}$ 을 첨가하는 그림 2.1(b)와 같은 수정된 플랜트(또는 병렬 구조라 함)를 생각한다. 그림 2.1(b)의 수정된 플랜트는 다음에 제시되는 가정들을 만족시킨다.

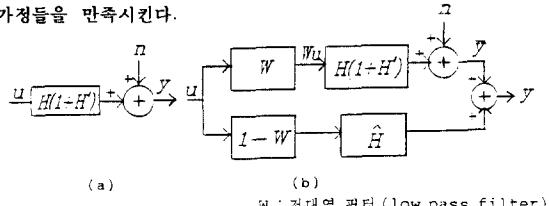


그림2.1 수정된 플랫폼

Fig 2.1 Modified plant

가정 1. 플랫트는 다음식으로 표시된다.

$$y(k) = H(q^{-1})(1 + H'(q^{-1}))W(q^{-1})u(k) + \widehat{H}(q^{-1}, k) \cdot \\ (1 - W(q^{-1}))u(k) + n(k)$$

$$\hat{z}(s^{-1}) = u(s^{-1}) \left(1 + H'(s^{-1}) \right) w(s^{-1}) u(k) + n(k) \quad (2.1)$$

여기서 $\tilde{y}(k)$ 는 실제 플랜트 출력이며, $y(k)$ 는 계산하여 얻어내는 수정된 플랜트의 출력이고 $u(k)$ 와 $n(k)$ 는 플랜트의 입력과 유한한(bounded) 잡음이다. $H(q^{-1})$ 와 $H'(q^{-1})$ 는 각각 모델화된(nominal) 플랜트와 모델화 되지 않은 운동을 나타낸다. $\hat{H}(q^{-1}, k)$ 는 추정된 모델로서 시변 시스템이며 $W(q^{-1})$ 는 저대역 필터(low pass filter)를 나타낸다.

가정 2. (2.1)에 나타난 $H(q^{-1})$ 는 안정하며 $\widehat{H}(q^{-1}, k)$ 는 모든 고정된 k 에 대하여 안정한 유리전달함수로 나타낼 수 있고, 또한 $\widehat{H}(q^{-1}, k)$ 는 안정하다.

여기서

$$H(q^{-1}) \triangleq \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$

$$A(q^{-1}) \triangleq 1 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_n q^{-n} \quad (2.2)$$

$$B(q^{-1}) \triangleq b_1 q^{-1} + \cdots + b_n q^{-n}$$

$$\widehat{H}(q^{-1}, k) \triangleq \frac{\widehat{B}(q^{-1}, k)}{\widehat{A}(q^{-1}, k)}$$

$$\widehat{A}(q^{-1}, k) \triangleq 1 + \widehat{a}_1(k) q^{-1} + \cdots + \widehat{a}_n(k) q^{-n} \quad (2.3)$$

$$\widehat{B}(q^{-1}, k) \triangleq \widehat{b}_1(k) q^{-1} + \cdots + \widehat{b}_n(k) q^{-n}$$

여기서 q^{-1} 은 backward shift operator이다. $A(q^{-1})$ 와 $B(q^{-1})$ 는 서로 소(coprime)인 q^{-1} 의 다항식이며 $\deg(A(q^{-1}))$ 를 $q^n A(q^{-1})$ 의 차수를 나타낸다고 할 때 $\deg(A(q^{-1})) > \deg(B(q^{-1}))$ 이다. $\widehat{A}(q^{-1}, k)$ 와 $\widehat{B}(q^{-1}, k)$ 역시 다항식이고 $\deg(\widehat{A}(q^{-1}, k)) > \deg(\widehat{B}(q^{-1}, k))$ 이다.

참조 : $\widehat{H}(q^{-1}, k)$ 는 시변이지만 $H(q^{-1})$ 에 충분히 가깝게 접근하면 안정한 성질을 갖는다.

가정 3. (2.1)에 나타난 $H'(q^{-1})$ 와 $W(q^{-1})$ 는 안정한 유리전달 함수로 $H'(q^{-1}) = B'(q^{-1})/A'(q^{-1})$ 형태를 가지며 $\deg(A'(q^{-1})) > \deg(B'(q^{-1}))$ 이다.

