

PD-최적 제어를 이용한 로봇 매니퓰레이터의 FORCE CONTROL

조 병찬, 정 용철, 양 해원
한양 대학교 전기공학과

Force Control with the PD - Optimal Control of a Robot Manipulator

Byung-Chan Cho, Yong-Cheol Jung and Hai-Won Yang
Electrical Dept. Hanyang University

Abstract

RMFC (Resolved Motion Force Control) is the method to control the Cartesian force and position using FCC (Force Convergent Control) instead of the complicated dynamic equations of the manipulator. The gain parameters of the controller are adjusted through many trial and errors.

In this paper PD-optimal control method is introduced to give optimal gain parameters which minimize the difference between actual acceleration and desired acceleration. To show the validities of the proposed method computer simulations are performed for the two-link manipulator.

1. 서 론

로봇 매니퓰레이터를 공간좌표에서 제어하는 RMFC (Resolved Motion Force Control) 방법은 매니퓰레이터의 계획된 경로를 궤적 (trajectory) 에 따라 가해질 힘을 고려하여 구하고, 그 힘을 토오크로 환산하여 각 관절에 인가하는 제어 방법이다. 그리고 공간좌표에 대한 힘과 위치를 제어하는 FCC (Force Convergence Control) 를 적용하였다. 이러한 방법으로 복잡한 동적방정식 대신에 간단한 수식에 의하여 힘을 계산함으로써 발생하는 오차를 보상하는 방법이다 [2].

이때 대부분의 로봇 매니퓰레이터는 고정된 이득상수를 갖는 서보시스템을 써서 매니퓰레이터의 각 관절을 독립적으로 제어하고 있다. 그러나 단순한 제어를 고속으로 수행시킬 경우 위치와 속도의 오차가 증가하게 되어 주행시 액추에이터가 심하게 진동한다. 따라서 고속주행시 정밀도가 우수한 제어 시스템을 필요로 하게 된다. 그러나 이 경우에는 매순간 로봇가 추적해야 할 PD제어기 형태의 기준 입력을 결정하는 궤환이득상수가 고정되어 있으므로, 매순간 산출되는 기준입력이 이상적이 될 수 없으며 적절한 궤적 이득상수를 결정하는데도 어려움이 따른다.

그러므로 본 논문에서 제안한 방법은 입력토오크를 결정하는 PD제어기 형태의 기준입력 가속도의 이득상수를 매순간마다 구해지되 시스템의 부궤환이 보장되는 범위내에서 궤적오차를 가장 적게하는 이득상수를 [1][2] 힘에 적용시켜 보았다.

특히 관절 제어대신에 공간좌표에서의 위치와 힘을 제어하므로써 Jacobian전치행렬을 사용하여 간단한 계산으로 6 자유도이상의 매니퓰레이터도 적용이 가능하다. 본 연구의 방법을 컴퓨터 시뮬레이션하여 기존의 RMFC방법과 비교 검토하였다.

2. Resolved Motion Force Control

RMFC의 기본개념은 마지막 링크와 물체에만 질량이 존재한다고 가정하고 이상적인 매니퓰레이터를 공간좌표에서 제어하기 위하여 가해줄 힘과 모멘트를 계산하여 이로부터 관절 토오크를 구하는 것이다.

그러나 실제로는 매니퓰레이터의 모든 링크의 무게가 존재하며, 이로인한 공간좌표위치 오차를 줄이기 위해 FCC를 도입한다.

2-1. RMFC의 공간좌표 위치제어

n 개의 링크로 구성된 매니퓰레이터의 마지막 링크 (손목부)의 위치는 변환행렬 T_n 으로 나타낼 수 있는데, 이 T_n 을 시간의 함수로 표현할 수 있다 [1]. 따라서 원하는 공간좌표위치

$$T_{nd} = \begin{bmatrix} n_{xd} & o_{xd} & a_{xd} & p_{xd} \\ n_{yd} & o_{yd} & a_{yd} & p_{yd} \\ n_{zd} & o_{zd} & a_{zd} & p_{zd} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

와 실제의 공간좌표위치

$$T_{na} = A_1 * A_2 * \dots * A_n \quad (2)$$

여기서 A_i 는 변환이다.

