

브러시리스 DC 모터의 최대 토크 운전에 관한 연구

현 동 석    심 준 석    황 광 오    이 창 섭

한 양 대 학 교

Operation of Brushless DC Motor with Maximun Torque

D.S.Hyun    J.S.Shim    K.O.Hwang    C.S.Lee

Department of Electrical Engineering . Han Yang UNIVERSITY

Abstract

In this paper, the characteristics of brushless DC Motor using voltage source inverter are analyzed. The optimal commutation angle for Maximum Torque, the pulse width of supply voltage for available torque and the advanced commutation according to motor speed and electrical time constant effect power factor, efficiency, and no load speed limit.

I. 서 론

브러시리스 DC모터는 영구자석형 동기기와 유사한 구조를 갖고 있으나 회전자 위치검출기의 신호를 인버터의 제어신호로 이용하는 구동원리를 사용하므로써, DC 모터에 있어서 브러시와 정류자편이 행하는 동작과의 동일성때문에 동기기 운전시 나타나는 난조 및 탈조현상을 제거할 수 있을 뿐만 아니라 DC 모터와 같은 뛰어난 제어성을 갖게 되며 브러시를 사용하지 않으므로써 파생되는 여러 가지 장점때문에 동력원으로서 활용도가 점차로 증가되는 추세에 있다.

브러시리스 DC 모터는 스위칭소자로 구성된 인버터에 의하여 전기자 전류를 Commutation하여 주기 때문에 고전적인 DC 모터에서 필수불가결한 전기적 중성점에서의 Commutation 방식을 채택하지 않고 역기전력의 어느 지점에서나 Commutation이 가능하다.

이와같은 브러시리스 DC 모터의 Commutation 특징때문에 역기전력의 최대구간에만 전기자 전류를 인가함으로써 고전적인 DC 모터 보다 브러시리스 DC 모터는 월등한 효율운전이 이루어 지게 된다. 브러시리스 DC 모터는 계자로 영구자석을 사용하기 때문에 타여자 DC 모터와 같은 토크-속도의 수하특성을 갖는다. 즉 모터의 속도가 증가할수록 전기자에 유기되는 역기전력이 증가되어 전기자에 흐르는 전류를 저지하게 되므로 이에 상응하여 발생 토크가 감소됨을 알 수 있다. 한편 추진력을 필요로하는 특정한 시스템에 있어서는 광범위한 속도 영역에서의 정토크 운전 필요로 한다. 정토크 운전영역의 확장은 전운전 속도에서 역기전력과 인가전류를 동상으로 하여 보다 큰 토크를 내게 함으로써 이룩될 수 있다.

본 논문에서는 모터 구조는 고려하지 않고 일반적인 전압형 인버터로 구동하는 브러시리스 DC 모터를 설정하여 전기자 코일의 인덕턴스에 의한 역기전력과 인가전류의 위상차를 보상할 수 있는 Advanced Commutation 방식을 제시하고 정토크 영역을 확장하기 위하여 임의 속도에서 최대토크를 발생시킬 수 있는 인가 전압의 최적 위상각을 결정하고 이러한 최적위상각의 Advanced Commutation 운전에 의한 발생 토크의 영향을 고찰하고자 한다.

II. 본 문

브러시리스 DC 모터의 발생 토크는 영구 자석이 공급하는 자계와 외부에서 인가하는 전류 혹은 전압과 모터 구조에 의한 전기자 mmf (magnetic motive force)형태에 의해 결정된다.

본 연구고찰에서의 브러시리스 DC 모터는 델타 결선으로 역기전력은 회전자의 위치에 따라 정현적으로 변한다고 가정하며 그 크기는 속도에 비례한다.

구동 방식은 비록 전류형 구동 방식이 많이 채택되고 있는 현실이지만 고속에서 발생하는 역기전력 전압이 충분히 커서 전류의 흐름을 저지해 CSI 구동이 안되고 그 속도에서는 VSI로 구동되기 때문에 VSI로 가정했으며 또한 비용면이나 구조면에서 간단하기 때문에 VSI로 채택하였다.