(2.1)의 식을 다음과 같이 쓰자.

$$y(k) = \left[\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \left(1 + \frac{B'(q^{-1})}{A'(q^{-1})} \right) \right] W(q^{-1}) u(k) + \frac{\widehat{B}(q^{-1}, k)}{\widehat{A}(q^{-1}, k)} \cdot (1 - W(q^{-1})) u(k) + n(k)$$

(이) 이하 argument q^{-1}, k 생략

$$= \frac{B}{A} u + \frac{BB'}{AA'} Wu + \left(\frac{\widehat{B}}{\widehat{A}} - \frac{B}{A} \right) (1-W) u + n \quad (2.4)$$

(2.4)를 다시쓰면

$$Ay = Bu + \frac{BB'}{A'} Wu + A \left(\frac{\widehat{B}}{\widehat{A}} - \frac{B}{A} \right) (1-W) u + An \\ = Bu + \zeta \quad (2.5)$$

$$\zeta \triangleq \frac{BB'}{A'} Wu + A \left(\frac{\widehat{B}}{\widehat{A}} - \frac{B}{A} \right) (1-W) u + An \quad (2.6)$$

여기서 원하는 폐루우프 시스템과 비슷한 대역을 갖는 필터 $G(q^{-1})/F(q^{-1})$ ($\deg(F(q^{-1})) = \deg(A(q^{-1})) + \deg(G(q^{-1}))$, G 와 F 는 안정한 다항식)를 이용하여 (2.5)를 필터링 하면 플랜트는

$$Ay_t = Bu_t + \zeta_t \quad (2.7)$$

$$y_t \triangleq \frac{G}{F} y, u_t \triangleq \frac{G}{F} u, \zeta_t \triangleq \frac{G}{F} \zeta \quad (2.8)$$

로 나타낸다. 매개변수를 추정할 때 (2.7)와 같이 필터를 통과한 입력, 출력 그리고 모델화되지 않은 운동에 의한 신호들을 사용하는데, 이는 적절한 주파수 영역만을 사용하기 위한 것이다. (2.1)의 식을 회귀식(regression) 형식으로 나타내기 위해 다음과 같이

$$\text{쓰자. } Ay = B \left(1 + \frac{B'}{A'} \right) Wu + \frac{\widehat{AB}}{\widehat{A}} (1-W) u + An$$

$$= BWu + \eta \quad (2.9)$$

$$\eta \triangleq \frac{BB'}{A'} Wu + \frac{\widehat{AB}}{\widehat{A}} (1-W) u + An \quad (2.10)$$

(2.9)를 G/F 로 필터링하면

$$Ay_t = BWu_t + \eta_t$$

$$\eta_t \triangleq \frac{G}{F} \eta \quad (2.11)$$

(2.11)를 회귀식 형식으로 나타내면

$$y_t(k) = \phi^T(k-1) \theta^* + \eta_t \quad (2.12)$$

$$\phi^T(k-1) \triangleq [-y_t(k-1), \dots, -y_t(k-n), Wu_t(k-1), \dots, Wu_t(k-n)] \quad (2.13)$$

$$\theta^{*T} \triangleq [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n] \quad (2.14)$$

매개변수의 추정은 실제 플랜트의 입·출력 데이터들을 사용하는데, 이것들은 그림2.1(b)에서의 \bar{y} 와 Wu 이다. 그림2.1(b)에서 \bar{y} 는

$$\bar{y} = \frac{B}{A} \left(1 + \frac{B'}{A'} \right) Wu + n \quad (2.15)$$

이고 G/F 로 필터링 하면

$$\bar{y}_t = \frac{B}{A} Wu_t + \frac{B}{A} \frac{B'}{A'} Wu_t + \frac{G}{F} n$$

인데, 이를 역시 회귀식 형식으로 나타내면

$$\bar{y}_t(k) = \phi^T(k-1)^* \theta + \eta_{1t} \quad (2.16)$$

$$\eta_{1t} \triangleq \frac{BB'}{A'} Wu_t + \frac{AG}{F} n \quad (2.17)$$

이다. (2.6),(2.8) 및 (2.17)에서

$$\zeta_t = \eta_{1t} + A \left(\frac{\widehat{B}}{\widehat{A}} - \frac{B}{A} \right) (1-W) u_t \quad (2.18)$$

의 관계식을 얻을 수 있다. ζ_t 와 η_{1t} 가 u_t 와 y_t 로부터 결정되는 어떤 함수에 의해 한정됨을 다음과 같이 보일 수 있다.