로부터 공간좌표위치 오차는 다음과 같다.

$$X_e = X_d - X_a = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o_a \cdot (p_d - p_a) \\ o_a \cdot (p_d - p_a) \\ a_a \cdot (p_d - p_a) \\ 1/2(n_a \cdot o_d - a_d \cdot o_a) \\ 1/2(n_a \cdot a_d - n_d \cdot a_a) \\ 1/2(o_a \cdot n_d - o_d \cdot n_a) \end{bmatrix} \quad (3)$$

또한 원하는 공간좌표속도

$$\dot{X}_d = [\dot{V}_{xd}(t) \ \dot{V}_{yd}(t) \ \dot{V}_{zd}(t) \ \dot{W}_{xd}(t) \ \dot{W}_{yd}(t) \ \dot{W}_{zd}(t)]^T \quad (4)$$

와 실제의 공간좌표속도 \dot{X}_a 로부터 공간좌표 속도 오차 \dot{X}_e 는 다음과 같다.

$$\dot{X}_e = \dot{X}_d - \dot{X}_a \quad (5)$$

여기서 $\dot{X}_a = J \dot{q}_a$ 인데 \dot{q}_a 는 $n \times 1$ 인 실제의 관절속도이고 J 는 $6 \times n$ Jacobian행렬이다. 그리고 원하는 공간좌표가속도는 식(4)로부터 구하면

$$\ddot{X}_d(t) = (\dot{X}_d(t+\Delta t) - \dot{X}_d(t)) / \Delta t \quad (6)$$

가 되며, \ddot{X}_d 는 실제의 공간좌표가속도 \ddot{X}_a 가 \ddot{X}_d 를 추적하기 위하여 \ddot{X}_e 가 된다. 그림1에서 실제의 공간좌표가속도 \ddot{X}_a 는

$$\ddot{X}_a(t) = K_v \dot{X}_e(t) + K_p X_e(t) + \ddot{X}_d(t) \quad (7)$$

와 같다. 여기서 K_v 와 K_p 는 속도와 위치이득으로서 양의 상수이다. 식(3)과 식(7)을 결합하므로써 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{X}_e(t) + K_v \dot{X}_e(t) + K_p X_e(t) = 0 \quad (8)$$

그러므로 식(8)의 특성근이 음의 실수부를 갖도록 K_v 와 K_p 를 선택하면 $X_a(t)$ 는 $X_d(t)$ 로 수렴할 것이다.

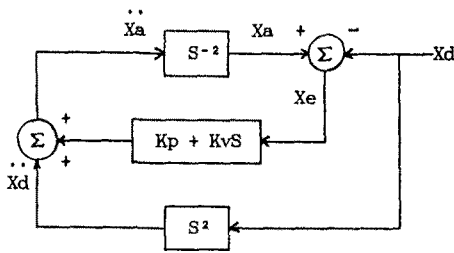


그림1. 공간좌표위치 루우프 (PD제어기)

위의 서보 시스템에 기초를 두고 원하는 공간좌표 힘을 구하면 다음과 같다.

$$F_d(t) = M \ddot{X}_a(t) = M (K_v \dot{X}_e(t) + K_p X_e(t) + \ddot{X}_d) \quad (9)$$

여기서 $M = \text{diag}\{m_1, m_1, m_1, I_x, I_y, I_z\}$

m_i 는 물체의 전체 질량이고, I_x, I_y, I_z 는 물체의 중심축의 관성모멘트이다. 본 논문이 제안한 방법을 간단히 하기 위하여 물체와 마지막 링크의 축이 일치가 되어 있다고 가정하였다. 그리고 식(9)에서 구한 원하는 공간좌표의 힘으로부터

$$T = J^T F_d \quad (10)$$

인 $n \times 1$ 관절토크를 구하여 매니퓰레이터에 가하게 된다. 그런데 실제 매니퓰레이터에서는 나머지 링크에도 질량이 존재하여 마찰력, 중력, Coriolis힘들이 작용되는데 이로 인하여 발생하는 오차를 보상하기 위하여 FCC를 도입하였다.