시간 t에서 한상 a에 발생하는 순시 토크는 자계 B(α, t)와 전류 ia(t)의 상호 곱으로 다음과 같이 표현된다.

$$T_a = 2PN \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} RLB(\alpha, t) d\alpha = ia(t) [ 2PN \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} RLB(\alpha, t) d\alpha ] \quad (1)$$

한편 시간 t에서 유기된 역기전력은

$$ea(t) = 2PN \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} B(\alpha, t) lRw_m d\alpha \quad (2)$$

Wm : 회전자 기계적 각속도

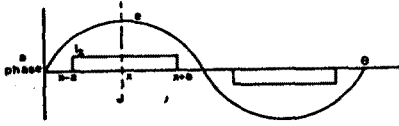
(1) (2) 식에서

$$T_a(t) = \frac{ea(t)ia(t)}{W_m} \quad (3)$$

3상 a, b, c 상에 의한 순시 토크는

$$T_m(t) = \frac{1}{W_m} [ ea(t)ia(t) + eb(t)ib(t) + ec(t)ic(t) ] \quad (4)$$

정현적으로 변하는 역기전력에 VSI 구형파 전압을 인가하기 전에 CSI로 그림 (1)과 같이 구형파 전류를 인가 하였을때 최대 모오르를 내기위한 조건을 구하기로 한다.



[ 그림 1 ] a상의 역기전력과 인가 전류

b 상, c 상은 a 상에 대하여 각각 120°, 240°의 상차를 갖는다. 각상의 역기전력은

$$\begin{aligned} e_a(t) &= K_o \omega_m \text{SIN } \theta \\ e_b(t) &= K_o \omega_m \text{SIN}(\theta - 2\pi/3) \\ e_c(t) &= K_o \omega_m \text{SIN}(\theta - 4\pi/3) \end{aligned} \quad - (5)$$

여기서  $\omega_m$ 은 기계적 각속도로  $\omega/N_p$ 이며  $N_p$ 는 극 쌍수이며  $\omega$ 는 전기적 각속도로  $d\theta/dt$ 이고  $\theta$ 는 전기적 변위를 나타낸다. 인가하는 구형파 전류는 주기적이므로 Fourier 급수로 전개하면

$$\begin{aligned} i_a(t) &= a_0 + \sum_{n=1} a_n \text{COS } n\theta + \sum_{n=1} b_n \text{SIN } n\theta \\ i_b(t) &= a_0 + \sum_{n=1} a_n \text{COS } n(\theta - 2\pi/3) \\ &\quad + \sum_{n=1} b_n \text{SIN } n(\theta - 2\pi/3) \\ i_c(t) &= a_0 + \sum_{n=1} a_n \text{COS } n(\theta - 4\pi/3) \\ &\quad + \sum_{n=1} b_n \text{SIN } n(\theta - 4\pi/3) \end{aligned} \quad - (6)$$

순시 모오르를 구하기위해 식 (5) (6) 을 식 (4) 에 대입하면

$$\begin{aligned} T_{em}(t) &= K_o [ a_0 \text{SIN } \theta + \sum_{n=1} a_n \text{COS } n\theta \text{SIN } \theta \\ &\quad + \sum_{n=1} b_n \text{SIN } n\theta \text{SIN } \theta \\ &\quad + \sum_{n=1} a_n \text{COS } n(\theta - 2\pi/3) \text{SIN } n(\theta - 2\pi/3) \\ &\quad + a_0 \text{SIN}(\theta - 2\pi/3) \\ &\quad + \sum_{n=1} b_n \text{SIN } n(\theta - 2\pi/3) \text{SIN } n(\theta - 2\pi/3) \\ &\quad + a_0 \text{SIN}(\theta - 4\pi/3) \\ &\quad + \sum_{n=1} a_n \text{COS } n(\theta - 4\pi/3) \text{SIN } n(\theta - 4\pi/3) \\ &\quad + \sum_{n=1} b_n \text{SIN } n(\theta - 4\pi/3) \text{SIN } n(\theta - 4\pi/3) ] \end{aligned} \quad - (7)$$

식 (7)의  $T_{em}(t)$ 는 평균 모오르와 리플 모오르의 합으로 이루어져 있다. 여기서 평균 모오르  $T_{ave}$ 를 취하면

$$T_{ave} = 3/2 K_o b_1 \quad - (8)$$

한편 [ 그림 1 ] 과 같이 한상에 대해 인가되는 구형파 전류의 중심을  $x$ , 반폭을  $a$ , 크기를  $I_s$ 라 하고 한 주기에 대하여 Fourier 급수로 전개하면

$$i_a = a_0 + \sum a_n \text{COS } n\theta + \sum b_n \text{SIN } n\theta \quad - (9)$$