보조정리 2.1

가정 1~3을 따르는 플랜트에 대해 모든 k 에 대하여 다음을 만족하는 양의 상수 $\sigma_1, \sigma_2 \in (0, 1), \varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ 그리고 상수 벡터 v 가 존재하여

$$|\zeta_t| \leq \rho(k) \quad (2.19)$$

$$|\eta_{1t}| \leq \rho_1(k) \quad (2.20)$$

이다. 여기서

$$\rho(k) \triangleq \varepsilon_1 \sup_{0 \leq i \leq k} [|v^T X(i)| \sigma_i^{k-i}] + \varepsilon_2 \sup_{0 \leq i \leq k} [|v^T X(i)| \sigma_i^{k-i}] + \varepsilon_0 \quad (2.21)$$

$$\rho_1(k) \triangleq \varepsilon_1 \sup_{0 \leq i \leq k} [|v^T X(i)| \sigma_i^{k-i}] + \varepsilon_0 \quad (2.22)$$

$$X^T(k) \triangleq [z_1^T(k), \dots, z_{n-m+1}^T(k), u_1(k), \dots, u_{n-s+1}(k)] \quad (2.23)$$

$$z_{i+1} \triangleq \frac{1}{F} z_i \quad (2.24)$$

$$z \triangleq y - y^* \quad (2.25)$$

증명) [5]를 보시오.

▽▽▽

가정 4. (2.21)을 만족하는 $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \sigma_1, \sigma_2$ 및 v 와 (2.9)에서 필터 G/F를 안다. (G 와 F는 안정한 다항식)

가정 5. 다음 조건을 만족하는 convex의 집합 D가 존재한다.

- 1) $\theta^* \in D$
- 2) 모든 $\theta(k) \in D$ 에 대해 $\|\Phi[\hat{A}G, \hat{B}]^{-1}\| < c$
 $< \infty$ 이다. (2.26)

여기서 $\Phi[X, Y]$ 는 X, Y에 대한 Sylvester Matrix 를 나타낸다.

시스템이 그림2.1(b)와 같은 구조를 가질 경우 일어지는 효과를 살펴본다. 시스템을 제어할 때 우리는 플랜트 $H_p(q^{-1})$ 대신 $\hat{H}_p(q^{-1})$ 를 사용하는데 여기서 플랜트와 추정 모델간에 오차가 발생한다. 그림2.2에서 페루우프 전달함수를 나타내면

$$\begin{aligned} y &= \frac{H_p C}{1 + H_p C} y^* \\ &= \frac{H_p C}{1 + \hat{H}_p C + (H_p - \hat{H}_p) C} y^* \end{aligned} \quad (2.27)$$

이 되는데, 다음 정리를 만족한다.

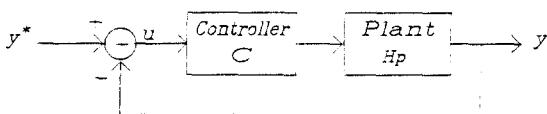


그림2.2 제어 시스템 구조

Fig 2.2 Structure of control system

정리2.1 전달함수 $H_p(z)$ 인 안정한 다항식 $\hat{H}_p(z)$ 로 추정하고 이에 기초하여 제어기를 만들 때 z 가 단위원상 및 무한대에서

$$|(H_p(z) - \hat{H}_p(z))C(z)| < |1 + \hat{H}_p(z)C(z)| \quad (2.28)$$

이면 전체 시스템은 안정하다.

증명) [7]를 보시오.

▽▽▽

그림2.1(b)의 병렬 구조에 정리2.1을 적용시키면, 플랜트의 추정치는 \hat{H}_p 이고 수정된 플랜트는 $H_p W + \hat{H}_p(1-W)$ 에 해당한다.

이를 (2.28)에 대입시키면

$$|(H_p(z) - \hat{H}_p(z))C(z)| |W(z)| < |1 + \hat{H}_p(z)C(z)| \quad (2.29)$$

의 관계식을 얻을 수 있다.

일반적으로 모델화되지 않은 운동의 영향은 고주파 영역에서 크게 발생하므로, 플랜트와 추정모델간의 추정오차는 저주파 영역에서는 작고, 고주파 영역에서 크다. 그리고 플랜트의 추정치는 저주파 영역에서는 플랜트와 비슷한 특성을 가지나 고주파 영역에서는 큰 오차를 갖기 쉽다.

따라서 W를 저대역 필터로 쓸 경우, 저주파 영역에서는 (2.28)와 (2.29)를 만족시키는 영역이 비슷하지만, 고주파 영역에서는 W가 고주파 입력신호를 차단하므로 (2.29)를 만족시키는

영역이 (2.28)을 만족시키는 영역보다 훨씬 넓어지고 시스템은 더 안정해진다. 따라서 모델화되지 않은 운동이 있는 시스템에 병렬 구조를 사용하면 더욱 견실한 적응제어 시스템을 구성할 수 있다.

