스펙트럼 영역에서 반복법을 이용한 저항띠의 유도전류 계산

양승인° 나영진 전주성 백덕수 윤의중

숭실대학교 전자공학과

Computation of induced currents on a resistive strip by the iteration method in the spectral domain.

S. I. Yang°, Y. J. La, J. S. Jeon, D. S. Baek, U. J. Yoon

Dpt. of Electronic Engineering, Soong-Sil University

The induced currents on a uniform resistive strip by a H-polarized plane wave are obtained by the iteration method in the spectral domain and compared with the results by the moment method.

서 론:

레이더 산란단면을 줄이기 위하여 저항판이 사용될 수 있다 [1]. 저항판에 의한 전자파 산란에 관한 연구는 반평면인 경우에 저항이 일정하거나 [2], 저항이 변하는 경우 [3] 에 되어있으며 일반적인 모양에 대해서는 수치해석적인 방법으로 구할 수 있는데 moment method [4,5] 와 spectral domain에서의 반복법 [6] 이 있는데 여기서는 후자의 방법으로 균일한 저항치를 갖는 저항띠에 H 분극평면파가 입사될 때 저항띠에 유도된 전류를 구하고자 한다. 일단 전류가 구해지면 이것으로 부터 산란파도 구할 수 있게 된다. 또한 완전도체는 저항치가 0인 경우와 같으므로 완전도체인 경우도 계산하여 비교했다.

적분방정식 유도:

저항띠가 그림(1)처럼 x-z 평면상에 놓여 있을 때 H 분극 평면파

$$\overline{H}^i=\hat{z}\exp\{-ik(x\cos\phi_0+y\sin\phi_0)\} \qquad (1)$$

가 입사되고 있다. 여기서 ϕ_0 는 입사각이며, 시간변화는 exp(-iwt)를 가정하여 생략한다

저항띠의 경계조건은 다음과 같다 [1]

$$\left.\begin{array}{l} \hat{y}\times\overline{E}\Big|_-^+=0 \\ \hat{y}\times\overline{E}=-R\overline{J} \\ \overline{J}=\hat{y}\times\overline{H}\Big|_-^+ \end{array}\right\} \qquad (2)$$

여기서 $\overline{J}$는 유도전류이며, $\Big|_-^+$는 저항판 위, 아래면에서의 차이를 의미한다. 전체자계는 z방향만 있으므로 위 경계조건을 다시쓰면

$$\left.\begin{array}{l} E_x\Big|_-^+=0 \\ E_x=RJ_x \\ J_x=H_z\Big|_-^+ \end{array}\right\} -w/2\le x\le w/2 \qquad (3)$$

식(1)로부터 입사전계 $\overline{E}^i$의 x방향 성분 E_x^i는

$$E_x^i=Z\sin\phi_0\exp\{-ik(x\cos\phi_0+y\sin\phi_0)\} \qquad (4)$$

이며, 여기서 Z는 주위매질의 특성임피던스이다. 또한 산란전계의 x 방향성분 E_x^s는 [5]

$$E_x^s=Z/4k\,\frac{\partial^2}{\partial y^2}\int_0^w J_x(x')H_0^{(1)}(kr)dx' \qquad (5)$$

이며, 여기서 $H_0^{(1)}$는 zeroth order first kind Hankel 함수이며 k는 자유공간에서의 전파상수이고 $r=\sqrt{(x-x')^2+y^2}$ 임. 따라서 경계조건 (3)을 적용시켜 다음과 같은 적분방정식을 얻게 된다.

$$E_x^i=RJ(x)-\lim_{y\to 0}Z/4k\frac{\partial^2}{\partial y^2}\int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}}J(x')H_0^{(1)}(kr)dx' \qquad (6)$$

여기서 편의상 Jx 대신에 J로 표시했으며, 이 식은 저항띠 위에서 만족된다. 즉 $-w/2\le x\le w/2$ 에서만 만족하게 된다.

