

Trapezoidal PWM 전류원 인버터에서 최소 Speed Ripple을 위한  
펄스 수 및 번조도의 결정

\* \* \* \* \*  
권 우 흰, 구 본 호, 이 차 원, 이 창 화

\* 경북 대학교 \*\* 경주 실업 전문 대학

Selection of pulse number and modulation index for minimum  
speed ripple in trapezoidal CSI-PWM

\* \* \* \* \*  
Woohyeon Kwon, Bonho Goo, Chihwan Lee, Changhwa Lee

\* Kyungpook National University  
\*\* Kyungjoo Ex.Jr.Collage

**— ABSTRACT —**

Square-wave current source inverter drives motor from torque pulsation and speed variation at low speed. Attempts to minimize these problems. CSI PWM strategies have been reported. It is shown that these PWM strategies are based on unnecessarily restrictive modulation laws. In this paper, trapezoidal PWM strategy for CSI is investigated theoretically by double Fourier series and we proposed Harmonic Speed ripple Factor(HSF) that is independent of motor parameters and load conditions. Speed ripple are considered in T-PWM and square wave inverter by HSF. We obtain modulation index(MD) and carrier ratio (CR) for minimum speed ripple.

**1. 서 론**

유도전동기의 속도제어에 사용되는 인버터는 최근 반도체 기술의 발달과 함께 고 기능화가 가능케 되었다. 현재 많이 사용되는 전압원 인버터 출력의 고조파를 PWM에 의해 감소시키고 있으며, 전압원의 특징에 의해 높은 차수의 고조파는 유도 전동기에 미치는 영향을 무시할 수 있다. 그러나 단락률의 사고시 인버터의 노후가 어려운 단점으로 인해 전류원 인버터에서의 PWM도 연구되고 있다. 전류원 인버터에서는 PWM파형이 항상 전류 pass가 이루어지야 한다는 조건으로 전압원 PWM 인버터와는 다른 특징을 가진다.

본 논문은 전류원 trapezoidal PWM 인버터를 double Fourier series로 전개한 후 고조파의 위상과 크기를 조사하였다. 전류원 인버터에서 발생하는 저차 고조파 성분은 모오크 역동을 유발하고 유도 전동기의 회전자 속도에 변화를 초래하게 되므로 부하 조건에 무관한 speed ripple 평가 함수를 도입하여 square wave와 PWM에서 speed ripple을 비교, 평가하여 speed ripple 이 최소가 되는 PWM 조건을 알아낸다.

**2. 전류원 PWM**

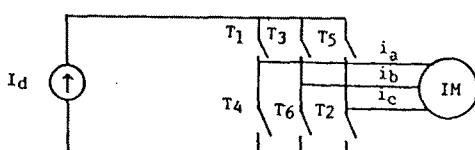


Fig.1. Basic Circuit of PWM inverter

전류원 PWM 파형은 다음 조건을 만족하여야 한다.

- 1) 60도에서 120도 사이는 ON
- 2) 0도에서 60도 사이는 30도를 기준으로 대칭
- 3) 120도에서 180도 사이는 150도를 기준으로 대칭

trapezoidal PWM 방법은 위 조건을 만족하며 그림2와 같다.

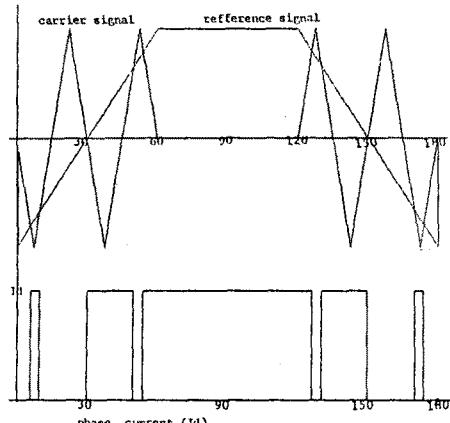


Fig.2. PWM Waveform Generation Method

그림2는 삼각파와 trapezoidal wave 의 비교에 의한 PWM wave를 나타내었다. PWM waveform은 double Fourier series로 표현하면

$$I_a(WbT, WcT) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_{mn} \cdot \exp[-j(mWbT + nWcT)] \quad \dots \dots \dots (1)$$

이 된다.

여기서

$$K_{mn} = Id / 2\pi \int_0^{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[-j(mxt + ny)] dx dy \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$X = WbT, Y = WcT$$

으로 표현된다.

$Wb$ 는 삼각파의 주파수이며,  $Wc$ 는 번조파의 주파수로

$$CR = \frac{Nb}{Ns} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$M : \text{반조파의 최대점}/\text{삼각파의 최대점} \quad \dots \dots \dots (4)$$

이다. 전류원 PWM의 조건을 만족하기 위하여 CR은 반드시 짧아야 하며, Kmn을 구하기 위한 sampling 각은 반주기의 3구간으로 표현할 수 있다.