앞의 가정을 만족시키는 플랜트에 대하여 병렬 구조를 사용하였을 경우의 적응제어 시스템의 견실성에 대하여 연구한다.

3. 적응 알고리즘

3.1 매개변수의 추정

(2.12)의 매개변수 θ^* 를 추정하기 위하여 다음과 같은 불감대(dead zone)를 사용한 최소자승법 형태의 알고리즘을 생각해보자[6].

$$\begin{aligned} \theta(k+1) &= \theta(k) - \frac{P(k) \phi(k) f(e(k))}{1 + \lambda(k)} \\ &= \theta(k) - a(k) \frac{P(k) \phi(k) e^*(k)}{1 + \lambda(k)} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$P^{-1}(k+1) = P^{-1}(k) + \beta(k) \phi(k) \phi^T(k) \quad (3.2A)$$

$$P(k+1) = P(k) - \frac{\beta(k) P(k) \phi(k) \phi^T(k) P(k)}{1 + \beta(k) \lambda(k)} \quad (3.2B)$$

여기서

$$f(e(k)) = \begin{cases} a(k)(c(k) - \Delta) & , c(k) > \Delta \\ 0 & , -\Delta < c(k) < \Delta \\ a(k)(c(k) + \Delta) & , c(k) < -\Delta \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\lambda(k) \triangleq \phi^T(k) P(k) \phi(k)$$

이다. 그러면 (3.1)과 (3.2)에 대하여 다음과 같은 결과를 얻는다.

정리 3.1 δ_1 과 δ_2 를 임의의 작은 양수라 하자. 그러면 (3.1)과 (3.2)의 알고리즘은 임의의 상수 $a(k)$ 에 대하여 $0 \leq a(k) \leq 2 - \delta_1$ 이며 $a(k) \neq 0$ 인 경우 $\beta(k)$ 는 $0 \leq \beta(k) \leq (1 - \delta_2)g(k)$

$$g(k) \triangleq -\frac{\lambda(k)(a^2(k) - 2a(k)) + za(k)}{[1 + \lambda(k) - a(k)\lambda(k)]^2} \quad (3.4)$$

를 만족하고 $a(k) = 0$ 인 경우 $\beta(k) = 0$ 으로 하면 다음의 성질을 갖는다.

$$\text{i)} \|\theta_*(k)\| \leq K \|\theta_*(0)\|, K \geq 0 \quad (3.5)$$

K : P(0)의 condition number

$$\text{ii)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \|\theta(k+1) - \theta(k)\|^2 < \infty \quad (3.6)$$

$$\text{iii)} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{f^2(e(k))}{1 + \lambda(k)} < \infty \quad (3.7)$$

증명) [6]를 보시오.

▽▽▽

3.2 제어기의 구성 및 안정성

3.1절에서 살펴본 변형된 최소자승법 알고리즘을 통해서 매개변수를 추정하고 이를 Middleton등[3]이 사용한 제어구조에 적용했을 때 적응제어 시스템의 안정성을 증명한다. 사용한 구조는 극배치(pole placement) 방법을 사용한 것으로 전체 시스템의

특성방정식이 안정한 다항식 A^* 가 되도록 (2.7)의 플랜트에 그림4.1과 같은 구조를 취하면 플랜트의 입력 u 는

$$LGu = -P(y - y^*) = -Pz \quad (3.8)$$

여기서 $z \triangleq y - y^*$ 는 (2.25)에서 정의되어 있다. (3.8)를 (2.24)에서 정의된 z_f 으로 나타내면

$$Lu_t = -Pz_f \quad (3.9)$$

로 주어지고 전체 시스템은

$$y = \frac{PB}{PB + LG\hat{A}} y^* + \frac{LG\hat{A}}{PB + LG\hat{A}} \left(\frac{1}{\hat{A}} \right) e \quad (3.10)$$

$$e \triangleq \frac{F}{G} e_t$$

이 된다. 원하는 특성방정식이 A^* 이므로 (3.10)의 극(pole), 즉

$$PB + LG\hat{A} = A^* \quad (3.11)$$

$$\deg(A^*(q^{-1})) = 2\deg(\hat{A}(q^{-1})) + \deg(G(q^{-1}))$$

$$\deg(L(q^{-1})) = \deg(\hat{A}(q^{-1}))$$

$$\deg(P(q^{-1})) = \deg(\hat{A}(q^{-1})) + \deg(G(q^{-1})) = 1$$

이 되도록 매 k 시간마다 P 와 L 을 결정한다.