여기서  $a_0 = 0$

$$a_n = \frac{4I_s}{n\pi} \text{COS } nx \text{SIN } na$$

$$b_n = \frac{4I_s}{n\pi} \text{SIN } nx \text{SIN } na$$

$n = 1, 3, 5, \dots$

식 (9)에서  $b_1$ 을 취하여 (8)에 대입하면

$$T_{ave} = \frac{3}{2} K_o \frac{4I_s}{\pi} \text{SIN } x \text{SIN } a \quad - (10)$$

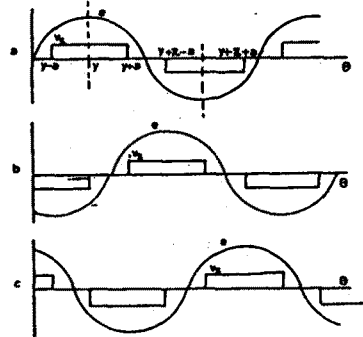
식 (10)에서 알수 있듯이 일정한 크기와 폭을 가진 구형파 전류는 속도와 무관하게 인가 전류의 중심인  $x$ 의 위치에 따라  $T_{ave}$ 가 변하며  $x = \pi/2$  일때 최대 모오르  $T_{max}$ 를 갖는다. 또한  $T_{ave}$ 는 전류의 SIN 계수인  $b_1$ 의 함수이며 그 크기는  $b_1$ 에 좌우됨을 알수 있다.

지금까지는 정현적인 역기전력에 구형파 전류를 인가 했을때 최대 모오르를 내는 조건을 살펴 보았다.

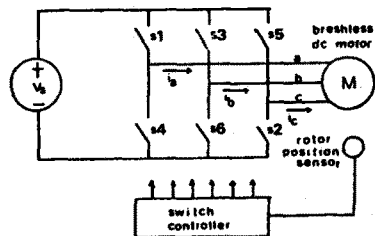
다음은 본 논문에서 사용한 VSI로 구형파 전압을 인가 했을때 최대 모오르를 내는 조건을 살펴 보며 그 크기를 결정 하겠다.

CSI의 전류 대신 VSI로 구형파 전압을 [ 그림 2 ] 와 같이 인가하며 b 상, c 상은 a 상에 대하여 각각 120°, 240°의 상차를 갖는다.

브러시리스 DC 모터를 구동하기 위한 inverter의 구성은 [ 그림 3 ] 과 같다.



[ 그림 2 ] 각상의 역기전력과 인가전압



[ 그림 3 ] 전압형 인버터와 브러시리스 DC 모터 구동 시스템

각 상에 유기되는 역기전력은 역기전력 전압에 대해서 단락 회로를 구성하는 인가 전압에 연결되어 있기 때문에 commutation 순서에 관계없이 변하지 않고 일정하게 된다.  
한상 a 에 대해 인가전압을 Fourier 전개하면

$$Vas = \omega + \sum_{n=1} cn \cos n\theta + \sum_{n=1} dn \sin n\theta$$

$$\omega = 0$$

$$cn = \frac{4Vs}{n\pi} \cos ny \sin na$$

$$dn = \frac{4Vs}{n\pi} \sin ny \sin na \quad - (11)$$

3 상 Motor 의 상전압 방정식은

$$va = R ia + L \frac{dia}{dt} + Ko\omega m \sin \theta$$

$$vb = R ib + L \frac{dib}{dt} + Ko\omega m \sin(\theta - 2\pi/3)$$

$$vc = R ic + L \frac{dic}{dt} + Ko\omega m \sin(\theta - 4\pi/3) \quad - (12)$$

L = 동기 인덕턴스로 자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스의 차 (Ls - Lm)  
R = 한 상당 저항  
ko = 역기전력 상수 [ V/sec/rad ]  
혹은 모오크 상수 [ Nm/A ]

한 상 a 에 대해 전압방정식 (12) 에 식 (11) 을 대입, 계수 비교하여 b1 에 관한 식으로 표현하면

$$Rb1 - \omega L a1 + Ko \frac{\omega}{Np} = d1$$

$$Ra1 + \omega L b1 = c1 \quad - (13)$$

식 (13) 에서

$$b1 = \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} (Rd1 + \omega Lc1 - \frac{KowR}{Np}) \quad - (14)$$