1) 0 - 60도

$$\begin{aligned} a_1 &= \pi M/2 - 3MY \\ b_1 &= \pi (2-M)/2 + 3MY \end{aligned}$$

2) 60 - 120도

$$\begin{aligned} a_2 &= 0 \\ b_2 &= 2\pi \end{aligned}$$

3) 120 - 180도

$$\begin{aligned} a_3 &= \pi (2 - 5M)/2 + 3MY \\ b_3 &= \pi (4 + 5M)/2 - 3MY \end{aligned}$$

3구간의 sampling 위치각을 이용하여 Kmn을 구한 후, 식 (1)에 대입하면 출력 펄스의 double fourier series가 아래와 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{1}{\pi^2} \times [ 6\sqrt{3} M + 3(1-M)\pi ] * \sin(NsT) \\ &+ \sum_{n=3}^{10} \frac{2/\pi^2}{n^2} [ [ 6M/n^2 * \cos(n\pi/6) + \pi(1-M)/n \\ &* \sin(n\pi/6) ] * \sin(n\pi/2) + \pi(1-M)/n \\ &* \sin(nNst) ] \\ &+ \sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=1,3}^{\pm 10} A_{mn1} * \sin(mNst + nNst) \\ &+ \sum_{m=2,4}^{\infty} \sum_{n=2,23}^{\pm 10} A_{mn2} * \sin(mNst + nNst) \quad \dots \dots (5) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} A_{mn1} &= \\ &[ (F_1 + F_2) * \sin(n\pi/2) + 6mMG, n \neq 3m \\ &1/(3m\pi) * \sin(n\pi/3) * \sin(n\pi/2), n = \pm 3m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{mn2} &= \\ &[ (-F_1 + F_2) * \sin(n\pi/2) + 2nG, n \neq 3m \\ &\pm 2/(3m\pi) * \sin(n\pi/3) * \sin(n\pi/2), n = \pm 3m \end{aligned}$$

where,  $F_1 = 2/E_m(n+3m) \pi^2 ] * \cos((n-3m)\pi/6)$

$$F_2 = 2/E_m(n-3m) \pi^2 ] * \cos((n+3m)\pi/6)$$

$$G = -2/E_m(n^2 - 9m^2 M^2) \pi^2 ] * \sin(6NsT/23)$$

식 (5)를 토대로 CR 및 M의 변화에 따른 저차 고조파들의 양상을 그림3에 보인다.

### 3. Harmonic Speed Factor (HSF)

고조파 전류는 유도 전동기에서 sequence에 따라 정·역의 토오크를 발생케 한다. 고조파에 대한 유도 전동기의 등가회로는 그림4와 같이 주어지며 reactance 회로로 볼 수 있다. 이를 기초로 5차 및 7차의 고조파전류에 대한 토오크 발생의 phasor 도를 그림5에 나타낸다.

고조파 토오크는 기본파 자속과 고조파 회전자 전류의 곱으로 표현되고, 등가회로에서 회전자를 순수 인덕턴스로 봄으로 아래식으로 표현할 수 있다.

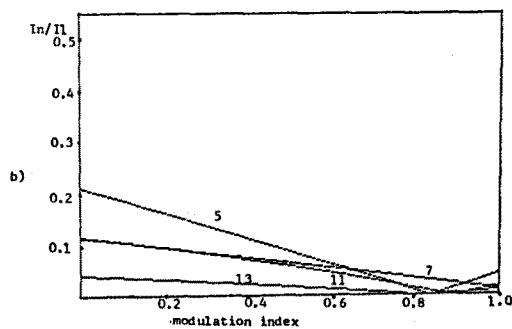
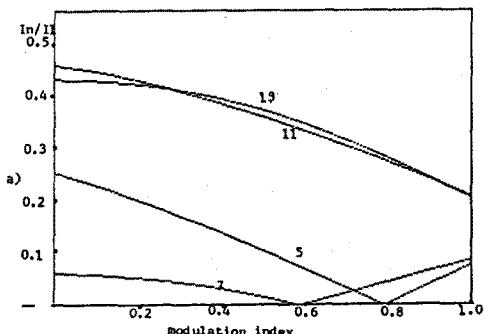


Fig.3. a) Low harmonics in case of 5 pulse for half period  
b) Low harmonics in case of 9 pulse for half period

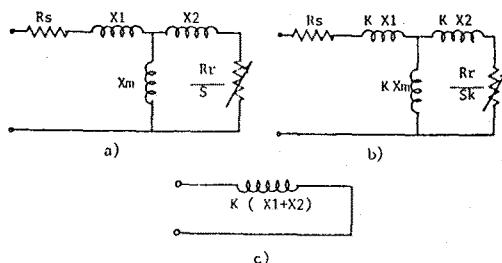


Fig.4. Equivalent circuit of induction motor.  
a) Fundamental frequency equivalent circuit.  
b) K-th harmonic equivalent circuit.  
c) approximate equivalent circuit for harmonic.

$$T_6 = K\phi_m * [ 15r \sin(-6NsT) + 17r \sin(6NsT) ] \quad \dots \dots \dots (6)$$

토오크(T)에 의한 회전자 speed는

$$Nr = 1/J * \int T(t) dt \quad \dots \dots \dots (7)$$

로 표현할 수 있다.