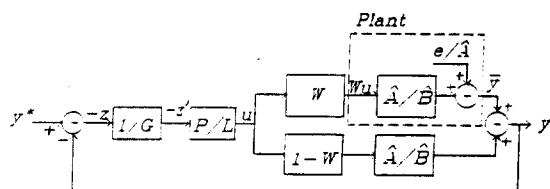


그림3.1 적응제어 시스템 구조

Fig 3.1 Structure of adaptive control system

또한 적응제어 시스템의 국부안정성(local stability)을 증명하기 위하여 다음의 보조정리가 필요하다.

보조정리 3.1

다음의 제자(homogeneous) 선형 시변 시스템을 생각하자.

$$X(k+1) = \bar{A}(k)X(k)$$

이 시스템이 모든 k 에 대해

1) $\bar{A}(k)$ 가 유한하고

$$2) \sum_{k=1}^{\infty} ||\bar{A}(k+1) - \bar{A}(k)|| < \infty$$

3) $\bar{A}(k)$ 의 고유값이 안정한 영역에 있다면

이 시스템은 지수적으로 안정하다.

증명) [8]을 보시오

▼▼▼

그러면 전체 적응제어 시스템의 안정성에 대하여 다음과 같은 결론을 얻는다.

정리 3.2

플랜트(2.1)이 가정1 ~ 5를 만족하고 W 는 FIR(finite impulse response) 저대역 필터라고 하자. 이 플랜트를 (3.1)와 (3.2)를 따라 추정하고 (3.8)를 따라 제어한다면, (2.20)의 $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2$ 가 충분히 작고 y^* 와 모든 초기치가 유한할 때 u 와 y 는 유한하다.

증명) [5]를 보시오.

▼▼▼

플랜트의 입력 주파수 성분이 충분하고 모델화되지 않은 운동의 영향이나 잡음의 크기의 상한을 알고 이 값들이 출력에 비하여 크지 않으면 정리3.1에 의하여 플랜트의 매개변수 추정치가 수렴함을 알 수 있다. 플랜트는 안정하다고 가정하였으므로 그 추정모델도 안정하여 진다. 별도 구조를 사용하는 목적은 모델화되지 않은 운동이나 잡음의 출력에 대한 영향을 상대적으로 감소시켜 정리3.2의 조건들을 좀 더 쉽게 만족하기 위한 것이다.

3.3 이득의 보정

앞의 3.2절에서 극배치 제어구조를 제시하고 그 안정성을 보았다. 이러한 극배치 방법은 대역폭 등과 같은 전체 시스템의 상대적인 주파수 특성은 변화 시킬 수 있으나 시스템의 D.C. 이득을 조정할 수 없다.

전체 시스템의 D.C. 이득이 1이 되기 위해서는 제어기 $G(q^{-1})$ 에 적분기를 삽입하는 방법도 있으나 여기서는 페루우프 시스템 밖에서 D.C. 이득을 조정하는 방법[5]을 생각하여 보았다.

우선 전체 제어 시스템의 이득을 추정하고 그 이득의 역수 $g(k)$ 를 원하는 출력 y^* 에 곱하여 주면 전체 이득이 1이 될 수 있다.(그림3.2) 이득의 역수 $g(k)$ 를 다음과 같이 추정하자.

$$g(k) = \frac{\sum_{i=0}^{k-1} [\lambda_i^{k-i} |y^*(j-d)|]^m}{\sum_{i=0}^{k-1} [\lambda_i^{k-i} |y(j)|]^m} \triangleq \frac{g_n^m(k)}{g_d^m(k)} \quad (3.12)$$

$$\lambda_i \in (0, 1), g_d(k) \neq 0$$

위 식에서 $y^*(j-d)$ 를 사용한 것은 플랜트의 지연시간 d 를 고려한 것이며 λ_i 은 막강인자이다. 다항식 $g_n(k)$ 와 $g_d(k)$ 에 각각 m 계급시켜준 것은 $g(k)$ 가 일·출력 $y^*(k)$ 와 $y(k)$ 의 현재와 과거상태의 값들로 구성되어 있으므로 현재 상태의 이득과는 차이가 생기게 되는데 이를 보상하기 위한 것이다.