2-2. Force Convergent Control

FCC는 측정된 공간좌표힘 F_o 가 원하는 힘 F_d 로 수렴하도록 매니퓰레이터에 가하는 공간좌표힘 F_a 를 구하는 방법으로서 Robbins-Monro Stochastic Approximation 방법을 채택하였다[2]. 그리고 실제적으로 측정된 힘 F_o 는 F_a 와 다음과 같은 관계로 표현된다.

$$F_o = \text{arm}(F_a) \quad (11)$$

이 방법에 의하면 새로운 공간좌표힘은 다음식으로 계산된다.

$$F_a(k+1) = F_a(k) + \frac{F_d - F_o(k)}{k+1} \quad (12)$$

여기서 $k = 0, 1, 2, \dots$

지금까지는 궤환이득상수 K_v, K_p 의 최적치를 구하기 위해서 여러번의 시행착오를 겪어야 하므로 이러한점을 개선시키기 위하여 PD-최적 알고리즘을 도입함으로써 빠른 시간내에 위치 오차와 힘오차를 줄일수 있다.

3. PD - 최적 알고리즘

이득상수를 구하기 위한 PD-최적제어 방법은 다음과 같다. 로봇을 제어할 경우 입력토크를 가할 때 로봇의 손목부에서 나타나는 실제 가속도가 그 손목부에서 발생되어야 할 원하는 가속도에 가깝게 되도록하는 입력토크를 구해 주되, 그 입력 토크를 결정하는 PD제어기형태의 입력 가속도의 궤환이득상수를 매순간 시스템이 부궤환이 보장된다는 조건하에서 최적의 값을 구하여 제어입력을 결정하여 주는 방법이다.

n 개의 관절을 가지고 있는 로봇 매니퓰레이터의 관절각의 위치, 속도, 가속도를 각각 $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ ($n \times 1$ 벡터)라 하면 로봇 매니퓰레이터의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다[3][4].

$$M_0(\theta) \ddot{\theta} + V_0(\theta, \dot{\theta}) + G_0(\theta) = \tau \quad (13)$$

여기서 M_0 는 $n \times n$ 관성력행렬, V_0 는 Coriolis힘과 원심력을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이고, G_0 는 중력을 나타내는 $n \times 1$ 벡터를 말한다.

로봇 매니퓰레이터의 손목부의 위치 및 자세를 6차원 벡터 X 로 나타내면 로봇의 기구학적 방정식은

$$X = f(\theta) \quad (14)$$

이 되고 시간에 대해 미분하면

$$\dot{X} = J(\theta) \dot{\theta} \quad (15)$$

$$\ddot{X} = J \ddot{\theta} + \dot{J} \dot{\theta} \quad (16)$$

으로 된다. 여기서 \dot{X}, \ddot{X} 는 손목부의 공간좌표 속도, 가속도이며 $J(\theta)$ 는 자코비안행렬이다[3]. 식(16)를 식(13)에 대입하면

$$\tau = M_0 \ddot{\theta} + V_0 + G_0 = M_0 J^{-1} (\ddot{X} - \dot{J} \dot{\theta}) + V_0 + G_0 \quad (17)$$

입력 가속도 \ddot{X} 는 오차를 보상해 주기 위하여 PD 제어기 형태에서 모델오차를 고려하면 관절 토크는 다음과 같다.

$$\tau = E_m M_0 J^{-1} (\ddot{X}_d + K_v \dot{X}_e + K_p X_e - \dot{J} \dot{\theta}) + E_h (V_0 + G_0) \quad (18)$$

여기서 \ddot{X}_d 는 원하는 가속도이며, X_e, \dot{X}_e 는 위치 및 속도의 error이며, $K_v = \text{diag}\{k_{v1}, k_{v2}, \dots, k_{vn}\}$, $K_p = \text{diag}\{k_{p1}, k_{p2}, \dots, k_{pn}\}$ 은 이득상수를 나타내는 $n \times n$ 행렬이고 E_m 은 관성력항의 오차성분 행렬, E_h 는 Coriolis항, 중력항의 오차성분 행렬이다. 여기서 \ddot{X}_a 는 로봇에 입력 토크를 가했을 때 손목부에 나타날 Cartesian space가속도로서 식(17)과 식(18)으로부터

$$\ddot{X}_a = J M_0^{-1} (\tau - V_0 - G_0) + \dot{J} \dot{\theta} = BK + H \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } B &= J M_0^{-1} E_m M_0 J^{-1} E \\ H &= J M_0^{-1} E_m M_0 J^{-1} (\dot{X}_d - \dot{J} \dot{\theta}) + J M_0^{-1} (E_h - 1) (V_0 + G_0) + \dot{J} \dot{\theta} \end{aligned}$$

여기서 입력 토크를 τ max의 제한범위보다 넘지 않는다고 가정하면

$$\| E_m M J^{-1} E K + R \| \leq \tau \max \quad (20)$$

여기서

$$R = Em M \theta J^{-1} (\ddot{X}_d - \ddot{J} \dot{\theta}) + Eh (V_\theta + G_\theta)$$

$$E = [InXe \quad InXe]$$

(nx2n행렬, In은 단위행렬)

$$K = [Kv_1, Kv_2, \dots, Kv_n, Kp_1, Kp_2, \dots, Kp_n]^T$$

(2nx1행렬)이다.