따라서 6차 토오크에 의한 speed ripple은

$$W_6(t) = K\phi_m/[J*W_s] * (15r - 17r)/6 * \cos(6W_s t) \quad \dots\dots(8)$$

이다. 그러므로 speed ripple 평가함수는

$$HSF = \sqrt{\sum_{m=3,6} [I_m^2 - I_{m-1}^2]^2 / n^2} / 11 \quad \dots\dots(9)$$

로 표현할 수 있다.

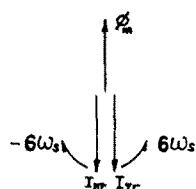


Fig.5. phasor diagram for sixharmonic torque

그림 6은 harmonic torque의 의한 각각의 speed ripple을 나타내었다.

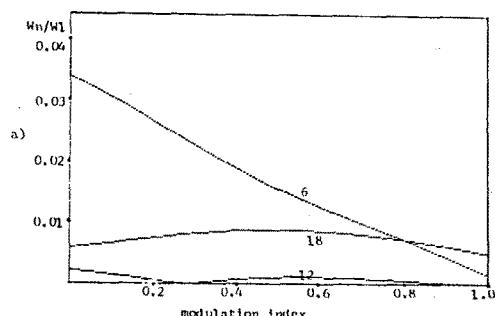


Fig.6. a) Speed ripple in case of 5 pulse for half period.  
b) Speed ripple in case of 9 pulse for half period.

THD(total harmonic distortion), HSF 를 이용하여 trapezoidal PWM 의 고조파를 평가하며 square wave 를 기준으로 택하여 그 결과를 표 1 을 나타낸다.

그림 7은 반주기당 pulse 수에 대한 HSF 의 최소점을 구하기위한 것이다.

Table 1. Comparison of Square Wave and PWM by THD and HSF

CR	M	THD		HSF	
		10	1/SW	10	1/SW
square wave		29.42	1.00	96.02	1.00
P	3	0.15	87.44	2.98	138.0
	5	1.00	44.00	1.50	71.80
	7	0.80	47.59	1.62	86.67
W	9	0.73	48.00	1.68	68.45
	11	0.67	49.40	1.68	57.13
M	13	0.63	45.62	1.55	47.00
					0.49

mark : square wave

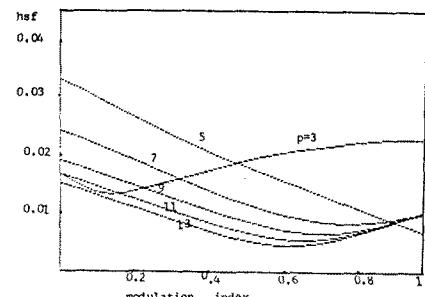


Fig.7. HSF for each pulse number of half period

#### 4. 결 론

본 논문은 CSI - PWM 를 수학적으로 표현하여 반주기에 무관한 harmonic speed ripple factor 를 정의하였으며, pulse 수에 따른 최소 speed ripple의 M을 결정하였다. 또한 square wave 와의 비교에서 아래의 결과를 얻었다.

1) 반주기 내에 pulse 가 3개 일때는 square wave 가 다른 반주 방법보다 우수하다.

2) 반주기 내에 pulse 가 5개 이상일 때 square wave 보다 개선 되며 CR 이 즐수록 M 이 조금 낮은 point 에서 최적의 속도 특성을 가진다.

#### 5. 참고 문헌

- 1) T.H.Chan and H.Tomita : 'The principle of eliminating pulsating torque in current source induction motor system', IEEE Trans. IA-17 pp.160-166 1981.
- 2) S.R.Bowes and R.Bullough : 'Fast modelling techniques for microprocessor based optimal pulse width modulated control of current-fed inverter drives.', IEE Proc.B, Electr.power Appl. Vol.131 pp.149-158 1984.
- 3) T.A.Lipo and E.P.Cornell : 'State-variable steady-state analysis of a controlled current induction motor drives.', IEEE Trans. IA-11 pp.704-712 1975.
- 4) F C Zach R Martinez G Keplinger and A.Seierer : 'Dynamically optimal switching patterns for PWM inverter drives, (for minimization of the torque and speed ripple)', IEEE Trans. IA-21 No.4 pp.975-986 1985.
- 5) S.R.Bowes and R.Bullough : 'Steady-state performance of current-fed pulse-width-modulated inverter drives.', IEE Proc.B Electr.power Appl. vol.131 pp.113-132 1984.
- 6) K Taniguchi and H Iris : 'Trapezoidal modulating signal for three phase PWM inverter.', IEEE Trans. IE-33 No.2 pp.193-200 1986.