앞 식에서는 시스템이 파도기거나 입력이 크게 변하는 경우에 $g(k)$ 가 크게 진동할 수 있으므로 $g(k)$ 를 보다 안정하게 움직이게 하기 위해 다음의 방법을 사용한다.

$$\hat{g}(k) = \lambda_1 \hat{g}(k-1) + (1-\lambda_1) \cdot \frac{g_n^m(k)}{g_d^m(k)} \quad (3.13)$$

$$\lambda_1 \in (0, 1)$$

3.2절의 결과와 (3.12)와 (3.13)으로부터 $\hat{g}(k)$ 는 유한하며 그림3.2에서 $\hat{g}(k)$ 는 페루우프 시스템의 밖에 있기 때문에 전체 시스템의 안정성은 $\hat{g}(k)$ 에 의하여 영향을 받지 않는다.

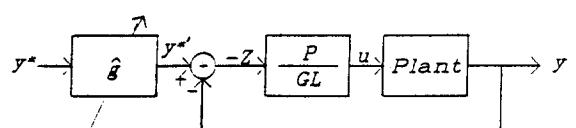


그림3.2 이득이 보정된 제어구조

Fig 3.2 Gain-compensated control structure

4. 시뮬레이션

본 논문에서는 적응제어 시스템의 견실성 분석에 많이 이용

되고 있는 다음과 같은 플랜트를 가지고 시뮬레이션 하였다 [9].

$$H_p(q^{-1}) = \frac{0.078}{(1 - 0.961q^{-1})} (1 + \frac{-0.954 + 1.23q^{-1} - 0.276q^{-2}}{(1 - 1.094q^{-1} + 0.301q^{-2})}) \\ = H(q^{-1}) [1 + H^1(q^{-1})] \quad (4.1)$$

그림2.1(a)의 기본 구조와 그림2.1(b)의 병렬 구조에 따라 다음과 같다.

기본 구조

$$y(k) = H(q^{-1}) [1 + H^1(q^{-1})] u(k) + n(k) \quad (4.2)$$

병렬 구조

$$\bar{y}(k) = H(q^{-1}) [1 + H^1(q^{-1})] W(q^{-1}) u(k) + n(k) \quad (4.3)$$

입·출력 데이터를 필터링하여 적용시키는 경우에 사용되는 저대역 필터는

$$\frac{G(q^{-1})}{F(q^{-1})} = \frac{q^{-1}(1 + 0.857q^{-1})}{142.86 - 261.57q^{-1} + 120.57q^{-2}} \quad (4.4)$$

이고, 플랜트 앞에서 저대역 필터로 동작하는 $W(q^{-1})$ 는 Hamming window를 사용하여 구한 10차의 FIR 필터로 정리3.2의 조건을 만족한다.

$$W(q^{-1}) = \frac{1}{113.8} (-0.1 + 0.8q^{-1} + 5.6q^{-2} + 14.8q^{-3} + 22.8q^{-4} \\ + 22.8q^{-5} + 14.8q^{-6} + 5.6q^{-7} + 0.8q^{-8} - 0.1q^{-9}) \quad (4.5)$$

이때

$$A^*(q^{-1}) = 1 \quad (4.6)$$

를 사용하면 이는 원하는 극(pole)이 3개 원점에 존재하는 3차의 대드-비트(dead beat)제어에 해당한다. 기준 입력 $y^*(k)$ 는 구형파로서

$$y^*(k) = \begin{cases} -5, & 200n \leq k < 200n+99 \\ 5, & 200n+100 \leq k < 200n+199 \end{cases} \quad (4.7)$$

로하고 $n(k)$ 은 $(-0.5, 0.5)$ 사이의 균등분포(uniform distribution)를 갖는 백색잡음(white noise)으로 하였다. (4.1)에서 모델링할 플랜트 $H(q^{-1})$ 의 참 매개변수의 값은 $\theta^* = [-0.961, 0.0785]^T$ 로 주어진다 하고 매개변수 초기치 $\theta(0) = [0, 0]^T$ 로 주었다.

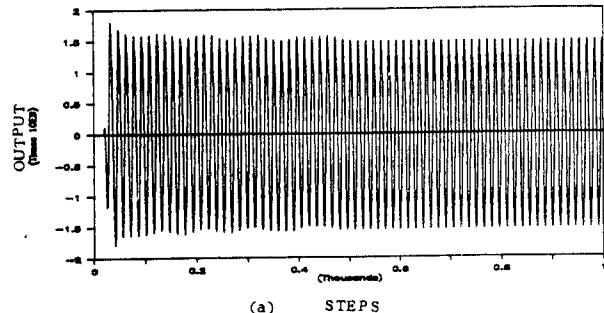
그림 4.1은 (4.1)에서 3차의 $H_p(q^{-1})$ 를 1차의 $H(q^{-1})$ 로 모델링한 경우의 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다. 그림 4.1(a)는 기본 구조에 적용한 경우의 출력파형으로 모델화되지 않은 운동의 영향때문에 플랜트의 출력은 상당히 큰 진동현상을 일으킨다. 그림 4.1(b)는 병렬 구조에 적용한 경우의 출력 파형으로, 플랜트 앞에 있는 W 는 모델화되지 않은 운동에 영향을 미칠 입력 성분을 상당히 감소시켜 주기 때문에 플랜트의 출력은 점차 기준 입력을 따라간다. 따라서 병렬 구조는 모델화되지 않은 운동의 영향이 큰 시스템에 유용하게 이용될 수 있음을 알 수 있다.