식 (11), 식 (14) 에서

$$b1 = \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} [ \frac{4Vs}{\pi} \sin a (R \sin y + \omega L \cos y) - \frac{KowR}{Np} ] \quad - (15)$$

일반적으로 저속에서 큰 모오크를 얻기 위해 인가하는 구형파 전압의 중심을  $\pi/2$  로 놓고 그 중심에서 전진각을  $\phi$  라 하면

$$y = \pi/2 - \phi \quad - (16)$$

식 (15) 을 식 (16) 에 대입하면

$$b1 = \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} [ \frac{4Vs}{\pi} \sin a (R \cos \phi + \omega L \sin \phi) - \frac{KowR}{Np} ] \quad - (17)$$

일정 여자폭 2a 에서 b1 을 최대토 하는 전진각  $\phi$  를 찾기 위해

$$g(\phi) = R \cos \phi + \omega L \sin \phi \quad - (18)$$

라 하면

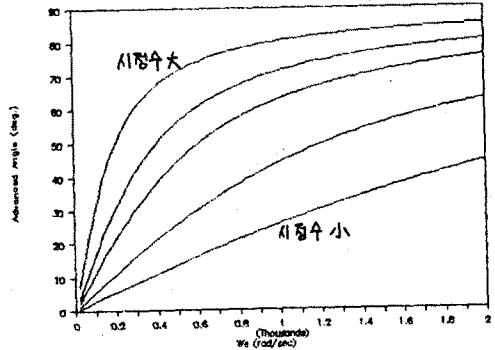
$$g'(\phi) = 0$$

$$g'(\phi) = -R \sin \phi + \omega L \cos \phi = 0$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad - (19)$$

식 (16), (18) 에서 알수 있듯이 최대 모오크를 얻기 위해서는

$w = 0$  일때  $y = \pi/2$ ,  $w$  가 증가함에 따라  $y$  가  $\tan(\omega L/R)$  전진 되어야 함을 알 수 있다. 이때  $\tan(\omega L/R)$  을 전진각이라 하며 이는 속도와 모터 시정수에 좌우되며 그 관계는 [ 그림 4 ] 와 같다.



[ 그림 4 ] 속도, 시정수, 전진각의 관계

식 (18), 식 (19) 에서

$$g(\phi) = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad - (20)$$

식 (19) 를 식 (17) 에 대입하면

$$b1max = \frac{1}{KowL} [ \frac{4Vs}{\pi} \sin a \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} - \frac{KowR}{Np} ] \quad - (21)$$

식 (8) 과 식 (20) 에서

$$Tmax = \frac{3}{2} \frac{Kob1max}{KowL}$$

$$= \frac{6Kovs \sin a}{\pi \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} - \frac{3Ko^2 wR}{2Np \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad - (22)$$

속도에 따라 commutation 위치를 변화시키지 않을때, 즉  $y = \pi/2$  일 때 b1 는 식 (15) 에서

$$b1 = \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} [ \frac{4Vs}{\pi} R \sin a - \frac{KowR}{Np} ] \quad - (23)$$

이때 모오크를 T 라 하면 식 (8) 과 식 (22) 에서

$$T = \frac{3Ko}{2} \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} [ \frac{4VaR}{\pi} \sin a - \frac{KowR}{Np} ] \quad - (24)$$

III. 시뮬레이션 결과 및 검토

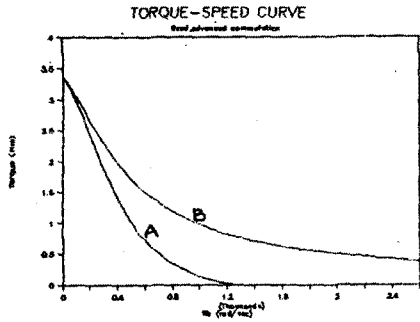
다음과 같은 parameter 를 갖는 브러시리스 모터를 대상으로하여 시뮬레이션을 한다.