스펙트럼 영역에서의 반복법:

스펙트럼 영역에서 문제를 풀기 위해서는 모든 x에서 만족되는 확장 적분방정식(extended integral equation)을 구해야 되는데 이는 저항띠 바깥에서의 산란파를 포함시킴으로 가능하다. 즉, 구간(-∞,-w/

2)에서의 산란 전자파를 $F_1(x)$, 구간$(w/2,\infty)$에서의 산란 전자파를 $F_2(x)$라 하고 각각의 Fourier 변환을 $\widetilde{F_1}(\alpha)$, $\widetilde{F_2}(\alpha)$라 하면 식(6)의 확장 적분방정식은 다음과 같이 된다.

$$\theta(E_y^i)=R\theta(J)-F_1(x)-F_2(x)$$
$$-\lim_{y\to 0} Z/4k\,\frac{\partial^2}{\partial y^2}\int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}}J(x')H_0^{(1)}(kr)\,dx' \qquad (7)$$

여기서 θ는 truncation operator로서 [6]

$$\theta(\bar{A})=\int \bar{A}_t\,\delta(\bar{r}-\bar{r}_s)\,dr,\quad \bar{r}_s\in S \qquad (8)$$

여기서 δ는 Dirac Delta 함수이다.
식(7)을 Fourier 변환시키면

$$\widetilde{\theta(E_y^i)}=R\widetilde{\theta(J)}-\widetilde{F_1}(\alpha)-\widetilde{F_2}(\alpha)$$
$$-\lim_{y\to 0} Z/4k\,\frac{\partial^2}{\partial y^2}\,\widetilde{H_0^{(1)}}\,\widetilde{\theta(J)} \qquad (9)$$

여기서

$$\widetilde{H_0^{(1)}}=2\,\exp(iy\sqrt{k^2-\alpha^2})/\sqrt{k^2-\alpha^2} \qquad (10)$$

$$\widetilde{\theta(E_y^i)}=Zw\sin\phi_0\,\frac{\sin(w(k\cos\phi_0+\alpha)/2)}{w(k\cos\phi_0+\alpha)/2} \qquad (11)$$

(9)식을 정리하면

$$(YR+\sqrt{k^2-\alpha^2}/2k)\widetilde{\theta(J)}=Y\widetilde{\theta(E_y^i)}+$$

$$F\left[F^{-1}\{\widetilde{G}\widetilde{\theta(J)}\}-\theta\left[F^{-1}\{\widetilde{G}\widetilde{\theta(J)}\}\right]\right] \qquad (12)$$

$$\widetilde{G}=\sqrt{k^2-\alpha^2}/2k \qquad (13)$$

여기서 F는 Fourier변환, F^{-1}은 역 Fourier변환을 나타낸다.

반복법으로 구하기 위해서 J의 n번째 근사식 $J^{(n)}$과 (n+1)번째 근사식 $J^{(n+1)}$관계를 식(12)로 부터 다음과 같이 놓을 수 있다 [6].

$$(YR+G)\widetilde{\theta(J^{(n+1)})}=Y\widetilde{\theta(E_y^i)}+$$
$$F\left[F^{-1}\{\widetilde{G}\widetilde{\theta(J^{(n)})}\}-\theta\left[F^{-1}\{\widetilde{G}\widetilde{\theta(J^{(n)})}\}\right]\right] \qquad (14)$$

여기서 초기치

$$J^{(0)}=Y\widetilde{\theta(E_y^i)}/(YR+G) \qquad (15)$$

계산결과 및 검토:

저항띠 폭의 약 4배의 주기를 갖고 반복되는 것으로 놓아서 512점을 sampling하여 FFT를 했으며, 그림(2,3,4)에는 입사각 30°, 60°, 90° 인 경우에 대해 각각 완전도체(자유공간의 임피던스로 정규화된 저항값 YR=0 인 경우: 실선 표시)와 YR=0.1 (끊어진 실선 표시), YR=0.5 (점선 표시) 인 저항띠의 유도전류 크기를 나타냈으며, *는 도체인 경우 moment method의 결과이다.

그림(5)에는 도체에서 입사각 90°일 때 전류의 위상을 moment method 결과와 비교하여 나타냈다.

참 고 문 헌

1. T.B.A. Senior, Some problems involving imperfect half plane, in "Electromagnetic Scattering" Edited by P.L.E. Uslenghi, p.185-219, Academic Press, New York, 1978.

2. T.B.A. Senior, Half plane edge diffraction, Radio Science, 10(6), p.645-650, 1975.

3. S.I.Yang, J.W.Ra, T.B.A. Senior, E-polarized scattering by a resistive half plane with linearly varying resistivity, to be published in Radio Science.

4. R.F.Harrington, Field computation by moment methods, Macmillan, New York, 1968.

5. S.I.Yang, A program for computation of the scattered field by a resistive strip, Proceedings of KIEE Fall Conference '87, p.133-135, 1987.