그림4.2는 잡음 $n(k)$ 를 넣었을 때 출력파형을 나타낸 결과로서 크기가 작은 잡음은 제어 시스템의 안정성에는 영향을 미치지 않으나 출력은 큰 영향을 받음을 볼 수 있다.

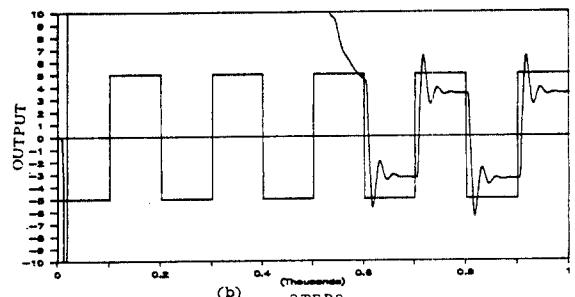
그림4.3은 매개변수의 pre-tuning의 효과를 나타낸 것으로써, 매개변수의 초기치를 $\theta(0) = [-0.9, 0.2]$ 로 주었다. 그림4.1의 결과와 비교하여 볼 때 그림4.3에서의 출력은 과도기 상태에서 작은 값을 유지하고 금방 안정상태로 찾아간다. 여기서 볼 때 매개변수의 pre-tuning은 적응제어 시스템의 실제 공정에 이용할 때 매우 효과적임을 알 수 있다. 그림4.3에서 $A^*(q^{-1}) = 1$ 인데 이를 $A^*(q^{-1}) = (1-0.4q^{-1})(1-0.9q^{-1})(1+0.8q^{-1})$ 로 바꾼

것이 그림4.4에 나타나 있다. 그림4.3과 비교할 때 출력의 D.C. 값은 조금 작아졌지만, 출력파형은 진동현상이 거의 없어졌고 기준입력을 잘 따라간다.

그림4.5는 폐루우프 밖에서 D.C. 이득을 조정할 때의 경우로써 그림4.4와 비교하여 보면 D.C. 출력값이 많이 향상된 것을 볼 수 있다.



(a) STEPS



(b) STEPS

그림4.1 3차 시스템을 1차로 모델링한 경우의 출력파형

(불감대(dead zone), 잡음 : 0)

(a) 기본 구조 (b) 병렬 구조

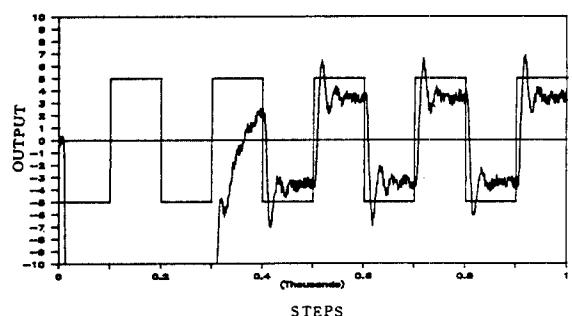


그림4.2 병렬 구조에서 잡음에 따른 출력파형

(백색잡음(-0.5, 0.5))

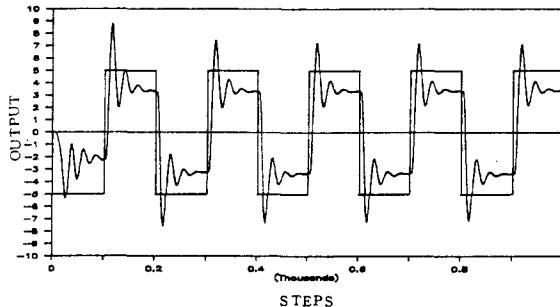


그림4.3 병렬 구조에서 pre-tuning 을 고려한 출력파형
(잡음 : 0 , $P(0) = 100.$)