식 (20)을 K 에 대한 부등식으로 변환하고 부등환을 보장한다는 가정하에서 쓰면 다음과 같이된다.

$$\begin{bmatrix} Em M J^{-1} E \\ -Em M J^{-1} E \\ -In & 0 \\ 0 & -In \end{bmatrix} K \leq \begin{bmatrix} \tau_{max} - R \\ \tau_{max} + R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

(4nx2n)행렬

(4nx1) 행렬

윗 식을 $AK \leq C$ 라고 하자.

이제 PD최적 제어 문제는 식 (21)의 조건 부등식을 이용하면 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\min \| \ddot{X}_a - \ddot{X}_d \|_0^2 \quad (22)$$

$AK \leq C$

윗 식을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\min (1/2 K^T W K - b^T K) \quad (23)$$

$AK \leq C$

여기서 $b = B^T Q (\ddot{X}_d - H)$, $W = B^T Q B$ 이다.

그러므로 식 (23)은 primal dual 방법을 써서 귀환 이득상수 K를 구할 수 있다.

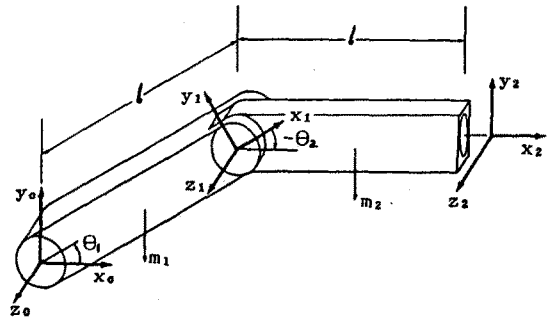
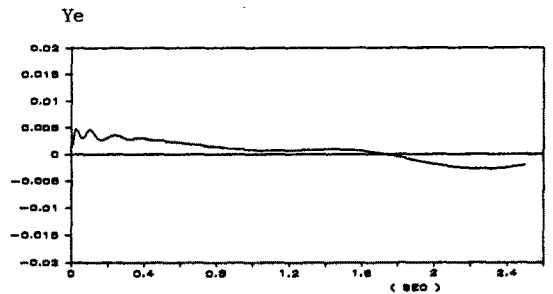
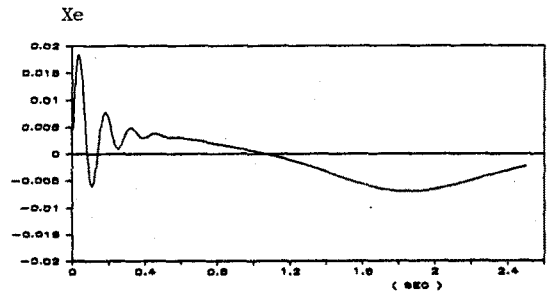


그림 3. 2링크 매니플레이터



(a)

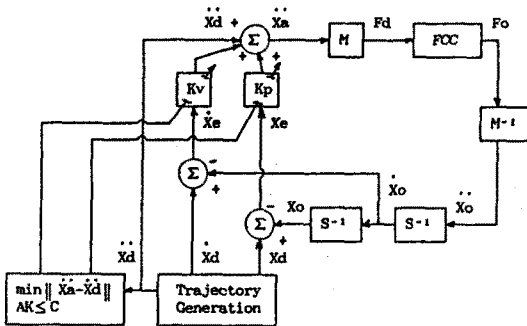
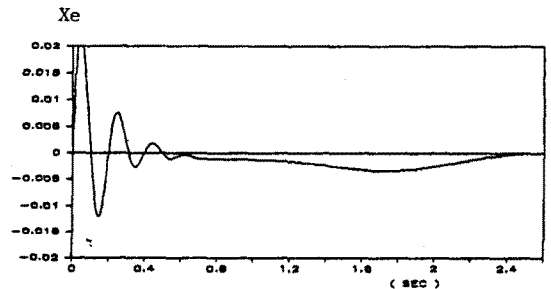
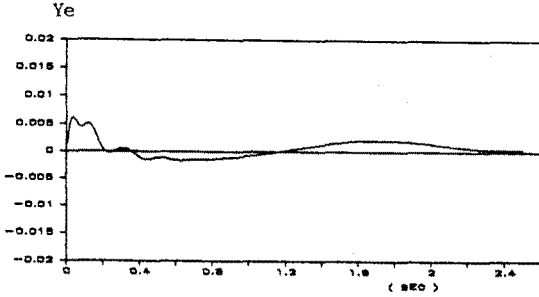


그림 2. 전체 제어 계통의 블록선도.