- $K_o = 0.175 \text{ Nm/A}$
- $V_s = 100 \text{ V}$
- $R = 8.6 \Omega$
- $L = 0.0171 \text{ H}$
- $N_p = 2$
- $\alpha = 60^\circ$

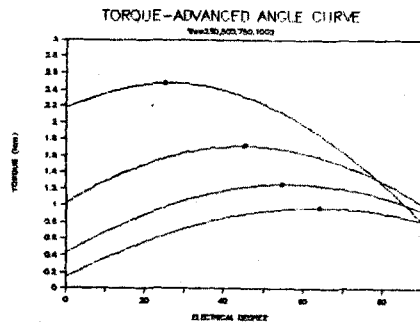
[그림 5] 에서 곡선 A 는 속도에 무관하게 pulse 전압을 고정시킨 경우이고 곡선 B 는 속도에 따라 최적의 전진각 pulse 전압을 인가했을 때의 곡선이다. 그림에서 알 수 있듯이 advanced commutation 을 시킴으로 일정 속도에서 더 큰 토크를 얻을 수 있으며 무부하 속도도 더 클 수 있다. 속도가 증가함에 따라 역기전력과 전기자 인덕턴스의 영향으로 토크는 감소한다. 속도가 증가함에 따라 토크를 증가시키기 위해서 전진 commutation 과 여자각의 증가를 병행하면 더 큰 토크를 얻을 수 있다.

[그림 6] 은 다양한 속도에서 최대 토크를 얻기 위한 최적의 전진각을 보여준다.

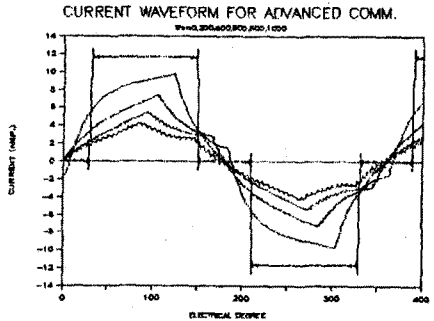
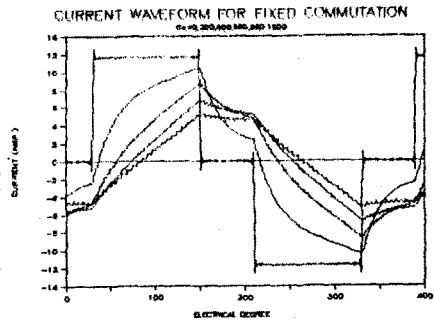
[그림 7] 은 한상  $\alpha$  에 대해 각 속도에 따라서 공급 전압 펄스를 고정 commutation 과 최적 전진 Commutation 으로 했을 때 각각의 전류 파형을 나타낸다. 최적 전진 Commutation 을 했을 때는 역기전력 E 와 각 속도에서의 전류  $i_a$  가 최대 토크를 발생시킬 수 있는 조건을 보여준다.



[그림 5] 토크 - speed 특성곡선



[그림 6] 토크 - 전진각 관계



[그림 7] 전류 파형

V. 결론

본 연구에서는 전압형 인버터로 브러시리스 DC 모터를 구동하는데 있어서의 토크-속도 특성을 고찰하였다. 속도가 증가함에 따라 최대 토크를 얻기 위해서 최적의 phase commutation angle을  $\tan^{-1}(\omega L/R)$ 로 속도에 따라 전진 시켜야 됨을 보였고 또한 advanced commutation으로 무부하속도가 증가됨을 보였다. 본 논문에서의 토크는 평균 토크만 위한 값이므로 순시토크에 포함되어있는 리플 토크를 줄이기 위해서는 PWM전압형 인버터로 최적 펄스를 구하는 문제가 남아있다.

참고 문헌

1. S. MESHKAT, E.K. PERSSON "OPTIMUM CURRENT VECTOR CONTROL OF A BRUSHLESS SERVO AMPLIFIER USING MICROPROCESSORS". IJEE. IAS CONFERENCE RECORD. 1984. PP 451-457.
2. JACOB TAL "OPTIMAL COMMUTATION OF BRUSHLESS MOTORS" PROCEEDINGS OF INCREMENTAL MOTION CONTROL. 1982. PP 49-53
3. ANAND V. GUMASTE & GORDON R. SLEMON "STEADY-STATE ANALYSIS OF A PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR DRIVE WITH VOLTAGE-SOURCE INVERTER". IJEE. TRANS VOL. 1A-17. 1981 PP 143-151
4. C.K. TAFT & R.G. GAUTHIER "BRUSHLESS MOTOR TORQUE-SPEED AND EFFICIENCY-SPEED CURVES". PROCEEDINGS OF INCREMENTAL MOTION CONTROL 1986. PP 7-16
5. 임달호 외 1 "전기기기". 보성사