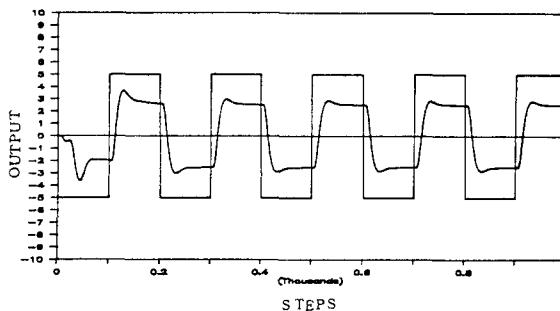


그림4.4 원하는 극 $A^*(q^{-1}) = (1-0.4q^{-1})(1-0.9q^{-1})(1+0.8q^{-1})$ 인 경우의 출력파형

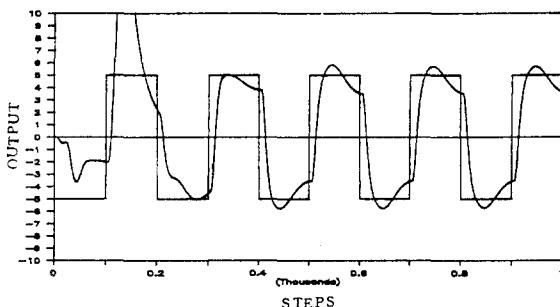


그림4.5 D.C. 이득을 조정한 경우의 출력파형
($m = 3$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.97$)

5. 결 론

본 논문에서는 Middleton[3]이 다루었던 플랜트와 제어구조를 바탕으로 매개변수 추정방법과 새로운 제어구조를 제시하였으며 이에 대한 안정성을 증명하였다. Middleton등이 다룬 문제는 모델화되지 않은 운동이나 유한한 잡음이 존재할 때 견실한 적응제어에 관하여 다루었지만, 여기서 제시한 병렬 구조는 모델화되지 않은 운동의 영향을 줄일 수 있게 한다.

저대역 필터 W 는 모델화되지 않은 운동의 영향을 많이 감소시켜 주었는데, W 는 플랜트의 대역폭을 고려하여 설계되어야 한다. 입·출력 데이터를 필터링시켜 매개변수를 추정하였는데, 그 이유는 적절한 주파수 영역에서 플랜트를 식별하기 위해서이

다. 병렬 구조를 사용하는 경우, 매개변수의 pre-tuning은 출력파형의 과도기 진동현상을 많이 방지시켜 주고, 과도기 입출력을 작게 유지시켜 주므로 실제 공정에서 매개변수의 pre-tuning은 필수적이라 할 수 있다.

극배치 방법에 의한 적응제어 시스템은 플랜트의 영점을 고려하지 않으므로 시스템을 안정하게 할 수 있으나 원하는 출력특성을 갖게하게 하기 위해서는 기준입력을 pre-filter를 통과시켜 조절하는 것이 한 가지 방법이다. 또한 원하는 극의 위치를 바꾸어 좀으로써 제어 시스템의 성능을 향상시킬 수도 있는데 이 방법은 앞으로 좀 더 연구 되어야 할 과제이다.

참고문헌

- 1) G.C. Goodwin, and K.S. Sin, *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Prentice Hall, 1984.
- 2) C.E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans, G. Stein, "Robustness of control in the presence of unmodelled dynamics," Proc. 21th IEEE C.D.C. pp.3-11, Dec., 1982.
- 3) R.H. Middleton, G.C. Goodwin, D.J. Hill and D.Q. Mayne, "Robust adaptive control (Convergence, Stability and Performance.)," Technical Report EE8544, Dept. of Electrical and Computer Eng., Univ. of Newcastle, 1985.
- 4) G. Kreisselmeier and B.D.O. Anderson, "Robust model reference adaptive control," IEEE Trans., AC-31, No.2 pp.127-133, Feb., 1986.
- 5) 최종호, "STC를 위한 비최소 위상 시스템의 견실한 적응제어에 관한 연구", 최종연구보고서, 전자통신연구소, 1988.
- 6) 이하정 외, "불감대를 사용한 최소자승법의 일반화", 대한전기학회 논문지, 제37권 제10호 발표예정, 1988.
- 7) 윤태웅 외, "견실한 적응제어를 위한 구조 및 적응방법에 관한 연구와 시뮬레이션", 대한전기학회 논문지, 제36권 제7호, 1987.
- 8) C.A. Desoer, "Slowly varying discrete system $X_{i+1} = A_i X_i$," Electronics Letters, Vol.6, May, 1970.
- 9) C.E. Rohrs, "Adaptive control in presence of unmodelled dynamics", Ph.D thesis, MIT, Aug., 1982.