4. 시뮬레이션 및 결과

본 논문이 제안한 알고리즘의 타당성을 검토 하기 위하여 그림 3과 같은 2자유도를 갖는 매니플레이터를 시뮬레이션 하였다. 계산을 간단하게 하기 위하여 매니플레이터에 작용하는 마찰력과 점성은 없다고 가정하였으며, 위치부우프의 sampling시간 (Δt)은 5ms, 각 sampling시간내에서의 기준입력힘 Fd에 대한 보상회수, 즉 FCC 반복회수는 1로하였다

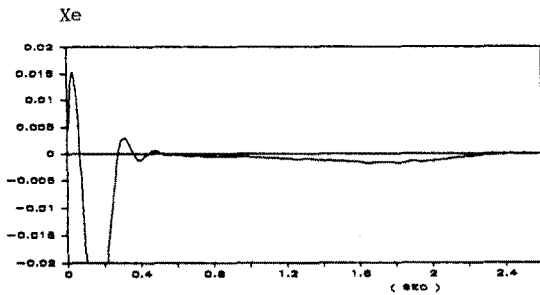




(b)

그림 4. 이득상수의 값이 변할 경우의 궤적추적오차

- (a) $K_p = 100$, $K_v = 100$
- (b) $K_p = 300$, $K_v = 54$



Ye

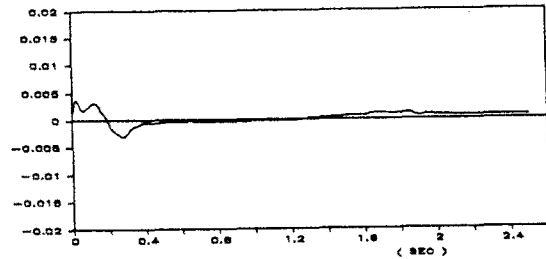


그림 5. PD-optimal 경우의 궤적추적오차

5. 결 론

중전의 RMFC방법에 PD-최적알고리즘을 이용하여 기존의 로봇트 제어방법과는 달리 위치 오차를 최소로 하도록 하여 궤환 이득상수를 자동적으로 결정해주는 제어방법을 제시하였다. 그렇게 함으로써 FCC 에서 초반에 발생하는 비교적 큰오차를 어느정도 줄일 수 있으며, 수렴상태가 좋으므로 산업현장에서 쓰는 작업대상에서 정밀도가 우수한 제어시스템에 적용이 될것이다.

참 고 문 헌

1) R.Paul, "Manipulator Cartesian Path Control," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol.SMC-9, pp.702-716, Nov.1979

2) Chi-Haur Wu and R.Paul, "Resolved Motion Force Control of Robot Manipulator," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol.SMC-12, No.3, pp.289-298, June.1982

3) J.J.Craig, "Introduction to Robotics," Mechanics and Control, Addison-Wesley, 1986

4) C.S.G.Lee, "Robot Arm Dynamics," Tutorials on Robotics, pp.93-102, IEEE Press, 1984

5) M.W.Spong, J.S.Thorp, and S. Kheradpir, "The Control of Robot Manipulators Using an Optimal decision strategy," in proc. Allerton conf., univ Illinois, Oct.1983, Wiley, 1969

6) Luenberger, Optimization by Vector Space Method, New York, Willy, 1969

7) 이경환, 정용철, 양해원, "적응물체추정을 이용한 Robot Manipulator의 Force Control," 대한전기학회 전기.전자공학 학술대회 논문집, vol.1, pp.24 9-251, July.1987

8) 현웅근, 서일홍, 서병설, 임준홍, 김경기, "제한된 입력하에서 Robot Manipulator의 Pointwise PD 최적 연속경로 제어 방법," 대한전기학회 논문지, pp.186-193, March.1988