6. R.Mittra, W.Ko, Y.R.Samii, Transform Approach to Electromagnetic Scattering, Proceedings of the IEEE, vol.67, No.11, Nov. 1979.

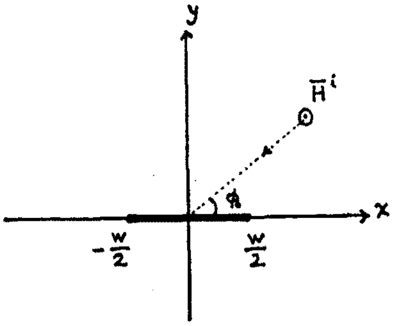

그림 1. 이차원 저항띠.

Fig. 1. A two-dimensional resistive strip.

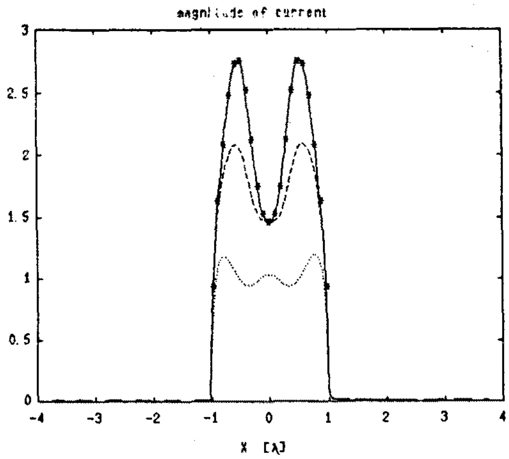

그림 2. 유도전류의 크기(ϕ_0=90°).

Fig. 2. Magnitude of induced current.

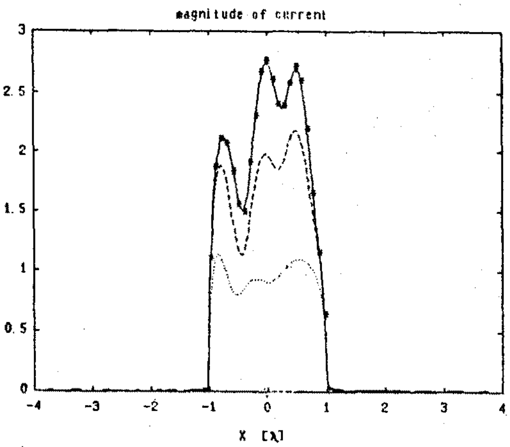

그림 3. 유도전류의 크기(ϕ_0=60°).

Fig. 3. Magnitude of induced current.

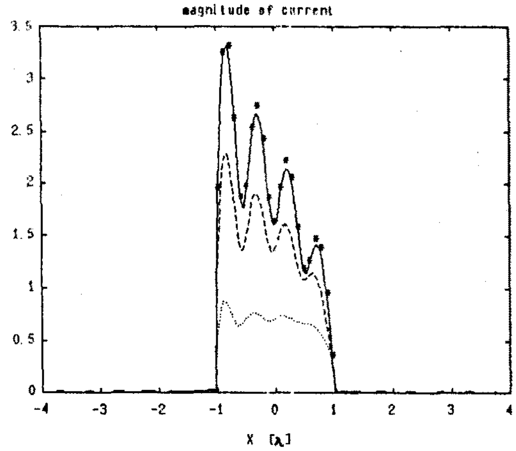

그림 4. 유도전류의 크기(ϕ_0=30°)

Fig. 4. Magnitude of induced current.

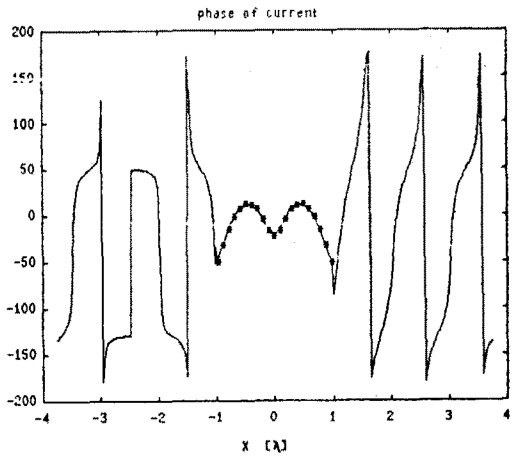

그림 5. 도체의 유도전류 위상(ϕ_0=90°).

Fig. 5. Phase of induced current on conductor strip.